Lógica y Estructuras Discretas — Septiembre 2012
Código de la asignatura: 71901037 — **Tipo de examen: D**
Duración: 2 horas — **Material Permitido: Ninguno**

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). ***Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.*** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1 : (p \vee q) \rightarrow (r \wedge s \wedge (t \vee \neg o))$ $X_2 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o$ $X_3 : p \rightarrow (q \wedge r)$ $X_4 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$	
$Y_1 : (\forall y Py \vee \exists x Qx) \rightarrow \neg(\exists z Rz)$ $Y_2 : \forall x Px \wedge \neg(\exists z Qz \vee \exists y \neg Ry)$ $Y_3 : \exists x Rx \leftrightarrow \forall y \neg Qy$ $Y_4 : \neg \forall w Rw \vee (\forall x Px \wedge \forall y Qy)$	I^Y : dominio $U = \{0,1\}$, con $R = \{1\},\ Q = \{0,1\},\ P = \emptyset$

Test

1. Señale el conjunto satisfacible:

   a) $\{X_1, X_2, X_4\}$
   b) $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$
   c) $\{X_1, X_3, X_4\}$

2. Es equivalente a X_3:

   a) $(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$
   b) $p \vee (q \wedge r)$
   c) $\neg p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

3. Señale el conjunto insatisfacible:

   a) $\{X_1, X_2, X_3\}$
   b) $\{X_2, X_3, X_4\}$
   c) $\{X_2, X_3\}$

4. Sean φ_1, φ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

   a) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$
   b) $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$
   c) $\neg((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi)$ es insatisfacible

5. No es tautología:

   a) $Y_2 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_4$
   b) $Y_1 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_4$
   c) $Y_1 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_2$

6. La interpretación I^Y no satisface:

   a) $\neg Y_2$

b) $\neg Y_4$

c) $\neg Y_3$

7. Y_2 es equivalente a:

   a) $\{Y_1, Y_2, Y_4\}$

   b) $\{Y_2, Y_3, Y_1\}$

   c) $\{Y_1, Y_3, Y_4\}$

8. Sea A un conjunto finito cualquiera, y sea $n = |A|$. ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto potencia de A?

   a) n^n

   b) n^2

   c) 2^n

9. Sean A el conjunto de los números enteros pares y sea B el conjunto de los números enteros que son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de $A \times B$?

   a) El conjunto de los números enteros múltiplos de 6

   b) El conjunto $\{(3,2)\}$

   c) El conjunto $\{(2,3)\}$

10. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una sobreyección de $X = \{a,b,c\}$ a $Y = \{1,2,3\}$?

    a) $\{(a,1),(b,2),(a,3)\}$

    b) $\{(c,2),(a,3),(b,1)\}$

    c) $\{(a,3),(c,2),(b,3)\}$

11. ¿Cuál de las siguientes funciones es una sobreyección?

    a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(n) = n+1$

    b) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(z) = z+1$

    c) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(z) = z^2+1$

12. Sea el conjunto $A = \{1,2,3,4\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de A^2?

a) El conjunto $\{1,4,9,16\}$

b) El conjunto $\{(1,1),(2,2),(4,1)\}$

c) El conjunto $\{1,2,3,4,6,8,9,12,16\}$

13. Sea el conjunto $A = \{1,2\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es el conjunto potencia de A?

    a) $\{\varnothing\} \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup \{A\}$

    b) $\varnothing \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup A$

    c) $\varnothing \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup \{A\}$

14. Un grafo no dirigido es conexo si:

    a) Desde cualquiera de sus nodos se puede llegar a cualquier otro.

    b) El grado de entrada de todo nodo es igual a 1.

    c) Permite bucles en cada uno de sus nodos.

15. Sea un digrafo cualquiera G. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

    a) Si G es conexo (débilmente conexo) entonces es unilateralmente conexo.

    b) Si G no es unilateralmente conexo entonces es conexo.

    c) Si un grafo G no es conexo entonces no es fuertemente conexo.

16. Sea G un grafo dirigido con n nodos, tal que no contiene ningún arco de un nodo hacia sí mismo. ¿Cuál es el máximo número de arcos que tiene G?

    a) n^2.

    b) $n^2 - 1$.

    c) $n \cdot (n-1)$.

17. Sea G un grafo dirigido con n nodos. ¿Cuál es el número de arcos de un árbol de expansión para G?

    a) n^2.

    b) $n - 1$.

    c) No lo podemos saber sólo con los datos que nos da la pregunta.

18. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa de 2012 con 7 defensas. Si sólo escogerá para jugar a 4 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

    a) $7!/4!$.

    b) $7!/(4! \times 3!)$.

    c) 4^7.

Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\neg\exists x\forall y(Pxy \wedge Pyx) \models \exists x(\exists y\neg Pxy \vee \exists y\neg Pyx)$$