

Puede usar: calculadora no programable; libro de fórmulas y tablas matemáticas (sin anotaciones ni añadidos). Cada pregunta se puntúa hasta 2,5 puntos. Es necesario aprobar cuestiones y problemas por separado. La evaluación del examen es global.

CUESTIONES. Conteste razonadamente, ajustándose a las preguntas y explicando lo que haga.

Cuestión 1.- (a) Explique con claridad, pero sin hacer un desarrollo matemático, el modelo de electrones fuertemente ligados.

(b) En un sólido determinado, se sabe que a lo largo de una determinada dirección k_X del espacio recíproco la relación de dispersión para la banda de conducción es

$$\varepsilon(k_X) = A + B |\sin(k_X a)|,$$

donde a es el parámetro de red.

Calcular la masa efectiva de los electrones en las cercanías del mínimo de la banda y establecer una relación entre ella y la anchura de la banda.

Cuestión 2.- (a) Explique en detalle el concepto de densidad de estados y su origen.

(b) Explique qué sucede cuando se encuentran singularidades en la densidad de estados.

PROBLEMAS. No debe decir cómo se podrían resolver, ni poner la posible solución, sino **resolverlos realmente, explicar con claridad los pasos y discutir los resultados.** Defina **todas** las variables que use y **explique** aproximaciones, notación y fórmulas.

Obtenga una expresión algebraica y entonces estime numéricamente órdenes de magnitud.

P1.- Consideremos una estructura cristalina cúbica que consiste en átomos tipo A en el centro del cubo y átomos del tipo B en los centros de las caras del cubo. Tómense f_A y f_B como los factores atómicos de forma de los átomos A y B, respectivamente.

(a) Calcular el factor de estructura correspondiente a dicho compuesto cúbico.

(b) En el caso de que los factores atómicos de forma sean $f_A = f_B$, calcular los factores de estructura para los planos (1 0 0), (1 1 0), (1 1 1), (1 2 0), (1 2 1), (2 1 2).

(c) En el caso (b), determínese para qué familias de planos se producirán extinciones sistemáticas.

P2.- Queremos describir alguna de las propiedades del aluminio utilizando la aproximación de Drude-Sommerfeld (y suponemos que los electrones proceden de los niveles 3s y 3p del átomo).

(a) Determine la densidad electrónica del metal.

(b) A temperatura $T = 0$ K, encuentre la relación algebraica que existe entre la conductividad eléctrica σ , la densidad electrónica n_e y el tiempo de relajación τ del metal.

Evalúe la conductividad eléctrica a temperatura $T = 0$ K.

(c) Deduzca la expresión para el vector de Fermi k_F , y calcule la energía de Fermi del metal (en eV).

Datos para el aluminio: $Z = 13$, peso atómico, 27; estructura cúbica centrada en las caras (FCC); densidad másica $\rho = 2,7$ g/cm³; tiempo de relajación $\tau = 0,8 \times 10^{-14}$ s.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $R_\infty = 109737$ cm⁻¹, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K⁻¹, 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J, $\mu_b = e\hbar / (2m_e) = 9,27 \cdot 10^{-24}$ J T⁻¹, $c = 3 \cdot 10^8$ m s⁻¹, $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2 / me^2 \simeq 0,52$ Å, $1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ m³ kg s⁻² C⁻², $\lambda_C = h / (m_e c) = 0,024$ Å.