

Se permite utilizar un libro de fórmulas y tablas matemáticas.

Cada pregunta puntúa hasta 2,5 puntos. Hay que aprobar cada parte (cuestiones y problemas) por separado.

Cuestiones: conteste razonadamente, ajustándose a las preguntas y explicando lo que haga.

Problemas: debe resolverlos, no sólo decir cómo se se podrían resolver ni poner la solución; **hay que resolverlos realmente, explicando con claridad los pasos y discutir los resultados.**

Recuerde definir **todas** las variables que use y **explicar** las aproximaciones, la notación y las fórmulas que utilice.

No haga números hasta haber obtenido una expresión algebraica (estime entonces en órdenes de magnitud).

CUESTIONES

C1.- a) Haga un breve resumen, sin desarrollos matemáticos pero explicando con claridad las aproximaciones físicas que se llevan a cabo, del modelo de Debye.

b) Indique las consecuencias fundamentales de dicho modelo, y en particular cómo se compara con los resultados experimentales.

c) Haga una breve exposición de la importancia de las consecuencias físicas de la introducción de los términos anarmónicos en la descripción de los fenómenos vibratorios de las redes cristalinas. ¿Cuáles son las magnitudes físicas que requieren de dichos términos para ser explicadas?

C2.- Podemos suponer que la aproximación de Drude-Sommerfeld, con una superficie de Fermi esférica, es adecuada para describir algunas de las propiedades del platino. Se supone también que los electrones proceden del nivel $6s^1$ del átomo.

a) Determine la densidad electrónica.

b) Encuentre la relación entre la resistividad eléctrica a temperatura $T = 0$ K y los parámetros que se dan más abajo (ρ , τ , etc), en los datos. Evalúe dicha resistividad eléctrica a temperatura $T = 0$ K.

c) Deduzca la expresión para el vector de Fermi k_F , y calcule la energía de Fermi del metal (en eV).

Datos del platino:

Estructura cúbica centrada en las caras (FCC); densidad $\rho = 21,45$ g/cm³; peso atómico, 195; tiempo de relajación $\tau = 3 \times 10^{-14}$ s.

PROBLEMAS

P1.- Para estudiar las propiedades vibracionales a lo largo de algunas direcciones de simetría de un cristal de moléculas diatómicas (por ejemplo, de H₂), se propone el siguiente modelo unidimensional, en el que suponemos que solamente hay interacción entre primeros vecinos.

Sea una cadena de átomos iguales de masa M , separados una distancia $\frac{1}{2}a$, en los que las constantes de fuerza entre ellos toman alternativamente los valores C_1 y C_2 (siendo una de ellas bastante mayor que la otra, ya que estamos haciendo un modelo para un cristal molecular, con una interacción débil entre moléculas adyacentes).

(a) Encontrar la expresión analítica de la relación de dispersión $\omega^2(q)$, entre la frecuencia ω de los modos normales de vibración y su vector de onda q . Hacer un bosquejo de la misma.

(b) Evaluar la relación de dispersión para $q = 0$ y $q = \pi/a$.

(c) Si el cristal real tridimensional tuviera una simetría cúbica simple, ¿qué dirección podríamos hacer equivalente al modelo propuesto (esto es, cuál dirección de los fonones podríamos estudiar con este modelo)?

Nota: Para representar la relación de dispersión $\omega^2(q)$, supóngase que $C_1 = 10C_2$.

P2.- Supongamos una red cúbica centrada en el cuerpo BCC, formada por esferas duras A, cada una de radio a . Centrado en cada cara existe un hueco donde podría alojarse una esfera B cuyo radio máximo sea b , que corresponde al radio que tiene una esfera en contacto con las seis esferas A vecinas.

a) Determinar la estructura cristalina resultante (la formada el conjunto de dichas esferas A y B) si se supone que la red de Bravais es una cúbica simple. Detallar las posiciones de cada uno de los elementos de la base.

b) Calcular ese radio b y la fracción de ocupación que tendría la estructura cristalina mencionada.

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s, $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $R_\infty = 109737$ cm⁻¹, $N_A = 60,2 \times 10^{22}$ mol⁻¹, $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J K⁻¹, 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J, $\mu_b = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \times 10^{-24}$ J T⁻¹, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹, $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/me^2 \simeq 0,52$ Å, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9$ m³ kg s⁻² C⁻², $\lambda_C = h/(m_e c) = 0,024$ Å.