

**RESOLUCIÓN POSIBLE para la Segunda Parte**

- 1) El teorema de Gauss para
- $D$
- proporciona

$$D_1 = D_2 = D_3 = \sigma = 3\varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_0 E_2 = 3\varepsilon_0 E_3$$

por lo que se puede determinar el potencial en cada zona con la condición  $V(0) = V_0$  y la continuidad del potencial en la frontera de cada zona. El resultado es

$$E_1 = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0} = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow V = V_0 - \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}x \quad (0 \leq x \leq d)$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow V = V_0 + \frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}d - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}x \quad (d \leq x \leq 2d)$$

$$E_3 = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0} = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow V = V_0 - \frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}d - \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}x \quad (2d \leq x \leq 3d)$$

El potencial en la zona 3 se anula en  $x = 3d$  por lo que

$$V_0 - \frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}d - \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}3d = 0 \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{3\varepsilon_0 V_0}{5d}}$$

- 2) Sustituyendo en las primeras expresiones de 1), resulta

$$\boxed{D_1 = D_2 = D_3 = \frac{3\varepsilon_0 V_0}{5d} i}$$

- 3) Sustituyendo en las expresiones del campo eléctrico de 1), se obtiene

$$\boxed{E_1 = E_3 = \frac{V_0}{5d} i \quad E_2 = \frac{3V_0}{5d} i}$$

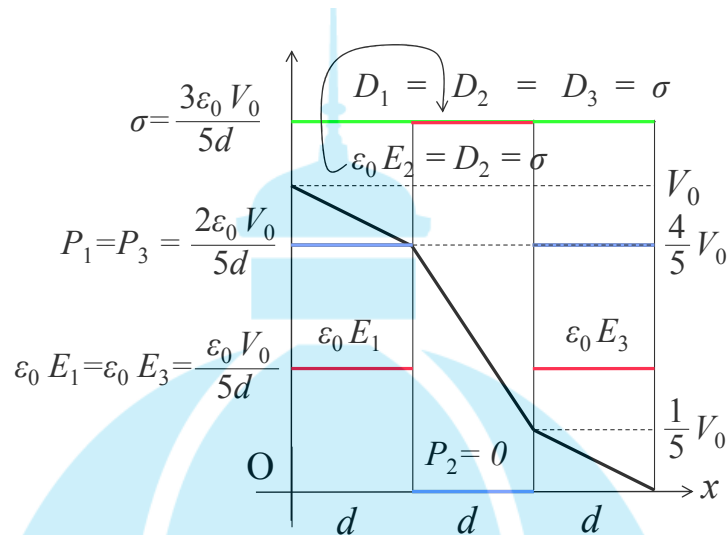
- 4) Sustituyendo
- $\sigma$
- en las expresiones del potencial de 1), se obtiene

$$\boxed{\begin{aligned} V &= V_0 \left(1 - \frac{x}{5d}\right) & (0 \leq x \leq d) \\ V &= V_0 \left(\frac{7}{5} - \frac{3x}{5d}\right) & (d \leq x \leq 2d) \\ V &= V_0 \left(\frac{3}{5} - \frac{x}{5d}\right) & (2d \leq x \leq 3d) \end{aligned}}$$

- 5) Utilizando
- $P = D - \varepsilon_0 E$
- en cada zona con los valores ya obtenidos, se encuentra

$$\boxed{P_1 = P_3 = \frac{2\varepsilon_0 V_0}{5d} i \quad P_2 = 0}$$

6) El gráfico solicitado es el siguiente



7) Las densidades superficiales de polarización responden a  $\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}$  por lo que aplicándola a cada superficie de ambos dieléctricos resulta

$$-\sigma_p(0) = \sigma_p(d) = -\sigma_p(2d) = \sigma_p(3d) = \frac{2\varepsilon_0 V_0}{5d}$$

8) Como la polarización es uniforme,

$$\kappa_{p1} = \kappa_{p3} = 0$$

9) La capacidad es

$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{S\sigma}{V_0} \Rightarrow C = \frac{3\varepsilon_0 S}{5d}$$

10) La energía del condensador es

$$U_e = \frac{1}{2} CV_0^2 \Rightarrow U_e = \frac{3\varepsilon_0 V_0^2 S}{10d}$$

E.T.S.I.I.  
 Departamento de  
 Física Aplicada  
 a la Ingeniería  
 Industrial