

# FLIGHT MECHANICS (MV)

EXAMEN PARCIAL

TIPO 1

Q1 2019/20

## Formulae

### 1. INTRODUCTION TO FLIGHT MECHANICS

#### a. Transformation matrix

$$L_{ba} = \begin{bmatrix} c\delta_2 c\delta_3 & c\delta_2 s\delta_3 & -s\delta_2 \\ s\delta_1 s\delta_2 c\delta_3 - c\delta_1 s\delta_3 & s\delta_1 s\delta_2 s\delta_3 + c\delta_1 c\delta_3 & s\delta_1 c\delta_2 \\ c\delta_1 s\delta_2 c\delta_3 + s\delta_1 s\delta_3 & c\delta_1 s\delta_2 s\delta_3 - s\delta_1 c\delta_3 & c\delta_1 c\delta_2 \end{bmatrix}$$

#### b. General equations

$$T \cos \epsilon \cos \nu - D - mg \sin \gamma - m\dot{V} = 0$$

$$T \cos \epsilon \sin \nu - Q + mg \cos \gamma \sin \mu + mV(\dot{\gamma} \sin \mu - \dot{\chi} \cos \gamma \cos \mu) = 0$$

$$-T \sin \epsilon - L + mg \cos \gamma \cos \mu + mV(\dot{\gamma} \cos \mu + \dot{\chi} \cos \gamma \sin \mu) = 0$$

$$\dot{x}_\theta = V \cos \gamma \cos \chi \quad / \quad \dot{y}_\theta = V \cos \gamma \sin \chi \quad / \quad \dot{z}_\theta = -V \sin \gamma$$

$$\dot{m} + \dot{\varphi} = 0$$

### 2. STATIC STABILITY AND CONTROL

#### a. Longitudinal stability

Total pitching moment about the center of gravity:

$$C_{M,cg} = C_{M,acwb} + C_{L,wb} (x_{cg} - x_{acwb}) - V_H C_{L,t}$$

$$C_{M,cg} = C_{M,acwb} + a_{wb} \alpha_{wb} \left( x_{cg} - x_{acwb} - V_H \frac{a_t}{a_{wb}} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \right) + V_H a_t (\dot{t}_1 + \epsilon_0)$$

#### b. Longitudinal control

$$C_{L,t} = a_t \alpha_t + \frac{dC_{L,t}}{d\delta_e} \delta_e$$

Change in pitching moment acting on the plane

$$\Delta C_M = \frac{dC_{M,cg}}{d\delta_e} \delta_e - V_H \frac{dC_{L,t}}{d\delta_e} \delta_e$$

Pitching moment equation:

$$C_{M,cg} = C_{M,0} + \frac{dC_{M,cg}}{dC_L} C_L + \frac{dC_{M,cg}}{d\delta_e} \delta_e \quad \text{with} \quad \frac{dC_{M,cg}}{dC_L} = (x_{cg} - x_n)$$

Directional and lateral stability and controllability forces and coefficient:

$$C_Y = C_{Y0} + C_{Y\beta} \beta + C_{Y\delta_a} \delta_a + C_{Y\delta_r} \delta_r \quad \text{with} \quad C_{Y\beta} = \frac{\partial C_Y}{\partial \beta}, \dots$$

$$C_n = C_{n0} + C_{n\beta} \beta + C_{n\delta_a} \delta_a + C_{n\delta_r} \delta_r$$

$$C_l = C_{l0} + C_{l\beta} \beta + C_{l\delta_a} \delta_a + C_{l\delta_r} \delta_r$$

#### c. Directional stability

Contribution of vertical tail to directional stability:

$$C_n = \frac{N_v}{q_w S b} = \frac{l_v S_v}{b S} \frac{q_v}{q_w} \frac{dC_{L_v}}{d\alpha_v} (\beta + \sigma)$$

$$\frac{dC_{n,v}}{d\beta} = \frac{l_v S_v}{b S} \frac{q_v}{q_w} \frac{dC_{L_v}}{d\alpha_v} \left( 1 + \frac{d\sigma}{d\beta} \right)$$

#### d. Directional control

Contribution of rudder to directional control:

$$C_n = \frac{N}{q_w S b} = - \frac{q_v}{q_w} \frac{l_v S_v}{S b} \frac{dC_{L_v}}{d\delta_r} \delta_r$$

$$\frac{dC_n}{d\delta_r} = - \frac{q_v}{q_w} \frac{l_v S_v}{S b} \frac{dC_{L_v}}{d\delta_r}$$

### 3. AIRCRAFT DYNAMICS

$$\tau = \frac{1}{|\operatorname{Re}(\lambda_i)|} \quad \zeta = \frac{|\operatorname{Re}(\lambda_i)|}{|\lambda_i|} = \frac{|\sigma_i|}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad \omega_n = |\lambda_i|$$

Sólo hay una respuesta correcta en cada una de las 40 preguntas de las que consta este exámen. Las preguntas con respuesta numérica han sido redondeadas al decimal correspondiente. Cada respuesta correcta suma 0.25 puntos. Cada respuesta incorrecta resta 0.25/4 puntos. En el caso de que la puntuación total del examen fuese negativa, la nota definitiva sería modificada a 0.

## EJERCICIOS (6 puntos)

NOTA: los 3 siguientes ejercicios son independientes entre sí, pero en todos ellos se utiliza el mismo avión y las condiciones que se describen a continuación.

Consider the following acrobatic single-engine turbojet:

- Its parabolic drag polar can be described with the following coefficients:  $C_{D0} = 3.5 \cdot 10^{-2}$  and  $k = 8.5 \cdot 10^{-3}$
- The airplane's lift coefficient  $C_L$  can be written as:  $C_L = 0.14 \cdot \alpha$  (where  $\alpha$  is expressed in degrees). This expression can be used up to a maximum value  $\alpha_{max} = 41^\circ$ . Please, note that  $C_L$  is the lift coefficient of the whole airplane
- The aeroplane total mass is 4850 kg, and can be considered constant in the three exercises
- The wing area is  $S=16 \text{ m}^2$
- The engine is fixed to the airplane's structure
- The gravity must be assumed as a constant, equal to  $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$  in the three exercises
- The atmospheric density can be estimated as the density at sea level ( $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ) in the three exercises

### 1 Actuaciones en un plano horizontal (2 pts)

El avión realiza un viraje regular en un plano horizontal a una altura constante y conocida (considera la densidad atmosférica igual a la de nivel de mar  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ). El vuelo es estacionario y simétrico. La trayectoria recorrida por el centro de gravedad de la aeronave es un círculo. A lo largo de toda la trayectoria  $\mu = 34^\circ$  y el ángulo de ataque de la velocidad es  $\alpha = 7^\circ$ . Asumamos en este ejercicio que el ángulo de ataque del empuje es  $0^\circ$ . En esas condiciones se pide calcular los valores de:

1. Velocidad base  $V_B$

- (a) 29.4 m/s
- (b) 57.6 m/s
- (c) 68.8 m/s
- (d) 49.4 m/s
- (e) 74.7 m/s

2. Factor de carga  $n$

- (a) 1.21
- (b) 1
- (c) 0
- (d) 1.79
- (e) 2.14

3. Velocidad aerodinámica  $V$  de la aeronave

- (a) 22.5 m/s
- (b) 78.0 m/s
- (c) 29.4 m/s
- (d) 39.2 m/s
- (e) 64.3 m/s

4. Resistencia aerodinámica adimensional  $\hat{D}$

- (a) 0.87
- (b) 1.54
- (c) 1
- (d) 3.05
- (e) 1.41

5. Eficiencia aerodinámica  $E$  a la que está volando esta aeronave

- (a) 29.0
- (b) 33.4
- (c) 38.7
- (d) 22.7
- (e) 45.9

6. Empuje  $T$

- (a) 48500 N
- (b) 12250.1 N
- (c) 2576.7 N
- (d) 497.4 N
- (e) 5786.5 N

7. Radio del círculo

- (a) 366.8 m
- (b) 11.6 m
- (c) 734.8 m
- (d) 549.3 m
- (e) 903.1 m

8. Parámetros de control de este vuelo, una vez que la aeronave ya se encuentra recorriendo la trayectoria circular

- (a)  $\alpha$
- (b)  $\alpha, \mu$
- (c) no tiene parámetros de control
- (d)  $\mu, \pi$
- (e)  $\alpha, \pi$

## 2 Sistemas de referencia - Actuaciones en un plano vertical (1.75 pts)

El avión realiza ahora un vuelo simétrico, rectilíneo y estacionario. Sabemos que está volando con un ángulo de asiento de la velocidad  $\gamma = 30^\circ$ , un ángulo de ataque de la velocidad  $\alpha = 5^\circ$  y un ángulo de ataque del empuje  $\varepsilon = 15^\circ$ . En esas condiciones, se pide:

9. El valor de  $\theta$
- (a)  $10^\circ$
  - (b)  $0^\circ$
  - (c)  $15^\circ$
  - (d)  $35^\circ$
  - (e)  $25^\circ$
10. El ángulo formado por el empuje  $\vec{T}$  y el eje  $x_b$
- (a)  $10^\circ$
  - (b)  $35^\circ$
  - (c)  $0^\circ$
  - (d)  $15^\circ$
  - (e)  $45^\circ$
11. El empuje expresado en los ejes horizonte local  $F_h$
- (a)  $T(\sqrt{2}/2, 0, -\sqrt{2}/2)^T$
  - (b)  $T(0, -\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)^T$
  - (c)  $T(0.5, 0, 0.5)^T$
  - (d)  $T(\sqrt{3}/2, 0, 0.5)^T$
  - (e)  $T(0.5, \sqrt{3}/2, 0)^T$
12. El ROC (rate of climb)
- (a)  $\sqrt{3} \cdot V/2$
  - (b)  $0.5 \cdot V$
  - (c)  $V$
  - (d)  $-V/\sqrt{2}$
  - (e)  $0.25 \cdot V$
13. La eficiencia aerodinámica con la que está volando la aeronave
- (a) 29.0
  - (b)  $\sqrt{2}$
  - (c) 12.5
  - (d) 21.7
  - (e) 17.9
14. La componente del peso en el eje  $x_w$
- (a)  $-\sqrt{2} \cdot W$
  - (b)  $\sqrt{3} \cdot W$
  - (c)  $W/\sqrt{2}$
  - (d)  $\sqrt{3} \cdot W/2$
  - (e)  $-0.5 \cdot W$

15. El ángulo que forma la sustentación con el eje  $x_b$
- (a)  $35^\circ$
  - (b)  $25^\circ$
  - (c)  $0^\circ$
  - (d)  $85^\circ$
  - (e)  $45^\circ$

## 3 Looping (2.25 pts)

En este ejercicio el avión realiza un looping regular. Es decir, la trayectoria es un círculo situado en un plano vertical, cuya valor del radio es  $R = 300\text{m}$ . El vuelo se realiza en condiciones simétricas y estacionarias. Asumamos en este ejercicio que el ángulo de ataque del empuje es  $0^\circ$ . El factor de carga en el punto más bajo de la trayectoria es 2.5. Considera que en todos los puntos de la trayectoria la densidad atmosférica es igual a la densidad a nivel de mar. En esas condiciones, se pide:

16. Factor de carga en el punto más alto de la trayectoria
- (a) 0
  - (b) 0.5
  - (c) -0.5
  - (d) 1
  - (e) -1
17. Velocidad de la aeronave
- (a) 29.4 m/s
  - (b) 45.0 m/s
  - (c) 67.1 m/s
  - (d) 21.2 m/s
  - (e) 53.4 m/s
18. Valor del  $C_L$  en el punto  $\gamma = 90^\circ$
- (a) 0
  - (b) 2.03
  - (c) 0.55
  - (d) 2.75
  - (e) 1.65
19. Factor de carga en el punto  $\gamma = 90^\circ$
- (a) 1.25
  - (b) 2
  - (c) 1.5
  - (d) 0
  - (e) 2.25
20. Valor de  $\hat{D}$  en el punto  $\gamma = 180^\circ$
- (a) 0.99
  - (b) 1.33

- (c) 1.53  
(d) 0.84  
(e) 2.62
21. Ángulo de ataque de la velocidad  $\alpha$  en el punto más alto de la trayectoria
- (a)  $11.8^\circ$   
(b)  $19.6^\circ$   
(c)  $14.5^\circ$   
(d)  $3.9^\circ$   
(e)  $41^\circ$
22. Valor mínimo de  $\hat{D}$  que experimenta la aeronave en su trayectoria
- (a) 1.53  
(b) 0.84  
(c) 1.33  
(d) 2.62  
(e) 0.99
23. Empuje de la aeronave en el punto más alto de la trayectoria
- (a) 4377.1 N  
(b) 1656.8 N  
(c) 3357.0 N  
(d) 5623.9 N  
(e) 7097.4 N
24. Eficiencia aerodinámica en el punto  $\gamma = 180^\circ$
- (a) 28.4  
(b) 0  
(c) 14.6  
(d) 1  
(e) 3.7
25. Considera la Tierra esférica, y que el planeta Tierra tarda exactamente 24 horas en completar una vuelta. Sabiendo que en  $t = 0$  s se cumple  $F_I = F_g$  (el sistema de referencia inercial y el geocéntrico son coincidentes), cuando hayan pasado 12 horas se cumplirá:
- (a) ninguna de las otras respuestas  
(b)  $-\vec{j}_g = \vec{i}_I$   
(c)  $\vec{j}_g = -\vec{j}_I$   
(d)  $\vec{i}_g = \vec{i}_I$   
(e)  $\vec{k}_g = -\vec{k}_I$
26. Considera la Tierra esférica, y que el planeta Tierra tarda exactamente 24 horas en completar una vuelta. Sabiendo que en  $t = 0$  s se cumple  $F_I = F_g$  (el sistema de referencia inercial y el geocéntrico son coincidentes), cuando hayan pasado 12 horas se cumplirá:
- (a) ninguna de las otras respuestas  
(b)  $-\vec{j}_g = \vec{i}_I$   
(c)  $\vec{j}_g = -\vec{j}_I$   
(d)  $\vec{i}_g = \vec{i}_I$   
(e)  $\vec{k}_g = -\vec{k}_I$
27. Una aeronave está volando en condiciones de mínima resistencia aerodinámica, con una velocidad  $V = 2 \cdot V_B$ . En esas condiciones se puede afirmar:
- (a)  $\hat{D} = 2$   
(b) ninguna de las otras respuestas  
(c)  $C_L = 2 \cdot C_{L,opt}$   
(d)  $\alpha = \alpha_{opt}$   
(e)  $\hat{D} = \sqrt{2}$
28. Considera la tierra esférica. Un sistema de referencia tierra  $F_e$  tiene una posición respecto al sistema geocéntrico  $F_g$  que viene dada por los siguientes ángulos de longitud y latitud, respectivamente:  $\tau_e = 180^\circ$ ,  $\lambda_e = 45^\circ$ . En esas condiciones se cumple:
- (a) ninguna de las otras respuestas  
(b)  $\vec{j}_e = \vec{j}_g$   
(c)  $\vec{k}_e = \vec{k}_g$   
(d)  $\vec{i}_e = \vec{i}_g$   
(e)  $\vec{i}_e = -\vec{k}_g$
29. De la matriz de transformación entre  $F_w$  y  $F_b$ , el término  $L_{bw,32}$  (término de la fila 3, columna 2) es igual a:
- (a) 0  
(b)  $-\sin\alpha\sin\beta$   
(c) ninguna de las otras respuestas  
(d)  $-\cos\alpha\sin\beta$   
(e)  $\sin\alpha\cos\beta$
30. Un planeador está planeando en condiciones simétricas, rectilíneas y estacionarias en un plano vertical con  $V = 45\text{m/s}$ . Este vuelo tiene (Nota: g.d.l. son grados de libertad, p.d.c. son parámetros de control):
- (a) 0 g.d.l. y 0 p.d.c.  
(b) 1 g.d.l. y 1 p.d.c.  
(c) 1 g.d.l. y 0 p.d.c.  
(d) ninguna de las otras respuestas  
(e) 0 g.d.l. y 1 p.d.c.
31. Un planeador en vuelo simétrico, rectilíneo y estacionario vuela en un plano vertical con una  $D = 2500\text{ N}$  y  $E = 3$ . ¿Cuánto vale su peso?

## TEST DE TEORIA (4 puntos)

25. Considera en esta pregunta que el planeta Tierra es esférico. Un avión vuela de norte a sur, siguiendo un meridiano situado en una longitud de valor constante  $\tau$ . Podemos escribir su velocidad en los ejes horizonte local de la siguiente manera:
- (a)  $(0, -V, 0)^T$   
(b)  $(-V, 0, 0)^T$   
(c)  $(0, 0, V)^T$   
(d)  $(0, 0, -V)^T$   
(e) ninguna de las otras respuestas

- (a) 7905.7 N  
 (b) ninguna de las otras respuestas  
 (c) 11180.3 N  
 (d) 5000.0 N  
 (e) 3535.5 N
32. Un planeador está planeando en condiciones simétricas, rectilíneas y estacionarias en un plano vertical. Su velocidad es  $\vec{V} = (10\vec{i}_e + 1\vec{k}_e)$  m/s. En esas condiciones de vuelo, ¿cuánta distancia habrá descendido en 100 segundos?:
- (a) ninguna de las otras respuestas  
 (b) 10 m  
 (c) 100 m  
 (d) 11 m  
 (e) 0 m
33. Un avión con polar parabólica está volando con  $C_L = 2 \cdot C_{L,opt}$ . En ese caso  $C_D$  vale:
- (a)  $2 \cdot C_{D0}$   
 (b) ninguna de las otras respuestas  
 (c)  $3 \cdot k$   
 (d)  $5 \cdot C_{D0}$   
 (e)  $\sqrt{C_{D0} \cdot k}$
34. El peso  $\vec{W}$  se expresa en los ejes viento  $F_w$  de la siguiente manera:
- (a)  $W(-\sin\theta, \sin\phi\cos\theta, \cos\phi\cos\theta)^T$   
 (b)  $W(\cos\theta\cos\psi, \cos\theta\sin\psi, -\sin\theta)^T$   
 (c)  $W(\cos\gamma, -\sin\gamma\sin\mu, \sin\gamma\cos\mu)^T$   
 (d) ninguna de las otras respuestas  
 (e)  $W(-\sin\gamma, \cos\gamma\sin\mu, \cos\gamma\cos\mu)^T$
35. Una aeronave está realizando un vuelo en el cual  $\gamma = 0^\circ$  en todo instante, pero  $\mu$  y  $\chi$  están constantemente cambiando con el tiempo. La velocidad angular  $\vec{\omega}_{wh}$  de esta aeronave es:
- (a)  $\dot{\chi}\vec{k}_h + \dot{\mu}\vec{i}_h$   
 (b) ninguna de las otras respuestas  
 (c)  $\dot{\chi}\vec{k}_h + \dot{\mu}\vec{i}_w$   
 (d)  $\dot{\chi}\vec{i}_w + \dot{\mu}\vec{j}_w$   
 (e)  $\dot{\chi}\vec{j}_h + \dot{\mu}\vec{k}_w$
36. El término 3-3 de la matriz  $R_1$  es:
- (a) 0  
 (b)  $\sin\delta_2$   
 (c)  $-\cos\delta_3$   
 (d) 1  
 (e) ninguna de las otras respuestas
37. De una aeronave tenemos la siguiente información: tiene una polar del avión parabólica con  $C_{D0} = 0.02$  y  $k = 0.04$ , y también sabemos que  $C_{L\alpha} = 0.25$  y  $W = 35000$  N. Esta aeronave está desarrollando una maniobra con un factor de carga igual a 2.5. ¿Cuánto vale la resistencia aerodinámica mínima que puede tener en estas condiciones?
- (a) ninguna de las otras respuestas  
 (b) 3130.5 N  
 (c) 1979.9 N  
 (d) 44.5 N  
 (e) 4949.7 N
38. Una aeronave con el motor fijado a la estructura está realizando un vuelo simétrico en un plano vertical. Sabemos además que la posición del estabilizador horizontal está fijada, generando un  $\alpha = 12^\circ$ . Este vuelo tiene (Nota: g.d.l. son grados de libertad, p.d.c. son parámetros de control):
- (a) 3 g.d.l. y 3 p.d.c.  
 (b) 3 g.d.l. y 2 p.d.c.  
 (c) 1 g.d.l. y 2 p.d.c.  
 (d) 1 g.d.l. y 1 p.d.c.  
 (e) 2 g.d.l. y 1 p.d.c.
39. Sean dos sistemas de referencia genéricos  $F_a$  y  $F_b$ , y sean  $F_1$  y  $F_2$  el primer y el segundo sistemas de referencia intermedios, respectivamente, que aparecen al girar desde  $F_a$  hasta  $F_b$ . Considerando que  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  y  $\delta_3$  son diferentes de cero, podemos asegurar que se cumple:
- (a) ninguna de las otras respuestas  
 (b)  $\vec{j}_1 = \vec{k}_a$   
 (c)  $\vec{j}_a = \vec{i}_b$   
 (d)  $\vec{i}_1 = \vec{i}_b$   
 (e)  $\vec{j}_1 = \vec{j}_a$
40. Una aeronave está realizando un viraje regular (la trayectoria es un círculo de radio R) en condiciones simétricas y estacionarias. La componente del peso  $\vec{W}$  en el eje  $y_w$  vale:
- (a)  $-W \sin\varepsilon$   
 (b)  $W \sin\mu$   
 (c)  $W \cos\mu$   
 (d) ninguna de las otras respuestas  
 (e)  $W \cos\varepsilon$

# MV - EX. PARCIAL Q1 19/20

Nombre \_\_\_\_\_

Apellidos \_\_\_\_\_

DNI/NIE \_\_\_\_\_

TIPO 1

	DNI/NIE								TIPO	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- 1  A  B  C  D  E
- 2  A  B  C  D  E
- 3  A  B  C  D  E
- 4  A  B  C  D  E
- 5  A  B  C  D  E
- 6  A  B  C  D  E
- 7  A  B  C  D  E
- 8  A  B  C  D  E
- 9  A  B  C  D  E
- 10  A  B  C  D  E
- 11  A  B  C  D  E
- 12  A  B  C  D  E
- 13  A  B  C  D  E
- 14  A  B  C  D  E
- 15  A  B  C  D  E
- 16  A  B  C  D  E
- 17  A  B  C  D  E
- 18  A  B  C  D  E
- 19  A  B  C  D  E
- 20  A  B  C  D  E
- 21  A  B  C  D  E
- 22  A  B  C  D  E
- 23  A  B  C  D  E
- 24  A  B  C  D  E
- 25  A  B  C  D  E
- 26  A  B  C  D  E
- 27  A  B  C  D  E
- 28  A  B  C  D  E
- 29  A  B  C  D  E
- 30  A  B  C  D  E
- 31  A  B  C  D  E
- 32  A  B  C  D  E

- 33  A  B  C  D  E
- 34  A  B  C  D  E
- 35  A  B  C  D  E
- 36  A  B  C  D  E
- 37  A  B  C  D  E
- 38  A  B  C  D  E
- 39  A  B  C  D  E
- 40  A  B  C  D  E