

**Puntuación** Este examen se puntúa sobre 10 puntos: 9 el test y 1 el desarrollo. Cada pregunta del test sólo admite una respuesta correcta. Y aporta +0'5 si está bien solucionada y resta 0'25 si la marca es errónea. Las preguntas en blanco no restan. El desarrollo sólo se corrige si se han obtenido al menos 7'5 de los 9 puntos del test.

## Datos

$$\begin{aligned} X_1 &: (\neg q \vee p) \wedge \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \\ X_2 &: (p \vee (\neg q \wedge r)) \vee s \\ X_3 &: (\neg p \wedge r \wedge \neg s) \\ X_4 &: \neg r \wedge (r \rightarrow \neg s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &: \exists x(\neg Rxx \wedge \forall yRxy) \\ Y_2 &: \forall x(Px \wedge Qx \rightarrow Rxx) \\ Y_3 &: \neg \exists x \forall y Rxf(y) \\ Y_4 &: \exists x \exists y (Rxf(y) \wedge x \neq y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1: P_1 &= \{1, 2\} & Q_1 &= \{1, 3\} & R_1 &= \{(0, 1), (1, 1), (2, 3), (4, 4)\} & f_1 &= \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 0), (4, 3)\} \\ I_2: P_2 &= \{0, 1\} & Q_2 &= \{0, 1, 3\} & R_2 &= \{(0, 3), (1, 2)\} & f_2 &= \{(0, 0), (1, 3), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\} \end{aligned}$$

El universo es  $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Las fórmulas lógicas se suponen interpretadas sobre  $U$ . Observe que las funciones se han especificado como relaciones, que también lo son. Por ejemplo, como  $(2, 3)$  pertenece a  $f_1$ , resulta que  $f_1(2) = 3$ .

## Test

1.  $I : p = q = r = s = 1$ , satisface:
  - (a)  $X_1$
  - (b)  $X_2$
  - (c)  $X_3$
  - (d)  $X_4$
2. Señale el conjunto satisficible.
  - (a)  $\{X_1\}$
  - (b)  $\{X_3, X_4\}$
  - (c)  $\{X_2, X_3\}$
  - (d)  $\{X_2, X_3, X_4\}$
3.  $X_4$  es equivalente a:
  - (a)  $\neg s \rightarrow \neg r$
  - (b)  $\neg r \rightarrow \neg s$
  - (c)  $r \rightarrow \neg s$
  - (d)  $\neg r \vee (\neg r \wedge \neg s)$
4. Señale la consecuencia correcta:
  - (a)  $X_4 \models \neg X_3$
  - (b)  $\neg X_1 \models X_3$
  - (c)  $X_2 \models \neg X_4$
  - (d)  $X_4 \models \neg X_2$
5. Señale la fórmula insatisficible:
  - (a)  $\neg(X_2 \rightarrow \neg X_4)$
  - (b)  $\neg(X_4 \rightarrow \neg X_2)$
  - (c)  $\neg(\neg X_1 \rightarrow X_3)$
  - (d)  $\neg(X_4 \rightarrow \neg X_3)$
6. La interpretación  $I_1$  satisface
  - (a)  $Y_1$  e  $Y_2$
  - (b)  $Y_1$  pero no  $Y_2$
  - (c)  $Y_2$  pero no  $Y_1$
  - (d) ni  $Y_1$  ni  $Y_2$
7. Es equivalente a  $Y_2$ 
  - (a)  $\forall x(Rxx \rightarrow \neg(Px \wedge Qx))$
  - (b)  $\forall x(Px \wedge Qx) \rightarrow \forall xRxx$
  - (c)  $\neg \exists x(\neg Px \vee \neg Qx \vee \neg Rxx)$
  - (d)  $\neg \exists x(Px \wedge Qx \wedge \neg Rxx)$
8. La interpretación  $I_2$  satisface:
  - (a)  $Y_3$  e  $Y_4$
  - (b)  $Y_3$  pero no  $Y_4$
  - (c)  $Y_4$  pero no  $Y_3$
  - (d) ni  $Y_4$  ni  $Y_3$

9. La interpretación  $I_1$  satisface:
- (a)  $Y_3$  e  $Y_4$
  - (b)  $Y_3$  pero no  $Y_4$
  - (c)  $Y_4$  pero no  $Y_3$
  - (d) ni  $Y_4$  ni  $Y_3$
10.  $\sim (P_1 \cap Q_1) \cap Q_2$  es:
- (a)  $(P_1 \cap \sim Q_2) \cup (Q_1 \cap \sim Q_2)$
  - (b)  $(\sim P_1 \cap Q_2) \cup (\sim Q_1 \cap Q_2)$
  - (c)  $(P_1 \cup Q_2) \cup (Q_1 \cup Q_2)$
  - (d)  $(\sim P_1 \cup Q) \cap (\sim Q_1 \cup Q_2)$
11. La relación  $R_1 \cup R_2$  es
- (a) reflexiva
  - (b) irreflexiva
  - (c) simétrica
  - (d) antisimétrica
12. La función  $f_1$  es
- (a) inyectiva y sobreyectiva
  - (b) no inyectiva y sobreyectiva
  - (c) inyectiva y no sobreyectiva
  - (d) ni inyectiva ni sobreyectiva
13. El resultado de  $(f_2^- \circ f_2)(2)$  es:
- (a) 1
  - (b) 2
  - (c) 3
  - (d) 0
14. ¿De qué propiedades carece la relación  $R_1 \cup R_2$  para ser un orden parcial débil?
- (a) le falta ser reflexiva y transitiva
  - (b) le falta ser irreflexiva y transitiva
  - (c) le falta ser reflexiva y simétrica
  - (d) le falta ser reflexiva y antisimétrica
15. ¿Cuántas funciones de  $P_2$  en  $Q_2$  distintas pueden construirse?
- (a) 3
  - (b) 6
  - (c) 8
  - (d) 9
16. Ampliaremos la relación  $R_1$  para que resulte ser una relación de equivalencia con 3 clases de equivalencia. ¿Cuántos pares nuevos hay que añadir?
- (a) 2
  - (b) 4
  - (c) 5
  - (d) 0 pares (ya lo es)
17. Considere la relación  $(R_1 \cup R_2) \setminus \{(1, 1), (4, 4)\}$  y calcule su cierre simétrico. El resultado define un grafo no dirigido (p.ej. acepte la arista no dirigida  $\{2,3\}$  si dispone de los pares  $(2,3)$  y  $(3,2)$ ).
- (a) es conexo
  - (b) tiene un ciclo de longitud 2
  - (c) tiene un ciclo de longitud 4
  - (d) es acíclico
18. Considere la relación inversa a  $R_2$  y calcule su cierre simétrico. Considere que el resultado define un grafo no dirigido, como en la anterior pregunta. ¿Qué arista falta para que se obtenga un grafo acíclico y conexo?
- (a)  $\{1,4\}$
  - (b)  $\{0,4\}$
  - (c)  $\{4,2\}$
  - (d)  $\{2,0\}$

## Desarrollo

Desarrolle un tableau que confirme la respuesta dada en la pregunta 5