

Puntuación Este examen se puntúa sobre 10 puntos: 9 el test y 1 el desarrollo. Cada pregunta del test sólo admite una respuesta correcta. Y aporta +0'5 si está bien solucionada y resta 0'25 si la marca es errónea. Las preguntas en blanco no restan. El desarrollo sólo se corrige si se han obtenido al menos 7'5 de los 9 puntos del test.

Datos

$$\begin{aligned} X_1 &: (\neg q \vee p) \wedge \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \\ X_2 &: (p \vee (\neg q \wedge r)) \vee s \\ X_3 &: (\neg p \wedge r \wedge \neg s) \\ X_4 &: \neg r \wedge (r \rightarrow \neg s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &: \exists x(\neg Rxx \wedge \forall yRxy) \\ Y_2 &: \forall x(Px \wedge Qx \rightarrow Rxx) \\ Y_3 &: \neg \exists x \forall y Rxf(y) \\ Y_4 &: \exists x \exists y (Rxf(y) \wedge x \neq y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1: P_1 &= \{1, 2\} & Q_1 &= \{1, 3\} & R_1 &= \{(0, 1), (1, 1), (2, 3), (4, 4)\} & f_1 &= \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 0), (4, 3)\} \\ I_2: P_2 &= \{0, 1\} & Q_2 &= \{0, 1, 3\} & R_2 &= \{(0, 3), (1, 2)\} & f_2 &= \{(0, 0), (1, 3), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\} \end{aligned}$$

El universo es $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. R_1 y R_2 son relaciones en U . El dominio y rango de f_1 y f_2 es U . Las fórmulas lógicas se suponen interpretadas sobre U . Observe que las funciones se han especificado como relaciones; por ejemplo, como $(2, 3)$ pertenece a f_1 , resulta que $f_1(2) = 3$.

Test

1. X_4 es equivalente a:

- (a) $\neg s \rightarrow \neg r$
- (b) $\neg r \rightarrow \neg s$
- (c) $r \rightarrow \neg s$
- (d) $\neg r \vee (\neg r \wedge \neg s)$

2. Señale la consecuencia correcta:

- (a) $X_4 \models \neg X_3$
- (b) $\neg X_1 \models X_3$
- (c) $X_2 \models \neg X_4$
- (d) $X_4 \models \neg X_2$

3. Señale la fórmula insatisfacible:

- (a) $\neg(X_2 \rightarrow \neg X_4)$
- (b) $\neg(X_4 \rightarrow \neg X_2)$
- (c) $\neg(\neg X_1 \rightarrow X_3)$
- (d) $\neg(X_4 \rightarrow \neg X_3)$

4. $I : p = q = r = s = 1$, satisface:

- (a) X_1
- (b) X_2
- (c) X_3
- (d) X_4

5. Señale el conjunto satisfacible.

- (a) $\{X_1\}$
- (b) $\{X_3, X_4\}$
- (c) $\{X_2, X_3\}$
- (d) $\{X_2, X_3, X_4\}$

6. La interpretación I_2 satisface:

- (a) Y_3 e Y_4
- (b) Y_3 pero no Y_4
- (c) Y_4 pero no Y_3
- (d) ni Y_4 ni Y_3

7. La interpretación I_1 satisface:

- (a) Y_3 e Y_4
- (b) Y_3 pero no Y_4
- (c) Y_4 pero no Y_3
- (d) ni Y_4 ni Y_3

8. La interpretación I_1 satisface

- (a) Y_1 e Y_2
- (b) Y_1 pero no Y_2
- (c) Y_2 pero no Y_1

- (d) ni Y_1 ni Y_2
9. Es equivalente a Y_2
- (a) $\forall x(Rxx \rightarrow \neg(Px \wedge Qx))$
 (b) $\forall x(Px \wedge Qx) \rightarrow \forall xRxx$
 (c) $\neg\exists x(\neg Px \vee \neg Qx \vee \neg Rxx)$
 (d) $\neg\exists x(Px \wedge Qx \wedge \neg Rxx)$
10. Sean A , B y C tres conjuntos cualesquiera. ¿A qué es igual $\sim(A \cap B) \cap C$?
- (a) $(A \cap \sim C) \cup (B \cap \sim C)$
 (b) $(\sim A \cap C) \cup (\sim B \cap C)$
 (c) $(A \cup C) \cup (B \cup C)$
 (d) $(\sim A \cup B) \cap (\sim B \cup C)$
11. El resultado de $(f_2^{-1} \circ f_2)(2)$ es:
- (a) 1 (c) 3
 (b) 2 (d) 0
12. ¿De qué propiedades carece la relación $R_1 \cup R_2$ para ser un orden parcial débil?
- (a) le falta ser reflexiva y transitiva
 (b) le falta ser irreflexiva y transitiva
 (c) le falta ser reflexiva y simétrica
 (d) le falta ser reflexiva y antisimétrica
13. La relación $R_1 \cup R_2$ es
- (a) reflexiva
 (b) irreflexiva
 (c) simétrica
 (d) antisimétrica
14. La función f_1 es
- (a) inyectiva y sobreyectiva
 (b) no inyectiva y sobreyectiva
 (c) inyectiva y no sobreyectiva
 (d) ni inyectiva ni sobreyectiva
15. ¿Cuántas funciones de P_2 en Q_2 distintas pueden construirse?
- (a) 3 (c) 8
 (b) 6 (d) 9
16. ¿Cuántos pares nuevos habría que añadir a la relación R_1 para que resultara ser una relación de equivalencia con 3 clases de equivalencia?
- (a) 2 (c) 5
 (b) 4 (d) 0
17. Sea un árbol libre W , con m aristas y n nodos. ¿Cuántos caminos hay en W de un nodo a a un nodo b distinto de a ?
- (a) $m - 1$
 (b) $n - 1$
 (c) 1
 (d) Un número par
18. Considere la relación $(R_1 \cup R_2) \setminus \{(1, 1), (4, 4)\}$ y calcule su cierre simétrico R . Sea el grafo no dirigido G construido a partir de R de forma que $\{x, y\}$ es una arista en G si y sólo si $(x, y) \in R$ ó $(y, x) \in R$. ¿Qué se puede decir sobre G ?
- (a) es conexo
 (b) tiene un ciclo de longitud 6
 (c) tiene un ciclo de longitud 4
 (d) es acíclico

Desarrollo

Desarrolle un tableau que confirme la respuesta dada en la pregunta 3.