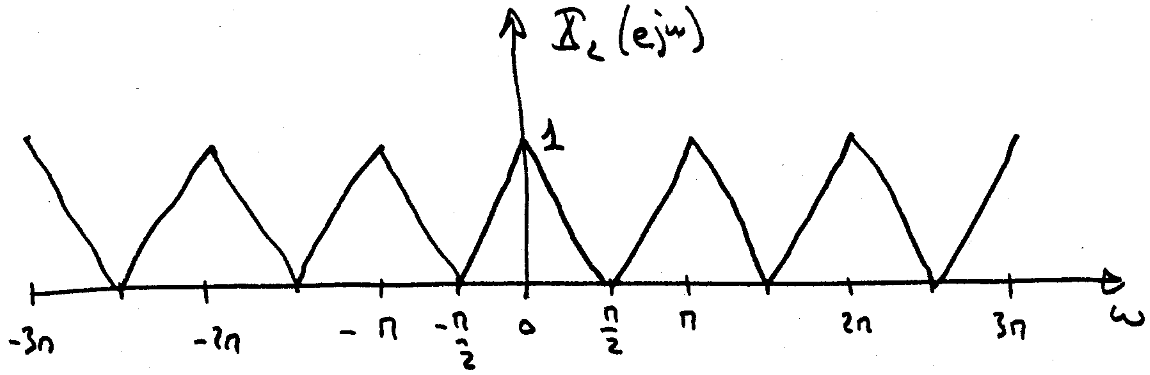
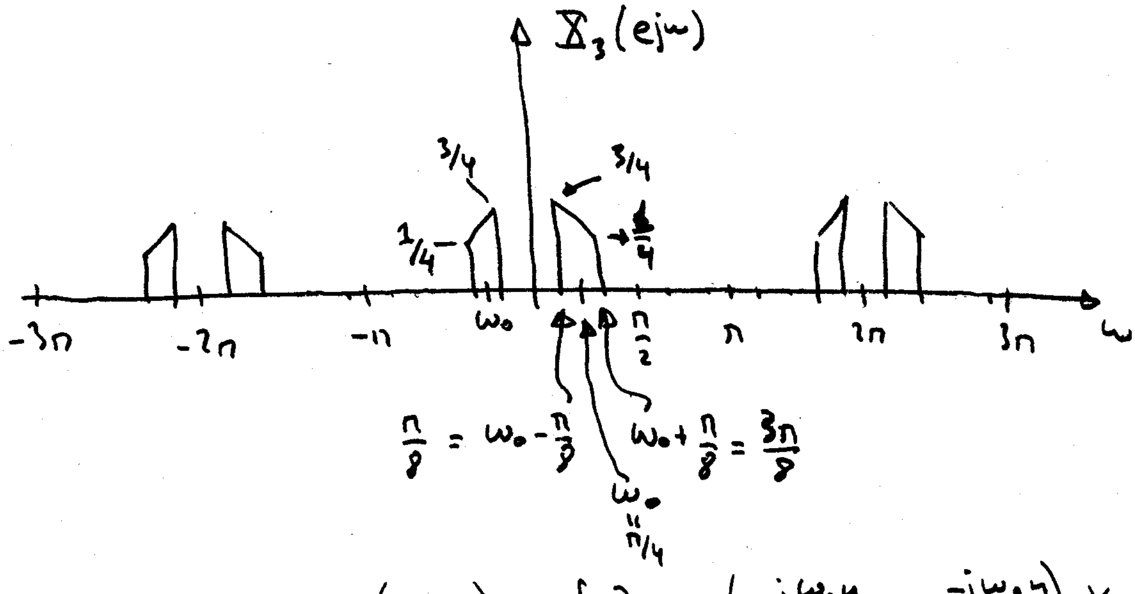
EXAMEN TDS - FEB 2011

PROBLEMA 1

a) $$X_2(e^{j\omega}) = X_1(e^{j\omega L}) = X_1(e^{j2\omega})$$



$$X_3(e^{j\omega}) = H_{bp}(e^{j\omega}) \cdot X_2(e^{j\omega})$$



$$x_4[n] = 2\cos(\omega_0 n)\, x_3[n] = \left(e^{j\omega_0 n} + e^{-j\omega_0 n}\right) x_3[n]$$

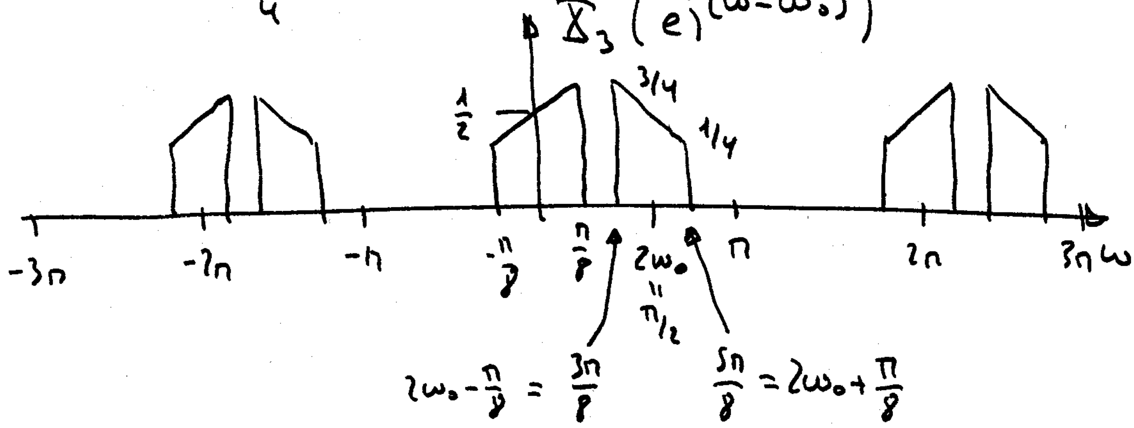
$$= e^{j\omega_0 n} x_3[n] + e^{-j\omega_0 n} x_3[n]$$

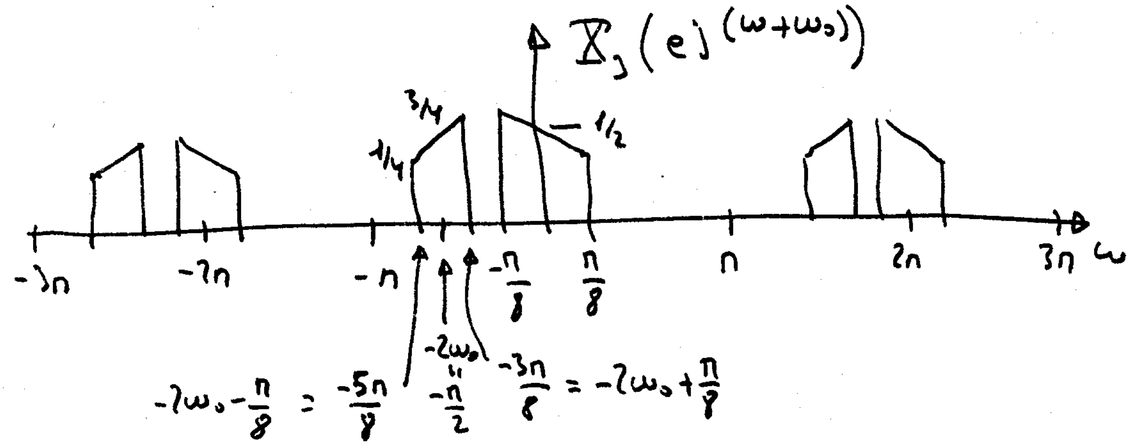
$$X_4(e^{j\omega}) = X_3\left(e^{j(\omega-\omega_0)}\right) + X_3\left(e^{j(\omega+\omega_0)}\right)$$

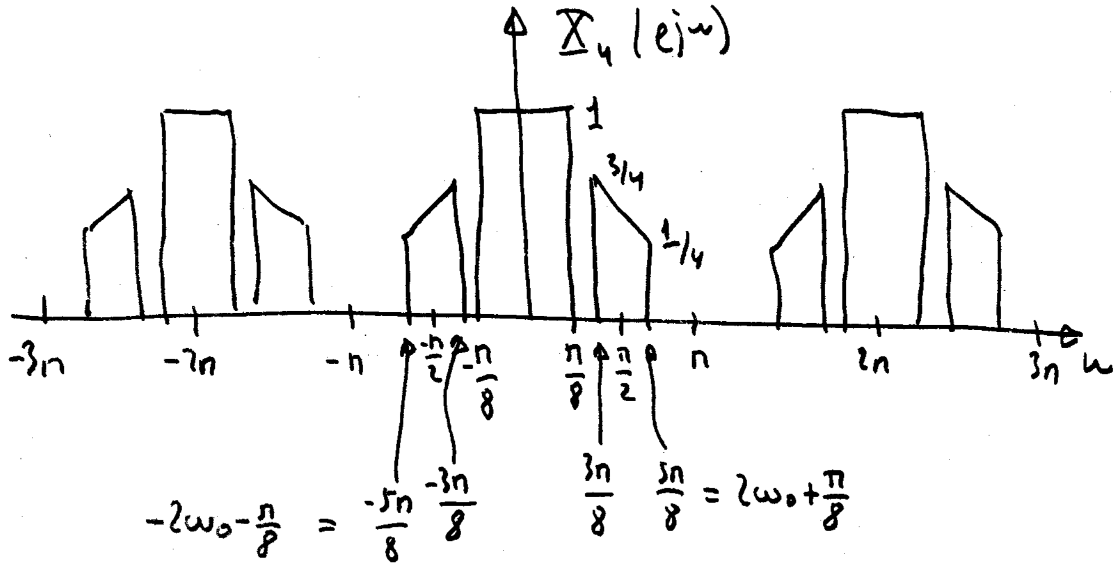
EXAMEN TDS - FEB 2011

PROBLEMA 1 (2)

Con $w_0 = \frac{\pi}{4}$



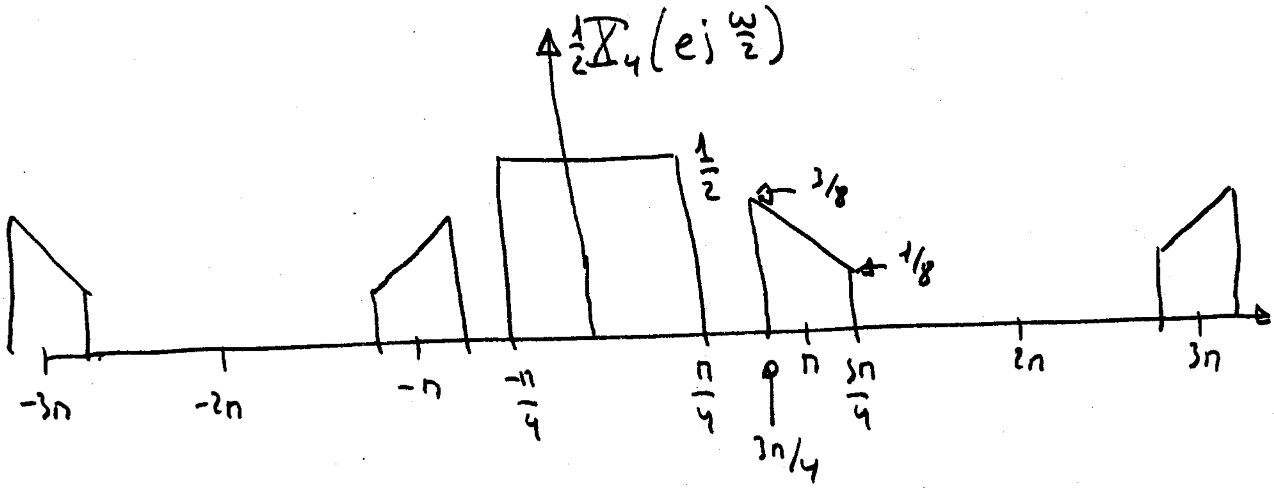


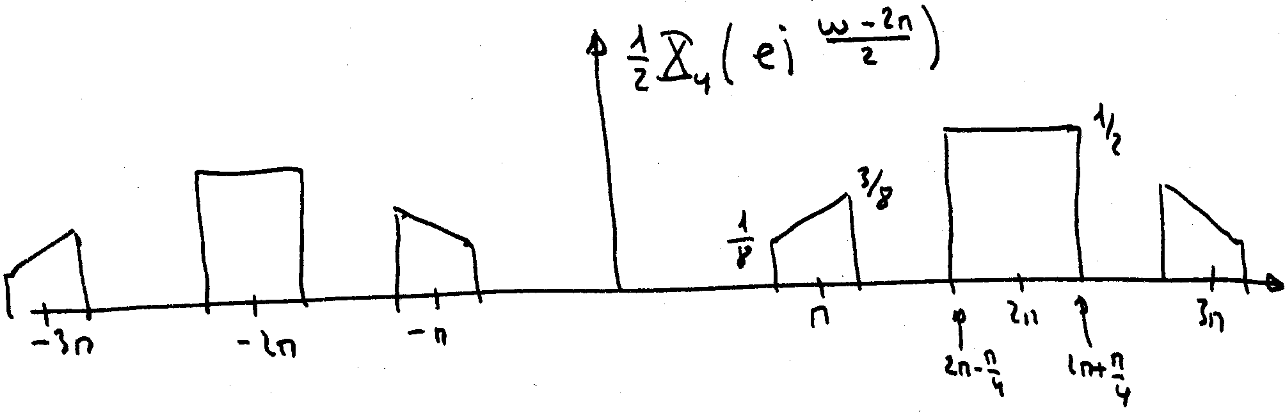


EXAMEN TDS - FEB 2011

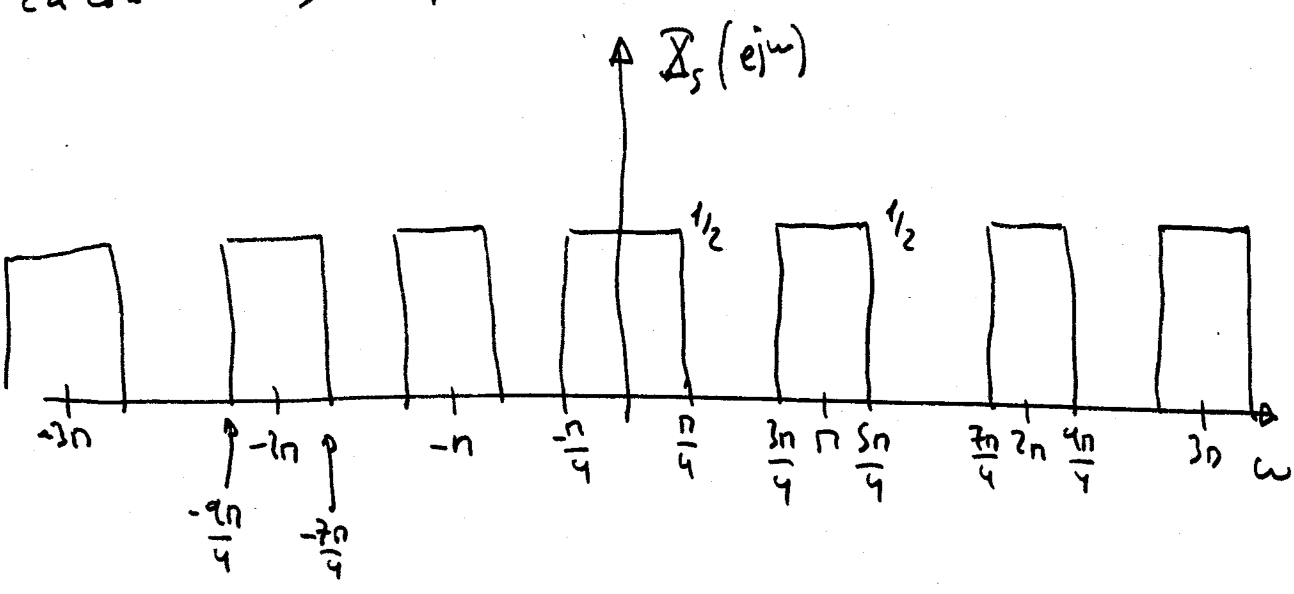
$$X_s(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=0}^{M-1} X_4\left(e^{j\left(\frac{\omega - 2\pi i}{M}\right)}\right) \overset{M=2}{=}$$

$$= \frac{1}{2} X_4\left(e^{j\frac{\omega}{2}}\right) + \frac{1}{2} X_4\left(e^{j\left(\frac{\omega-2\pi}{2}\right)}\right)$$





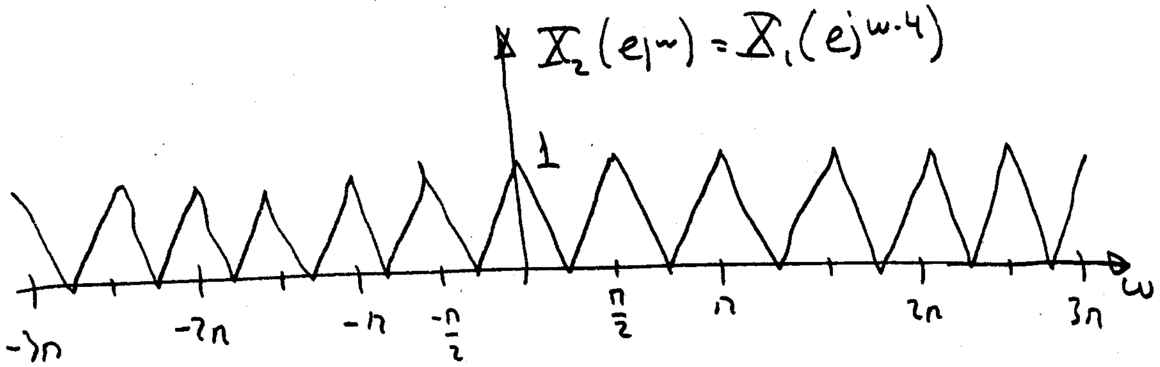
En este caso hay solapamiento en el compresor.



EXAMEN TDS - FEB 2011

b) Hemos visto en el apartado (a) que con $L=2$ y $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$ se produce solapamiento en el compresor incluso con $M=2$, por tanto la única forma de que no se produzca solapamiento en el compresor sería tomar $M=1$ con lo que el compresor deja de actuar como compresor y se comporta como el sistema identidad.

c) Al cambiar L de 2 a 4 cambia $X_2(e^{j\omega})$



$X_2(e^{j\omega})$ tiene frecuencias en todo el ancho de banda disponible, al igual que ocurría con $L=2$, por lo que $X_3(e^{j\omega})$ tendrá frecuencias no nulas en $-\frac{3\pi}{8} < \omega < -\frac{\pi}{8}$ y $\frac{\pi}{8} < \omega < \frac{3\pi}{8}$ igual que en el caso anterior

EXAMEN TDS - FEB 2021

Al aplicar la modulación volveremos a tener $X_4(e^{j\omega})$ con las mismas bandas de frecuencia no nula y al ser la frecuencia máxima en la señal de $\frac{5\pi}{8} > \frac{\pi}{2}$ vamos a seguir teniendo solapamiento en el compresor incluso con $M=2$, por lo que el único valor de M que no produce solapamiento es $M=1$ lo que hace que el compresor sea un sistema identidad.

d) Con $L=M=2$ estamos en la situación del apartado (a). Viendo el espectro de la señal de entrada al compresor vemos que la frecuencia máxima es $2\omega_0 + \frac{\pi}{8}$, que en el caso del apartado (a) es $\frac{5\pi}{8}$ con $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$.

Si variamos ω_0, para evitar el solapamiento en el compresor con $M=2$ se debe cumplir

$$2\omega_0 + \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2} \iff$$

$$2\omega_0 < \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{4\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} \iff$$

$$\boxed{\omega_0 < \frac{3\pi}{16}}$$

NOTA: Para que el filtro siga siendo paso banda ω_0 debe ser mayor que $\frac{\pi}{8}$, por tanto el rango válido es $\frac{2\pi}{16} < \omega_0 < \frac{3\pi}{16}$.