

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). ***Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.*** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1 : \neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$	
$X_2 : (p \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$	
$X_3 : p \wedge (r \rightarrow s)$	
$X_4 : s \vee \neg p$	
$Y_1 : \forall x \forall y Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$	
$Y_2 : \exists x (Qx \leftrightarrow Mx)$	
$Y_3 : \forall x \forall y (x = y \rightarrow Qx \wedge Mf(y))$	

Test

1. La interpretación $p = 1, q = 1, r = 1, s = 1$ satisface:

- a) $\{X_1, X_3\}$
- b) $\{X_3, X_4\}$
- c) $\{X_1, X_2\}$

2. Es equivalente a X_1 :

- a) $(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$
- b) $\neg(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$
- c) $\neg(q \vee r) \rightarrow \neg(p \vee \neg p)$

3. Es un conjunto insatisfacible:

- a) $\{X_2, X_3\}$
- b) $\{X_3, X_4\}$
- c) $\{X_1, X_2\}$

4. X_4 es consecuencia lógica de:

- a) $X_2 \wedge X_3$
- b) X_3
- c) $\neg X_1$

5. Sean ϕ_1, ϕ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si $\neg(\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a) $\{\phi_1, \phi_2\} \models \psi$
- b) $\{\phi_1, \psi\} \models \neg\phi_2$
- c) $\neg((\phi_1 \wedge \phi_2) \rightarrow \psi)$ es insatisfacible

6. ¿Qué interpretación sobre universo $U = \{1, 2\}$ no satisface Y_1 ?:

- a) $R = \{(1, 1), (2, 2)\}, Q = \{1\}$
- b) $R = \{(1, 1), (1, 2)\}, Q = \emptyset$
- c) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}, Q = \{2\}$

7. Es equivalente a Y_2 :

- a) $\exists z((Qz \wedge Mz) \vee (\neg Qz \wedge \neg Mz))$
- b) $\exists z((Qz \wedge Mz) \wedge (\neg Qz \wedge \neg Mz))$
- c) $\exists z((Qz \vee Mz) \vee (\neg Qz \vee \neg Mz))$

8. ¿Qué interpretación sobre universo $U = \{1, 2\}$ satisface Y_3 ?:

- a) $Q = \{1\}, M = \{1\}, f(1) = 1, f(2) = 2$
- b) $Q = \{1, 2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 2$
- c) $Q = \{1, 2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 1$

9. ¿Qué interpretación sobre universo $U = \{1, 2\}$ satisface Y_2 ?:

- a) $Q = \{2\}, M = \{1\}$
- b) $Q = \{1, 2\}, M = \{2\}$
- c) $Q = \{1, 2\}, M = \emptyset$

10. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$?

- a) Sí.
- b) No.
- c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

11. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup \sim A$?

- a) E
- b) $\emptyset$
- c) $A \cap \sim \emptyset$

12. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup E$?

- a) E
- b) $\emptyset$
- c) $A \cap \sim \emptyset$

13. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup \emptyset$?

- a) E
- b) $A \cap \sim E$
- c) $A \cap \sim \emptyset$

14. ¿Cuál de las siguientes funciones es una sobreyección?

- a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n + 1$
- b) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z + 1$
- c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z^2 + 1$

15. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa con 7 defensas. Si sólo escogerá para jugar a 4 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

- a) $7!/4!$.
- b) $7!/(4! \times 3!)$.
- c) 4^7 .

16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones se cumple para cualquier árbol de expansión?

- a) es conexo y acíclico
- b) es no conexo y acíclico
- c) es conexo y puede contener ciclos

17. Si para todo par de nodos x e y de un grafo G se cumple que x es alcanzable desde y entonces se dice que G es...

- a) un árbol
- b) conexo

c) fuertemente conexo

18. El grado total de un nodo en un grafo dirigido...

a) es la suma de sus grados de entrada y de salida

b) siempre es un número par

c) es el número de nodos que se pueden alcanzar desde él

Pregunta de desarrollo

Sean las siguientes tres fórmulas:

$Z_1 : p \rightarrow (q \wedge r), Z_2 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t, Z_3 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o.$

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\{Z_2, Z_3\} \models \neg Z_1$$