Nombre:
Número de matrícula:

(sólo una respuesta es correcta; marca una sóla respuesta de modo claro sobre estas mismas hojas; no se tienen en cuenta preguntas con más de una marca) **50 min, 0.5 puntos cada pregunta**

1. ¿Cuál de los siguientes materiales no puede presentar efecto piezoeléctrico directo e inverso?

- α-cuarzo (clase 32)
- aragonito (carbonato cálcico ortorrómbico, clase mmm)
- clorato sódico (clase 23)
- nitrito de bario (clase 6)
- resorcina $C_6H_4(OH)_2$ (clase $\mathrm{mm}2$)
- todos los materiales anteriores pueden presentar efecto piezoeléctrico directo e inverso

---

Sol: el aragonito pertenece a la clase **mmm, que es centrosimétrica y por tanto no puede presentar** efecto piezoeléctrico directo ni inverso .

---

2. Calcular el módulo elástico en la dirección de las fibras de un filamento de material compuesto que tiene una fracción volumétrica $V_f = 0.6$ de fibras de carbono IM (módulo intermedio) cuyo módulo de Young es $E_f = 230 \cdot 10^9$ Pa en una matriz epoxi cuyo módulo de Young es $E_m = 4 \cdot 10^9$ Pa. Las fibras de carbono están alineadas con el eje del filamento.

- $1.396 \cdot 10^{11}$ Pa
- $2.434 \cdot 10^{10}$ Pa
- $8.091 \cdot 10^{9}$ Pa
- $6.209 \cdot 10^{10}$ Pa
- $5.322 \cdot 10^{11}$ Pa
- ninguna de los anteriores respuestas es correcta

Sol: el material compuesto se encuentra en isodeformación. Por tanto

$V_f = 0.6 \qquad V_m = 1 - V_f$

$E_c = V_f \cdot E_f + V_m \cdot E_m \qquad E_c = 1.396 \times 10^{11}$ Pa

---

3. Calcular la movilidad de los portadores minoritarios en Si dopado con $n = 12$ ppma de fósforo (1 ppma es una parte por millón de átomos, es decir, 1 ppma de dopaje quiere decir que de cada millón de átomos de Si, uno de ellos está sustituido por un átomo del dopante).

- 90 cm^2/Vs
- 890 cm^2/Vs
- 1250 cm^2/Vs

- 1350 cm^2/Vs
- 120 cm^2/Vs
- 700 cm^2/Vs
- ninguna de las respuestas anteriores

Sol: la masa atómica del Si es $Mw_{Si} = 28.09$ **kg/k átomo-gramo y su densidad es** $\rho_{Si} = 2340$ **kg/m^3**

(tabla en el Apéndice 1, pág. 537), por tanto, en 1 cm^3 de Si hay $\frac{\rho_{Si}}{Mw_{Si}} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{3} = 0.0833$ **átomo-gramo**

de Si, es decir: $\frac{\rho_{Si}}{Mw_{Si}} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{3} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} = 5.02 \times 10^{22}$ **átomos de Si y por tanto**

$\frac{\rho_{Si}}{Mw_{Si}} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{3} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \cdot n \cdot 10^{-6} = 6.02 \times 10^{17}$ **átomos de fósforo. Los portadores minoritarios son**

los huecos, cuya movilidad se lee de la figura 13.26 (pág. 463): aprox. 120 cm^2/Vs.

---

4. Calcula qué porcentaje de la intensidad de la señal luminosa que entra en una fibra óptica de atenuación $A = 0.2$ db/km se pierde en un tramo de esta fibra de $L = 40$ km de longitud.

- 15 %
- 77 %
- 84 %
- 29 %
- 46 %
- ninguna de las anteriores

Sol: la señal se atenúa exponencialmente de acuerdo con $I = I_0 \cdot \exp\left(\frac{-A}{10} L\right)$ **por tanto se pierde un porcentaje de:**

$$100\left(1 - 10^{\frac{-A}{10}L}\right) = 84 \quad \%$$

---

5. Un tipo de pinturas reflectantes está compuesta de esferas de vidrio en una matriz de un polímero transparente. Con frecuencia se desea que la proporción de esferas de vidrio sobre el total sea la máxima posible. Suponiendo que las esferas son todas iguales y están ordenadas del modo más denso posible, calcula la fracción volumétrica de la matriz de polímero en la pintura.

- 0.35
- 0.17
- 0.44
- 0.39
- 0.26
- ninguna de las anteriores

Sol: al ser esferas iguales y ordenadas del modo más denso posible, su factor de empaquetamiento tiene que ser el máximo posible, es decir correspondiente a la geometría de las estructuras FCC o HCP ideales. En estas estructuras, el APF es aprox. 0.74, con lo cual la fracción volumétrica de la matriz es la diferencia a 1, es decir, 0.26

---

6. Una pieza cúbica de madera está cortada de modo que sus aristas son colineales con los ejes tangencial, radial y longitudinal (o axial). Sus coeficientes higrométricos son respectivamente $\alpha_{11} = 0.42$, $\alpha_{22} = 0.35$ y $\alpha_{33} = 0.02$ en la fórmula $\varepsilon = \alpha \cdot \Delta x_W$ que expresa el tensor de deformación en función de la variación del contenido en humedad, donde $\Delta x_w = x - x_{ref}$ y $x_{ref} = 0.12$.

La pieza es cúbica y de arista $a = 0.1$ m cuando el contenido de humedad es igual al de referencia. Calcular el cambio de volumen cuando su contenido de humedad aumenta al $x = 0.18$.

- $2.2 \cdot 10^{-4}\ m^3$
- $5.1 \cdot 10^{-3}\ m^3$
- $5.8 \cdot 10^{-6}\ m^3$
- $4.8 \cdot 10^{-5}\ m^3$
- $9.7 \cdot 10^{-4}\ m^3$
- ninguna de las anteriores

Sol.: al aumentar el contenido de humedad, el cubo se convierte en un paralelepípedo recto de lados: $a_1 = a \cdot \left[1 + \alpha_{11} \cdot \left(x - x_{ref}\right)\right]$**,** $a_2 = a \cdot \left[1 + \alpha_{22} \cdot \left(x - x_{ref}\right)\right]$ **y** $a_3 = a \cdot \left[1 + \alpha_{33} \cdot \left(x - x_{ref}\right)\right]$**. La variación de volumen es por tanto de:** $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a^3 = 4.8 \times 10^{-5}$ **m^3.**

---

7. Determinar la resistividad eléctrica del Fe_3O_4 puro a T=250 K

- $2.2 \cdot 10^{-4}\ \Omega$.cm
- $5.8 \cdot 10^{-3}\ \Omega$.cm
- $6.1 \cdot 10^{-6}\ \Omega$.cm
- $7.7 \cdot 10^{-5}\ \Omega$.cm
- $2.3 \cdot 10^{-4}\ \Omega$.cm
- ninguna de las anteriores

Sol: El Fe_3O_4 es un semiconductor cerámico cuya resistividad en función de la temperatura está representada en la Fig. 10.39, pág. 348. Del diagrama se obtiene: $\rho = 5.8 \cdot 10^{-3}\ \Omega$.cm.

---

8. En un proceso de reciclado de vidrio se mezclan residuos de vidrios de dos tipos A y B, cuyas composiciones en fracciones másicas son (componente 1 es SiO_2, componente 2 es Na_2O, componente 3 es CaO, componente 4 es Al_2O_3)

$xA_1 = 0.71,\ xA_2 = 0.12,\ xA_3 = 0.11,\ xA_4 = 1 - xA_1 - xA_2 - xA_3\ xA_4 = 0.06$

$xB_1 = 0.54,\ xB_2 = 0.03,\ xB_3 = 0.22,\ xB_4 = 1 - xB_1 - xB_2 - xB_3,\ xB_4 = 0.21$

Calcula la composición (fracciones másicas de cada componente) del vidrio reciclado que se obtiene al mezclar vidrios A y B en relación másica $R_{AB} = 3.4$ (masa de A a masa de B).

- $xM_1 = 0.63,\ xM_2 = 0.27,\ xM_3 = 0.02$
- $xM_1 = 0.52,\ xM_2 = 0.34,\ xM_3 = 0.11$
- $xM_1 = 0.71,\ xM_2 = 0.07,\ xM_3 = 0.20$
- $xM_1 = 0.67,\ xM_2 = 0.10,\ xM_3 = 0.14$
- $xM_1 = 0.48,\ xM_2 = 0.09,\ xM_3 = 0.13$
- ninguna de las anteriores

Sol: es una simple mezcla lineal. Llamando $r = \dfrac{R_{AB}}{R_{AB}+1}$, $r = 0.77$

$xM_1 = r \cdot xA_1 + (1-r) \cdot xB_1 \qquad xM_1 = 0.67$

$xM_2 = r \cdot xA_2 + (1-r) \cdot xB_2 \qquad xM_2 = 0.1$

$xM_3 = r \cdot xA_3 + (1-r) \cdot xB_3 \qquad xM_3 = 0.14$

$xM_4 = r \cdot xA_4 + (1-r) \cdot xB_4 \qquad xM_4 = 0.09$

Problema 1

La alúmina (Al_2O_3) y la magnesia (MgO) forman soluciones sólidas en un intervalo amplio de concentraciones. La estructura cristalográfica del MgO puro es del tipo NaCl. En las soluciones sólidas alúmina-magnesia se mantienen i) el número de iones O^{-2} y ii) la separación entre ellos, en los mismos valores que en la estructura del MgO puro. La solución se forma por sustitución de algunos de los iones Mg^{+2} por iones Al^{+3} y manteniendo la neutralidad eléctrica del cristal. Usando los siguientes datos (con los decimales indicados):

- radios iónicos: $r_{Mg} = 0.072 \cdot 10^{-9}$, $r_O = 0.140 \cdot 10^{-9}$ m, $r_{Al} = 0.054 \cdot 10^{-9}$ m,
- masas atómicas : $Mw_{Mg} = 24.305$, $Mw_O = 16$, $Mw_{Al} = 26.982$,

y considerando todos los iones como esféricos, calcular en qué valor debe ajustarse la composición porcentual molar (es decir % molar de MgO y % molar de Al_2O_3 en la solución sólida) para que la solución tenga una densidad de $\rho = 3250$ kg/m^3.

(3 puntos, 50 minutos)

Solución: de acuerdo con el enunciado y al tratarse de una estructura tipo NaCl (Fig. 10.7 y ejemplos 10.5 y 10.6, págs. 328 y 329) los iones O^{-2} forman una red FCC, tanto en la MgO pura como en las soluciones. En la MgO pura, todos los huecos octaédricos están ocupados por iones Mg^{+2}, mientras que al intercambiar Mg^{+2} por Al^{+3}, algunos huecos octaédricos quedan vacíos. Por ejemplo, en la alúmina pura, los iones Al^{+3} ocupan sólo 2/3 de los huecos octaédricos y el tercio restante está desocupado.

La arista de la celda unitaria, Fig. 11.7, tanto en la MgO pura como en las soluciones sólidas (ver enunciado) es:

$$a = 2\cdot(r_O + r_{Mg}) \qquad a = 4.24\times 10^{-10} \quad \text{m}$$

La condición de electroneutralidad de la solución implica que una fracción x de iones Mg^{+2} son sustituidos por 2x/3 iones Al^{+3}. Partiendo de una celda unitaria como la de la Fig. 10.7 (con 4 iones O^{-2} y 4 iones Mg^{+2}), la solución sólida resultante está formada por:

$$n_O = 4 \quad \text{ion } O^{-2} \qquad n_{Mg} = 4\cdot(1-x) \quad \text{iones } Mg^{+2} \qquad n_{Al} = 4\cdot\frac{2}{3}x \quad \text{iones } Al^{+3}$$

La densidad se expresa en función de estos números de iones como:

$$\rho = \frac{(n_O\cdot Mw_O + n_{Mg}\cdot Mw_{Mg} + n_{Al}\cdot Mw_{Al})\cdot 1.661\cdot 10^{-27}}{a^3} \quad \text{kg/m}^3$$

O lo que es lo mismo:

$$\rho = \frac{\left[4\cdot Mw_O + 4(1-x)\cdot Mw_{Mg} + 4\cdot\frac{2}{3}x\cdot Mw_{Al}\right]\cdot 1.661\cdot 10^{-27}}{a^3}$$

de donde se obtiene x:

$$x = \frac{\frac{1}{4}\,\frac{\rho}{1.661\cdot 10^{-27}}\cdot a^3 - Mw_O - Mw_{Mg}}{\frac{2}{3}\cdot Mw_{Al} - Mw_{Mg}} \qquad x = 0.4778$$

Por tanto,

$$n_O = 4 \qquad \text{iones } O^{-2}$$

$$n_{Mg} = 4\cdot(1-x) \qquad n_{Mg} = 2.089 \qquad \text{iones } Mg^{+2}$$

$$n_{Al} = 4\cdot\frac{2}{3}x \qquad n_{Al} = 1.274 \qquad \text{iones } Al^{+3}$$

Verificación de la electroneutralidad: $2n_{Mg} + 3n_{Al} - 2n_O = 0$

Los moles de MgO y Al_2O_3 están relacionados con los números de iones por celda:

$moles_{MgO} = n_{Mg}$ $\qquad$ $moles_{Al2O3} = n_{Al} \div 2$

$moles_{MgO} = 2.09$ $\qquad$ $moles_{Al2O3} = 0.64$

Y por tanto la composición porcentual molar de la solución es:

$$x_{MgO} = \frac{moles_{MgO}}{moles_{MgO} + moles_{Al2O3}} \cdot 100 \qquad x_{Al2O3} = 100 - x_{MgO}$$

$x_{MgO} = 76.63\ \%$ $\qquad$ $x_{Al2O3} = 23.37\ \%$

Problema 2

Para fabricar parte de un componente electrónico (transistor de efecto de campo o FET) se parte de una oblea de Si que se somete a oxidación en un horno con atmósfera que contiene oxígeno de manera que se forma una capa superficial de SiO_2. A continuación se extrae del horno y se deposita sobre la capa de óxido un electrodo plano de aluminio.

Para un cálculo simplificado, se supone que el espesor de la capa de SiO_2 es de $r = 0.25$ veces el espesor de la capa límite de difusión del oxígeno en Si.

Calcular:

- el espesor de la capa aislande de SiO_2,
- si el substrato de Si está a tierra, el voltaje máximo al que se puede poner el electrodo metálico sin que haya rotura dieléctrica del aislante.

Datos:

- Difusividad del oxígeno en Si a la temperatura del horno: $D = 7.3 \cdot 10^{-15}$ m²/s
- Tiempo de exposición de la oblea en el horno: $t = 120$ s
- Concentración de oxígeno en la superficie de la oblea en el horno: $C_S = 1.3 \cdot 10^{20}$ átomos/m³
- Concentración inicial de oxígeno en el Si: $C_0 = 5.2 \cdot 10^{10}$ átomos/m³

(3 puntos, 50 minutos)

Sol.: el espesor de la capa límite es: $\delta = 4\sqrt{D \cdot t}$ por tanto, de acuerdo con el enunciado, el espesor de la capa de óxido será

$$h = r \cdot \delta \qquad h = 9.36 \times 10^{-7} \text{ m}$$

El aislante es sílice, cuya rigidez dieléctrica es 8 V/milésima de pulgada (tabla 10.7, pág. 345) es decir, $E_{max} = \dfrac{8}{0.0254 \cdot 10^{-3}}$ V/m. Este es el campo máximo que puede soportar sin fallar como aislante:

$E_{max} = 3.15 \times 10^{5}$ V/m. Conocido el espesor de la capa de aislante ($h = 9.36 \times 10^{-7}$ m), el voltaje máximo que se puede establecer entre el substrato y el conductor es de:

$$V_{max} = E_{max} \cdot h \qquad V_{max} = 0.29 \text{ voltios}$$

El valor de la concentración inicial de oxígeno en el Si es tan bajo (diez órdenes de magnitud que C_s), que puede despreciarse. Si a pesar de ésto se hace el cálculo teniendo en cuenta el valor de C_0, el resultado numérico que se obtiene es idéntico en las primeras 9 cifras decimales.
