

Puede usar: calculadora no programable; libro de fórmulas y tablas matemáticas (sin anotaciones ni añadidos). Cada pregunta se puntúa hasta 2,5 puntos. Es necesario aprobar cuestiones y problemas por separado. La evaluación del examen es global.

CUESTIONES Conteste razonando, ajustándose a las preguntas y explicando lo que haga.

Cuestión 1.- En una cadena monoatómica unidimensional, la velocidad de fase de las vibraciones de los átomos de la cadena, $v_f = \omega(k)/k$, y su velocidad de grupo, $v_g = \partial\omega/\partial k$, coinciden (y son iguales a la velocidad del sonido v_s) en el límite de onda larga ($k \rightarrow 0$), $v_f = v_g = v_s$. Sin embargo, fuera de ese límite no se cumple la igualdad.

- Calcule las funciones $v_f(k)$ y $v_g(k)$ para $k \in (0, \pi/a)$, y representélas.
- ¿Qué valores toman ambas para $k = \pi/a$?
- ¿Cuál es la interpretación del valor de $v_g(k = \pi/a)$?

Cuestión 2.- Describa, dibuje esquemáticamente y dé las posiciones atómicas de las siguientes estructuras: CS, FCC, BCC, diamante, NaCl, CsCl, ZnS (zinc-blenda).

PROBLEMAS No debe decir cómo se podrían resolver, ni poner la posible solución, sino **resolverlos realmente, explicar con claridad los pasos y discutir los resultados**. Defina todas las variables que use y **explique** aproximaciones, notación y fórmulas.

Obtenga una expresión algebraica y entonces estime numéricamente órdenes de magnitud.

Problema 1.-

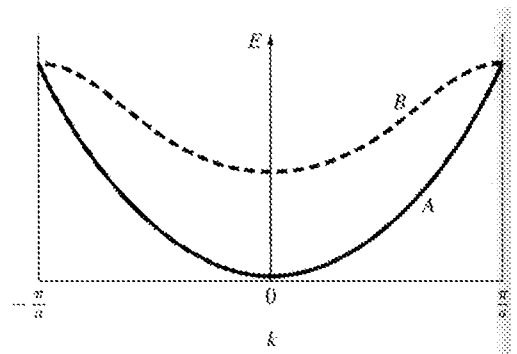
Para sistemas unidimensionales, la figura muestra la relación de dispersión $\varepsilon(k)$ de un electrón libre (en línea continua) y de un electrón en un semiconductor (en línea discontinua).

Para ambos casos, el electrón libre y el electrón en un semiconductor, dibuje un esquema claro de las siguientes magnitudes, representando en las abscisas los valores de k , y discutiendo los resultados que obtenga.

- $dE(k)/dk$.
- $d^2E(k)/dk^2$.
- La masa efectiva.

Una vez que haya discutido los resultados para la masa efectiva, parecería que para describir la dinámica de los electrones

en el cristal la aproximación de la masa efectiva no es muy adecuada. ¿Por qué se podría pensar eso? ¿Es eso consistente con el hecho de que dicha aproximación es de uso habitual en los semiconductores, por ejemplo? Discuta con detalle ese punto.



Problema 2.- Se sabe que el Li (que es un metal monovalente) cristaliza en una red BCC, con parámetro de la red $a = 3,495 \text{ \AA}$. A unos 4,2 K se ha observado experimentalmente que, en hilos muy finos de litio, hay colisiones de electrones del metal con las fronteras de la muestra. Como consecuencia, se ha estimado que el camino libre medio de los electrones en un cristal tridimensional de Li a esa temperatura es del orden de $\ell = 1,6 \times 10^{-2} \text{ cm}$. Por otra parte, se sabe que, a dicha temperatura, la resistividad es $\rho = 7,0 \times 10^{-10} \text{ ohm cm}$ y que la densidad de electrones (obtenida de datos del efecto Hall) es $n = 3,7 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$.

Obteniendo primeramente las expresiones algebraicas correspondientes,

- estime el valor del radio de la superficie de Fermi (suponiéndola esférica).
- estime el cociente entre k_F y la distancia más corta k_{\min} que hay en el espacio recíproco desde el origen hasta la frontera de la PZB. ¿Cómo se compara con el valor teórico, que es 0,876 para un metal monovalente BCC?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $R_\infty = 109737 \text{ cm}^{-1}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $\mu_b = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $a_o = 4\pi\epsilon_o\hbar^2/m_e^2 \simeq 0,52 \text{ \AA}$, $1/(4\pi\epsilon_o) = 9 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ kg s}^{-2} \text{ C}^{-2}$, $\lambda_C = h/(m_e c) = 0,024 \text{ \AA}$.