**Nombre:** **Número de matrícula:**

- **sólo una respuesta es correcta**
- **las respuestas incorrectas no restan puntos**
- **usar por favor bolígrafo, pluma o rotulador**
- **usar estas mismas hojas para hacer los cálculos**
- **60 min, 0.5 puntos cada problema**

**Las soluciones aparecerán en AulaWeb dentro de los dos días hábiles siguientes a la finalización de la prueba.**

$i = 1..5$

$var = 1$

$sen(x) = sin(x)$

$arctan(x) = atan(x)$

$arcsen(x) = asin(x)$

| $n\_aux_i =$ | $m\_aux_i =$ | $pA\_aux_i =$ | $pB\_aux_i =$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 2.45 | 3.34 |
| 4 | 3 | 4.67 | 7.23 |
| 6 | 3 | 6.01 | 2.38 |
| 3 | 6 | 3.55 | 5.32 |
| 6 | 4 | 6.86 | 4.93 |

$n = n\_aux_{var}$ $m = m\_aux_{var}$ $pA = pA\_aux_{var}$ $pB = pB\_aux_{var}$

1. Un nylon se fabrica a partir de un diácido HOOC-$(CH_2)_n$-COOH, con $n = 2$ (A) y una diamina $H_2N$-$(CH_2)_m$-$NH_2$ con $m = 5$ (B). Los precios de las materias primas A y B son $pA = 2.45$ €/kg y $pB = 3.34$ €/kg. Determinar el coste de materias primas necesarias para fabricar 1 tonelada de nylon.

Sol.:

$Mw_A = (2+n)\cdot 12 + 4\cdot 16 + (2+2n)\cdot 1$ $Mw_A = 118$ kg/kmol de A

$Mw_B = m\cdot 12 + 2\cdot 14 + (4+2m)\cdot 1$ $Mw_B = 102$ kg/kmol de B

$Mw_{nylon} = Mw_A + Mw_B - 2\cdot 18$ $Mw_{nylon} = 184$ kg/kmol de UER de nylon

Por tanto se necesitarán

$$N_{nylon} = \frac{1000}{Mw_{nylon}} \qquad N_{nylon} = 5.435$$ kmol de UER de nylon

y el mismo número de kmoles de A y de B. Por tanto el coste total de materias primas es:

$N_A = N_{nylon}$ $N_B = N_{nylon}$

$N_A\cdot Mw_A + N_B\cdot Mw_B = 1196$ kg de materias primas. La diferencia con los 1000 kg se pierde en forma de agua.

1

$N_A \cdot Mw_A \cdot pA + N_B \cdot Mw_B \cdot pB = 3423$ **€/Tm de nylon**

---

- 6613 €/Tm de nylon
- 5121 €/Tm de nylon
- 7201 €/Tm de nylon
- 3423 €/Tm de nylon
- 5763 €/Tm de nylon
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

2. Dos óxidos cerámicos AO y BO forman soluciones sólidas ideales (es decir la mezcla de volúmenes es lineal en la composición) en todo el intervalo de composición, desde AO puro hasta BO puro. Las densidades de los dos óxidos puros son $\rho AO = 2.654 \times 10^3$ kg/m$^3$ y $\rho BO = 5.434 \times 10^3$ kg/m$^3$. Determinar la densidad de una solución sólida de AO y BO que contiene una fracción másica $xAO = 0.32$ del óxido AO.

Sol.:

El volumen que ocupa un kg de disolución sólida es:

$$V = \frac{xAO}{\rho AO} + \frac{xBO}{\rho BO} \qquad V = 2.457 \times 10^{-4} \quad \text{m}^3\text{/kg de disolución}$$

Su densidad es el inverso de este volumen específico:

$$\frac{1}{V} = 4070 \quad \text{kg/m}^3 \text{ de disolución}$$

- 4070 kg/m$^3$ de disolución
- 4844 kg/m$^3$ de disolución
- 3998 kg/m$^3$ de disolución
- 3912 kg/m$^3$ de disolución
- 5259 kg/m$^3$ de disolución
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

3. De modo aproximado, la piel tiene una estructura laminar de dos capas paralelas. Cada capa es homogénea e isótropa. La nicotina tiene difusividades diferentes en cada capa. Los espesores y las difusividades de la nicotina en cada una de las capas son: $\delta 1 = 2.2 \times 10^{-4}$ m, $\delta 2 = 1.52 \times 10^{-3}$ m, $D1 = 1.33 \times 10^{-8}$ $m^2/s$ y $D2 = 5.62 \times 10^{-9}$ $m^2/s$, respectivamente. Determina cuál es la difusividad de la nicotina perpendicularmente a la piel; consiera la piel como un material compuesto.

**Sol.: para la ecuación constitutiva de la difusión másica (ver 04_01_01), la difusión perpendicularmente a la piel es en condiciones de isoflujo, y la difusividad es el análogo de la conductividad eléctrica. La difusividad de la piel es por tanto:**

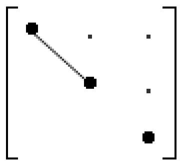
**Fracciones volumétricas:** $V_1 = \dfrac{\delta 1}{\delta 1 + \delta 2}$ $\qquad V_2 = 1 - V_1$

$$D = \left( \frac{V_1}{D1} + \frac{V_2}{D2} \right)^{-1} \qquad D = 6.063 \times 10^{-9} \ \mathbf{m^2/s}$$

- $6.063 \times 10^{-9}$ $m^2/s$
- $5.483 \times 10^{-8}$ $m^2/s$
- $1.609 \times 10^{-8}$ $m^2/s$
- $9.076 \times 10^{-9}$ $m^2/s$
- $3.340 \times 10^{-8}$ $m^2/s$
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

4. El $Na_2CoP_2O_7$ es un material cerámico iónico conductor de la corriente eléctrica. Su estructura es tetragonal. Sus conductividades en las direcciones convencionales 1 y 3 son respectivamente $\sigma 1 = 6.16 \times 10^{-3}$ S/m y $\sigma 3 = 1.57 \times 10^{-3}$ S/m. Determina cuál es su conductividad en una dirección que está en el plano definido por las direcciones convencionales 1 y 2, y que forma un ángulo de $\theta = 0.21$ radianes con el eje 1.

Sol.: la conductividad eléctrica es una propiedad tensorial de 2º orden simétrica. La estructura de la propiedad para el sistema tetragonal está en 08_01_01:



Por tanto el material es isótropo en el plano 1-2 y las propiedades de 2º orden en cualquier dirección contenida en ese plano son las mismas que en las direcciones de los ejes convencionales, por tanto, sin hacer ningún cálculo:

$\sigma = \sigma 1$ $\quad$ $\sigma = 6.16 \times 10^{-3}$ S/m

Si se quiere comprobar este resultado, trabajando más, usamos la expresión de una propiedad de segundo orden simétrica, en una dirección definida por un vector unitario en la dirección indicada en el enunciado (ver 08_01_01):

Vector unitario en la dirección dada: $l = \begin{pmatrix} cos(\theta) \\ sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad$ $l = \begin{pmatrix} 0.978 \\ 0.208 \\ 0 \end{pmatrix}$

Conductividad en los ejes cartesianos convencionales: $\sigma = \begin{pmatrix} \sigma 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma 3 \end{pmatrix}$

La conductividad en la dirección dada es: $\sigma = l_i l_j \sigma_{ij}$

Y nuevamente: $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left( l_i \cdot l_j \cdot \sigma_{i,j} \right) = 6.16 \times 10^{-3}$ S/m

O bien, como s es diagonal, la expresión anterior se reduce a: $\sum_{i=1}^{3} \left[ \left( l_i \right)^2 \cdot \sigma_{i,i} \right] = 6.16 \times 10^{-3}$ S/m

Puede comprobarse, trabajando aún más, calculando la conductividad en un sistema de ejes nuevo, rotado en torno al eje 3, y de manera que, p.ej. el eje 1 apunte en la dirección especificada en el enunciado. La componente 1,1 de la propiedad transformada es entonces la magnitud pedida:

$$L = \begin{pmatrix} cos(\theta) & sin(\theta) & 0 \\ -sin(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L\cdot\sigma\cdot L^T = \begin{pmatrix} 6.16\times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 6.16\times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1.57\times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\left(L\cdot\sigma\cdot L^T\right)_{1,1} = 6.16\times 10^{-3}$$ S/m

**El mismo resultado se debe obtener haciendo que sea el eje 2 el que apunta en la dirección especificada en el enunciado. En este caso es la componente 2,2 de la propiedad transformada la que nos da la magnitud pedida:**

$$L = \begin{pmatrix} sen(\theta) & -cos(\theta) & 0 \\ cos(\theta) & sen(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L\cdot\sigma\cdot L^T = \begin{pmatrix} 6.16\times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 6.16\times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1.57\times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\left(L\cdot\sigma\cdot L^T\right)_{2,2} = 6.16\times 10^{-3}$$ S/m

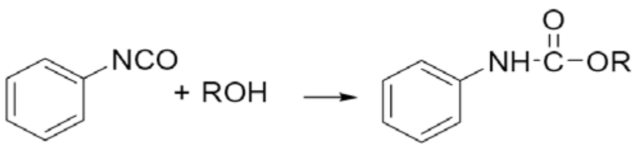
---

- $2.36\text{x}10^{-3}$ S/m
- $0.87\text{x}10^{-3}$ S/m
- $5.10\text{x}10^{-3}$ S/m
- $6.16\text{x}10^{-3}$ S/m
- $3.22\text{x}10^{-3}$ S/m
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

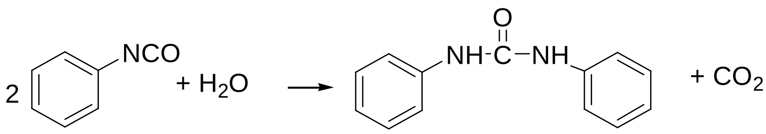
5. El polióxido de etileno (P) es un poliéter con la siguiente estructura química:

Polióxido de etileno: $HO{-}CH_2{-}CH_2{-}\left(O{-}CH_2{-}CH_2\right)_n{-}OH$ **P**

Para conseguir P con un grado de polimerización ("n" en la fórmula anterior) determinado, es necesario hacer reaccionar los grupos alcohol con un reactivo apropiado, tal como el isocianato de fenilo (A). Este reactivo (A) reacciona con los grupos alcohol formando uretanos (B) (reacción I), y además con agua produciendo difenilurea (U) y dióxido de carbono (D) (reacción II):




reacción I




reacción II

El análisis de 100g de polióxido de etileno en un medio acuoso indica que se consumen $M_{tot\_A} = 5.925$ g de isocianato de fenilo con desprendimiento de $V_{CO2} = 210$ ml de dióxido de carbono a $P = 1$ atmósfera y $T = 25$º C. Calcular el grado de polimerización n del polióxido de etileno (P). Usar como constante de los gases $R = 8.314 \times 10^3$ J/kmol.K y la equivalencia 1 atmósfera = 101325 Pa.

**Sol.: masas moleculares:** $Mw_C = 12$ $Mw_H = 1$ $Mw_O = 16$ $Mw_N = 14$

$Mw_A = 6 \cdot Mw_C + 5 \cdot Mw_H + 1Mw_N + 1Mw_C + 1Mw_O$ $Mw_A = 119$ kg/kmol

$Mw_U = 2 \cdot 6 \cdot Mw_C + 2 \cdot 5 \cdot Mw_H + 2 \cdot 1Mw_N + 2 \cdot 1Mw_H + 1Mw_C + 1Mw_O$ $Mw_U = 212$ kg/kmol

$Mw_D = 1 \cdot Mw_C + 2 \cdot Mw_O$ $Mw_D = 44$ kg/kmol

$Mw_{UER} = Mw_O + 2 \cdot Mw_C + 4Mw_H$

**El $CO_2$ producido proviene de la reacción de A con el agua de la disolución por la reacción II. Por la estequiometría de esta reacción, cada mol de $CO_2$ producido corresponde a un consumo de dos moles de isocianato A (los factores numéricos en la fórmula siguiente son de conversión al sistema SI):**

$$N_{CO2} = \frac{V_{CO2} \cdot 10^{-6} \cdot P \cdot 101325}{R \cdot (T + 273)} \qquad N_{CO2} = 8.588 \times 10^{-6}$$ kmol de $CO_2$

El consumo de A (en kmol) por la reacción II es por tanto el doble de esta cantidad.
El resto de A se consume por la reacción I con los grupos -OH terminales del polímero.
Esta reacción con los grupos -OH de los extremos del polímero es la que nos permite calcular cuántos moles de polímero hay en la solución y por tanto cuál es su grado de polimerización.

Restando del consumo total de A la cantidad que ha reaccionado con el agua se obtiene la cantidad de A que ha reaccionado con el polímero:

$$N_{tot\_A} = \frac{M_{tot\_A} \cdot 10^{-3}}{Mw_A} \qquad N_{tot\_A} = 4.979 \times 10^{-5}$$ kmol de A

$$N\_A = N_{tot\_A} - 2N_{CO2} \qquad N\_A = 3.261 \times 10^{-5}$$ kmol de A que han reaccionado con grupos -OH terminales.

Puesto que cada molécula de polímero tiene dos grupos terminales, la cantidad (kmol de P) de polímero es la mitad de este valor:

$$N\_P = \frac{1}{2} \cdot N\_A \qquad N\_P = 1.631 \times 10^{-5}$$ kmol de P

Como la masa de P es conocida (100 g), el peso molecular es:

$$Mw_P = \frac{0.1}{N\_P} \qquad Mw_P = 6.132 \times 10^{3}$$ kg de P/kmol de P

y el grado de polimerización promedio (n en la fórmula de P) es por tanto:

$$n = \frac{Mw_P - 2Mw_C - 2 \cdot Mw_O - 6 \cdot Mw_H}{Mw_{UER}} \qquad n = 138$$

---

- 50
- 138
- 155
- 201
- 120
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

6. Un cable de cobre está fabricado agrupando un número elevado de conductores individuales (alambres de cobre), colocados paralelamente unos a otros y paralelos al eje del cable. Entre los conductores individuales sólo hay aire, que actúa como aislante eléctrico de resistividad eléctrica infinita. La resistividad del cobre puro es $\rho_{Cu} = 1.724 \times 10^{-8}$ Ω.m. Se mide la resistividad del cable a lo largo del mismo y se obtiene un valor de $\rho_{tot} = 3.43 \times 10^{-8}$ Ω.m. La densidad del cobre puro es $\rho m_{Cu} = 8.92 \times 10^{3}$ kg/m$^3$ ¿Qué densidad másica tiene el material del cable (kg/m$^3$)? Despreciar la densidad del aire frente a la del cobre.

**Sol.: en la medida de resistividad del cable, considerado como material compuesto, el cobre y el aire (aislante perfecto, resistividad infinita) están dispuestos en paralelo. La resistividad total es por tanto:**

$$\rho_{tot} = \frac{1}{\dfrac{x}{\rho_{Cu}} + 0}$$

**de donde se obtiene la fracción volumétrica de cobre:** $x = \dfrac{\rho_{Cu}}{\rho_{tot}}$ $\quad x = 0.503$

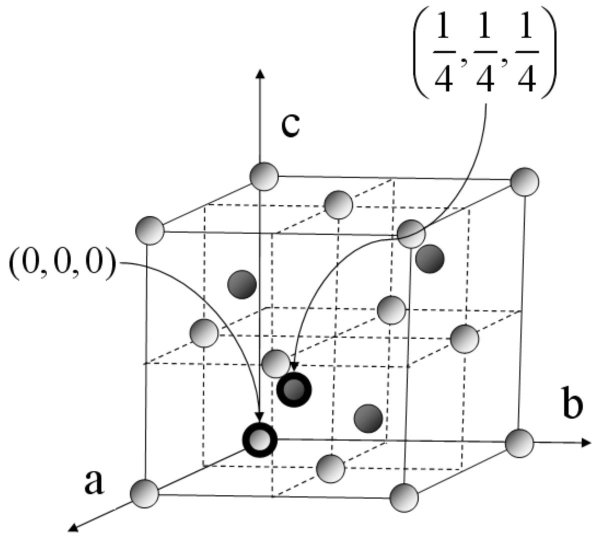
**La densidad del cable es por tanto:** $x \cdot \rho m_{Cu} = 4.483 \times 10^{3}$ **kg/m$^3$**

- 7.767x10$^3$ kg/m$^3$
- 5.76x10$^3$ kg/m$^3$
- 5.321x10$^3$ kg/m$^3$
- 4.483x10$^3$ kg/m$^3$
- 6.628x10$^3$ kg/m$^3$
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

7. La estructura cristalina de un material AB está definida por a) la red: cúbica centrada en las caras y b) la base: formada por un átomo de A en el punto de coordenadas (0,0, 0), y un átomo de B en el punto de coordenadas (1/4, 1/4, 1/4). Determina a qué clase cristalográfica pertenece.

---

Sol.: el cristal se construye colocando en cada punto de la red (FCC) una base, formada por un átomo de A y uno de B, como en la figura. En esta figura los átomos de la base (uno de A y uno de B) que está colocada en el punto de red (0,0,0) están marcados como círculos de línea gruesa



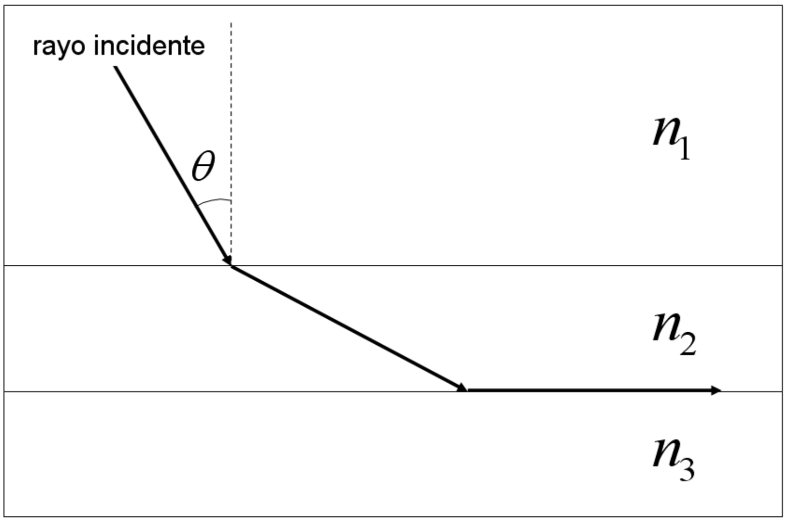

Tiene los elementos de simetría característicos del sistema cúbico (cuatro ejes ternarios). No tiene ejes cuaternarios, pero sí tiene tres ejes cuaternarios de rotación-inversión: cada uno de estos ejes atraviesa por sus centros un par de caras opuestas. Es de la clase:

$$\bar{4}3m$$

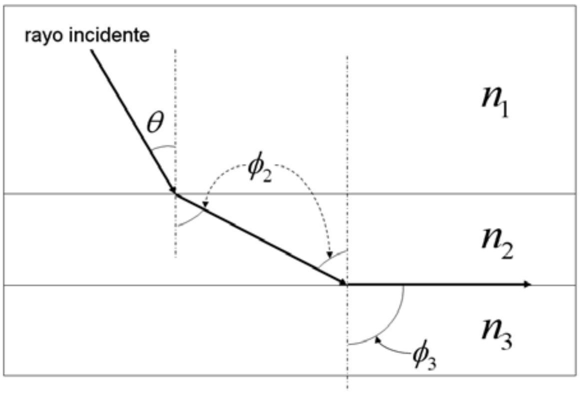
---

- $\infty / mm$
- $23$
- $mmm$
- $4/mmm$
- $422$
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

8. Un dispositivo de entrada en un circuito optoelectrónico contiene tres capas de tres materiales distintos 1,2 y 3, de índices de refracción $n1 = 1.89$ , $n2 = 1.70$ y $n3$, que hay que determinar. El ángulo de incidencia de la señal de entrada (rayo incidente) es $\theta = 0.952$ radianes. Determina cuál debe ser el índice de refracción del material 3 de manera que el rayo saliente se propague paralelamente a las caras de las láminas, como se ilustra en la figura.




Sol.: en cada una de las superficies de separación de dos medios se cumple la ley de Snell :



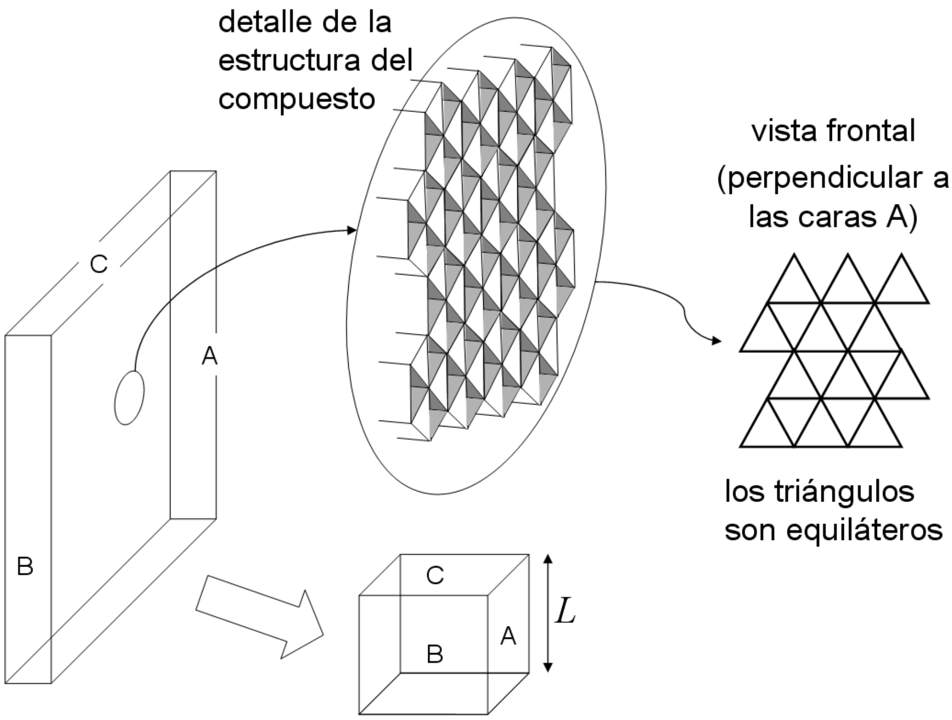

$$\left.\begin{array}{l} n_1\ \mathrm{sen}\,\theta = n_2\ \mathrm{sen}\,\phi_2 \\ n_2\ \mathrm{sen}\,\phi_2 = n_3\ \mathrm{sen}\,\phi_3 \end{array}\right\} n_1\ \mathrm{sen}\,\theta = n_3\ \mathrm{sen}\,\phi_3$$

Por tanto: $n3 = n1 \cdot sen(\theta)$ $n3 = 1.539$

- 1.808
- 1.539
- 1.458
- 1.320
- 1.271
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:

## Problema 1

La mayoría de los chasis de los monoplazas de Fórmula 1 son un monocasco de materiales compuestos de altas prestaciones, generalmente de fibra de carbono y aluminio con una estructura como la de la figura. En esta figura se representa una lámina de un material compuesto de este tipo fabricado con dos componentes: el material de la matriz, M, y el material F del que está formada la estructura regular que se detalla en la figura. Los dos materiales M y F (cada uno por separado, sin darles ninguna estructura) son homogéneos e isótropos (las zonas grises en el detalle ampliado son sólo sombras, el material es el mismo en todas las caras de los triángulos).




De la lámina se corta un cubo de lado L de manera que sus caras A, B y C sean respectivamente paralelas a las caras A, B y C de la lámina (parte inferior de la figura). Todas las propiedades del compuesto se suponen conocidas (es decir, no es preciso calcularlas en función de las propiedades de M y de F).

El cubo de material compuesto se somete a una fuerza de compresión W que actúa perpendicularmente a sus caras A. Determinar, suponiendo pequeñas deformaciones, en función de las propiedades físicas (que deben incluir necesariamente módulos elásticos y relaciones de Poisson), geometría, y demás variables que se consideren necesarias:

- a qué clase cristalográfica pertenece el material compuesto.
- la deformación del cubo de material compuesto al cargarlo con W (dar las dimensiones de las caras A, B y C).
- la variación de volumen del cubo (volumen bajo carga menos volumen inicial)

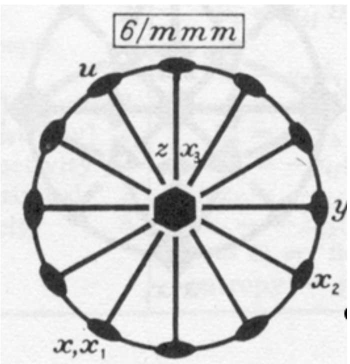
(enumerar las variables que aparecen en las soluciones de la segunda y tercera preguntas, junto con sus unidades en el SI, continuando la tabla que se adjunta).

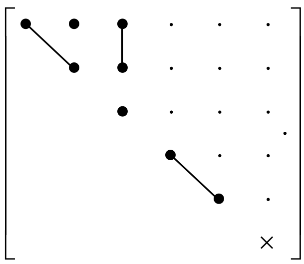
| |
|---|
| 12 |

**(3 puntos, 50 minutos)**

| Propiedad / magnitud | Símbolo | Unidades (SI) |
|---|---|---|
| Fuerza de compresión | W | N |
| Arista del cubo | L | m |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Sol.: el material tiene un eje de rotación de orden 6 perpendicular a las caras A, que es uno de los elementos de simetría característico del sistema hexagonal. Además tiene 6 planos de simetría que contienen este eje, un plano de simetría perpendicular a este eje y 6 ejes binarios perpendiculares a este eje. E s por tanto de la clase *6/mmm*. Para esta clase, el eje de orden 6 corresponde al eje convencional cartesiano 3. La orientación de los otros dos ejes es la definida por los ejes $x_1$ y $x_2$ en el estereograma de la clase (ver 03_01_01). En este sistema de ejes la estructura de sus complianzas elásticas es (ver 03_01_01 y 08_01_01) :



La fuerza de compresión aplicada entre las caras A produce por tanto un esfuerzo (tensión mecánica) longitudinal, compresivo, $t_3$ **(en notación de Voigt). Al aplicar la ley constitutiva:**

$$\vec{\varepsilon} = \underset{\sim}{S}\vec{\tau}$$

$$\varepsilon_i = S_{ij}\tau_j$$

$$\vec{\varepsilon} = \vec{s}\vec{\tau} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & s_{44} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & s_{44} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2(s_{11}-s_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{W}{L^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{W}{L^2}\begin{bmatrix} s_{13} \\ s_{13} \\ s_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por tanto, las longitudes de los ejes 1, 2 y 3 al cargar el cubo de material compuesto son:

$$L_1 = L_2 = L\left(1 - \frac{s_{13}W}{L^2}\right); \quad L_3 = L\left(1 - \frac{s_{33}W}{L^2}\right)$$

Las complianzas elásticas pueden escribirse en términos de los módulos de Young y las relaciones de Poisson longitudinales y transversales (ver prob. 09_02_03; el subíndice ***t*** "transversal" corresponde a los ejes convencionales 1 y 2; el subíndice ***l*** "longitudinal" corresponde al eje convencional 3). El material es transversalmente isótropo.

$$s_{13} = -\nu_{lt}/E_l \qquad s_{33} = 1/E_l$$

de manera que las longitudes de los ejes 1, 2 y 3 al cargar el material son:

$$L_1 = L_2 = L\left(1 + \frac{\nu_{lt}W}{E_l L^2}\right); \quad L_3 = L\left(1 - \frac{W}{E_l L^2}\right)$$

**Para la inmensa mayoría de materiales, la relación de Poisson $\nu_{lt}$ es positiva, de manera que la muestra de material compuesto sufre acortamiento en la dirección en la que actúa la carga (eje cartesiano convencional 3), y alargamiento en las direcciones 1 y 2.**

**La variación de volumen del cubo es por tanto:**

$$\Delta V = L_1 L_2 L_3 - L^3 \approx \frac{LW}{E_l}\left(2\nu_{lt} - 1\right)$$

donde se han retenido sólo los términos de primer orden en la deformación; cuadráticos y cúbicos se desprecian en pequeña deformación.

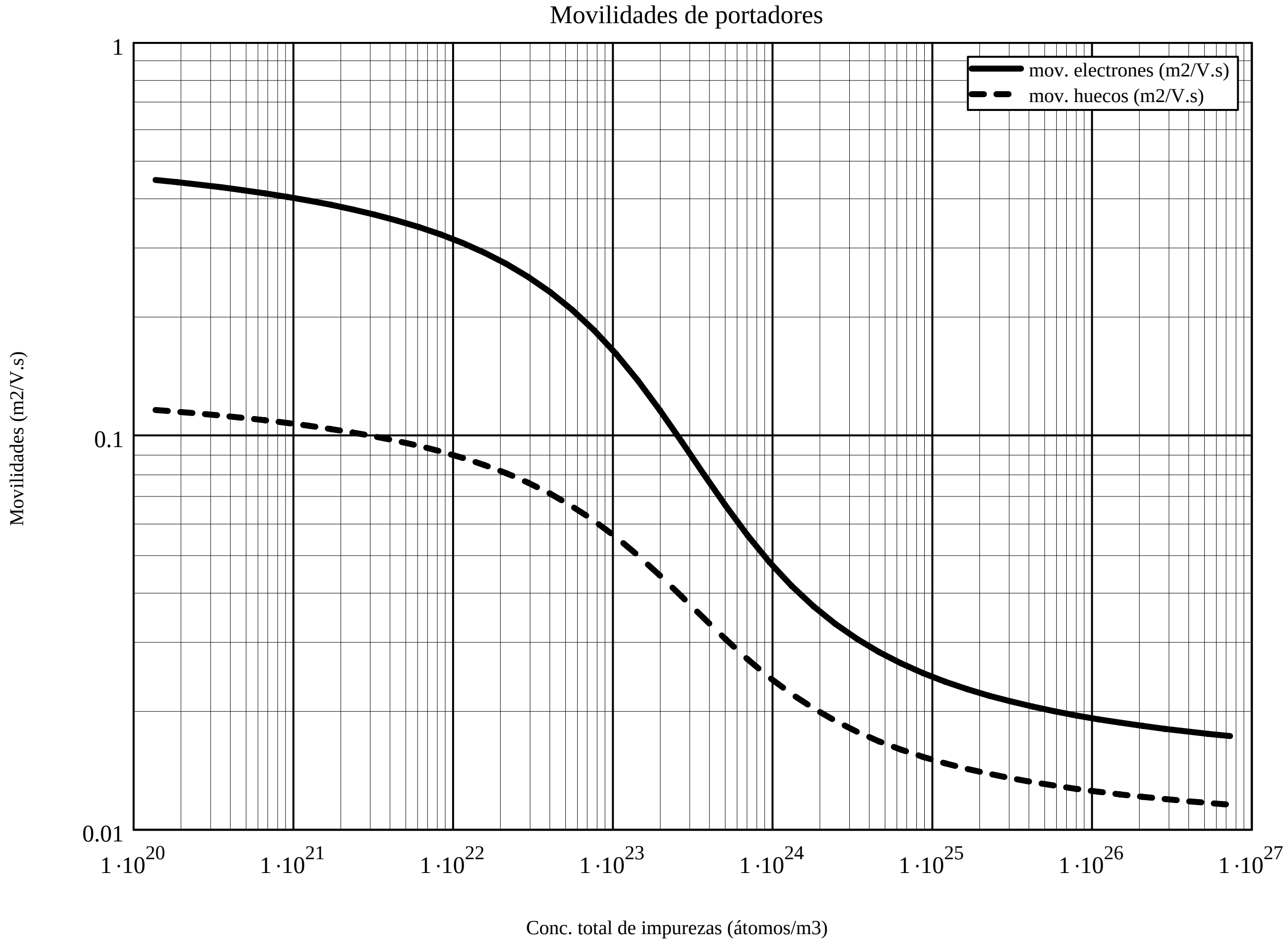
## Problema 2

Un semiconductor del grupo IV está dopado con $N_V = 1.1 \times 10^{20}$ átomos/m$^3$ de un dopante del grupo V del sistema periódico, y con $N_{III} = 7.1 \times 10^{22}$ átomos/m$^3$ de un dopante del grupo III. La concentración intrínseca de portadores del semiconductor es $n_i = 2.2 \cdot 10^{17}$ portadores/m$^3$. Las movilidades de electrones y huecos, a temperatura ambiente, en función de la concentración total de impurezas están representadas en el diagrama. Usar exclusivamente este diagrama para leer las movilidades.

Determinar, a temperatura ambiente, y suponiendo siempre ionización total de los dopantes:

1. el tipo (electrones o huecos) y concentración (por m$^3$) de los portadores mayoritarios
2. la concentración (por m$^3$) de los portadores minoritarios
3. la movilidad de los portadores mayoritarios
4. la movilidad de los portadores minoritarios
5. la conductividad del semiconductor dopado
6. calcula la conductividad si en vez del dopante del grupo III se usa uno del grupo II en la misma cantidad, y manteniendo todas las demás condiciones idénticas a las de los apartados anteriores.
7. calcula la conductividad si en vez del dopante del grupo V se usa uno del grupo VI en la misma cantidad, y manteniendo todas las demás condiciones idénticas a las de la pregunta 6.

**(3 puntos, 40 minutos)**




Sol.: este problema es idéntico al 13.9 del libro.

1. Los portadores mayoritarios son los huecos, porque $N_{III} >> N_V$.

La concentración de portadores mayoritarios es:

$$p_p = N_{III} - N_V \qquad p_p = 7.089 \times 10^{22} \text{ huecos/m}^3$$

que es prácticamente igual que la concentración de dopante III: $N_{III} = 7.1 \times 10^{22}$ átomos/m$^3$

2. La concentración de portadores minoritarios es:

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \qquad n_p = 6.827 \times 10^{11} \text{ electrones/m}^3$$

3 y 4. Las movilidades de los portadores mayoritarios (huecos) y minoritarios se leen del gráfico entrando con la concentración total de impurezas (es decir, de dopantes de los dos tipos):

mayoritarios: $mov\_p(N_{III} + N_V) = 0.062$ m$^2$/V.s

minoritarios: $mov\_n(N_{III} + N_V) = 0.191$ m$^2$/V.s

5. La conductividad eléctrica es: $\sigma = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot mov\_p(N_{III} + N_V) \cdot p_p$

$\sigma = 705.5$ S/m

6. Si en vez de un dopante del grupo III se añade uno del grupo II en la misma cantidad, la concentración de impurezas y por tanto las movilidades no cambian. La concentración de huecos (mayoritarios) se duplica. Puesto que el resto de los factores que aparecen en la fórmula de la conductividad se mantiene idéntico, en particular, las movilidades dependen de la concentración de impurezas, es decir, de átomos de dopante, no de portadores , el valor de la conductividad es el doble que en el apartado anterior.

$2\sigma = 1411.1$ S/m

7. Finalmente, si en vez de un dopante del grupo V se añade uno del grupo VI en la misma cantidad, la concentración de impurezas y por tanto las movilidades tampoco cambian. Por otro lado los electrones siguen siendo portadores minoritarios y aunque se duplique su número, siguen sin tener efecto apreciable sobre la conductividad. El valor de la conductividad es el mismo que en el apartado anterior.