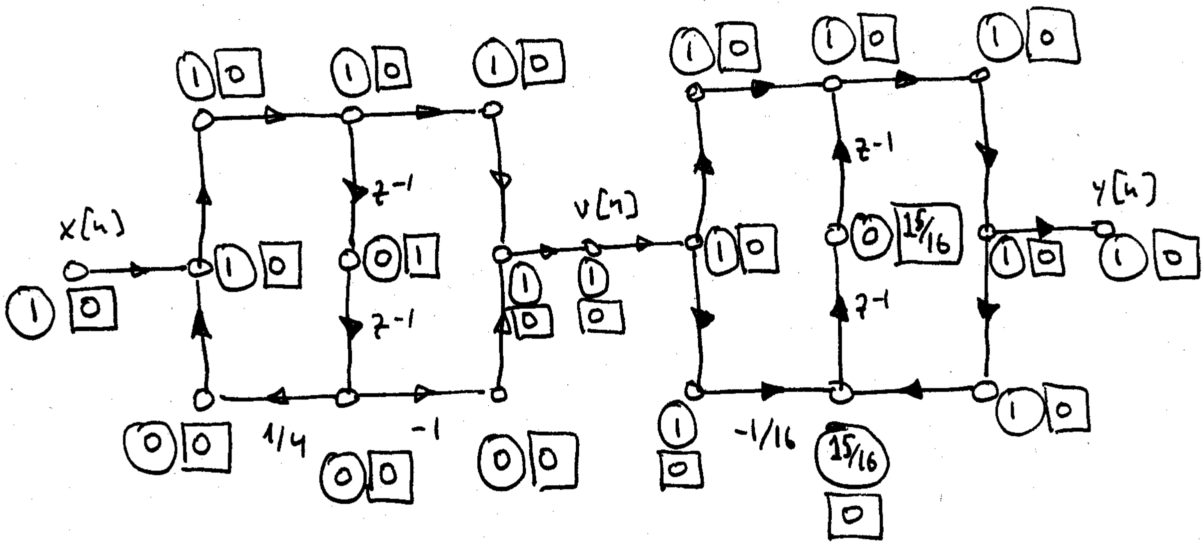
EXAMEN TDS – SEPT '09 – PROBLEMAS

PROBLEMA 2 (1)

a) Podemos emplear el diagrama de flujo de señal para ir calculando los valores que toman los nodos en el instante de tiempo $n=0$ y $n=1$, sabiendo que la entrada es $x[0]=1$ y $x[1]=0$ y que el sistema es causal y por tanto se cumplen las condiciones de reposo inicial, por lo que en $n=0$ las salidas de todos los retardos son 0.

En el siguiente diagrama se indican en círculos los valores que toman los nodos en $n=0$ y en cuadrados los valores que toman en $n=1$



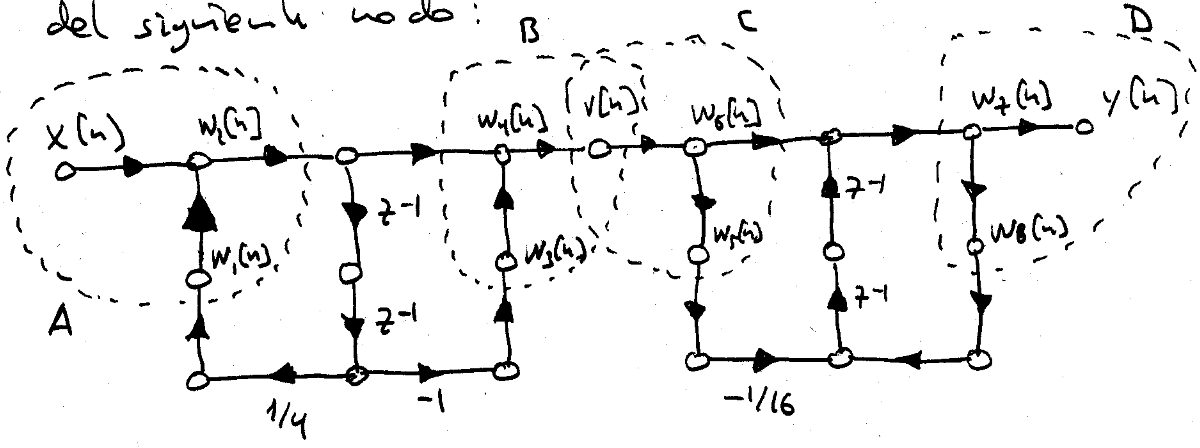
$v[0]=1$ $\quad$ $y[0]=1$

$v[1]=0$ $\quad$ $y[1]=0$

PROBLEMA 2 (2)

b) Observando el diagrama de flujo de señal, la primera parte del sistema recuerda una Forma Directa II y la segunda la traspuesta de una Forma Directa II, sin embargo los nodos asociados a $x[n]$, $v[n]$ e $y[n]$ están colocados de forma no convencional.

Se puede modificar ligeramente el diagrama de flujo de señal, sin modificar la función de transferencia de ninguno de los dos subsistemas del siguiente modo:



Los cambios realizados en las zonas A, B, C y D se explican a continuación:

(A) El cambio realizado consiste en inyectar $x[n]$ en $w_2[n]$ en lugar de en $w_1[n]$. El valor de $w_2[n]$ es el mismo que tenía en la configuración original. El valor de $w_1[n]$ cambia, pero su influencia en el resto del sistema sólo es a través de $w_2[n]$ por lo que si $w_2[n]$ mantiene los mismos valores la función de transferencia del sistema se mantendrá inalterada.

PROBLEMA 2 (3)

(B) El valor de $W_4[n]$ es el mismo que en el sistema anterior, y el valor de $v[n]$ no cambia, habrá en $W_3[n]$, por lo que el valor de $v[n]$ no cambia, como tampoco lo hace la función de transferencia del sistema.

(C) Los valores que llegan a los dos extremos de la cadena de retardo son los mismos independientemente de si $v[n]$ se inyecta por $W_5[n]$ o $W_6[n]$, con lo que la función de transferencia no cambiará.

(D) $W_8[n] = W_7[n] = y[n] \Longrightarrow$ Es indiferente si extraemos $y[n]$ de $W_8[n]$ o de $W_7[n]$.

Con estas pequeñas modificaciones podemos ver que el sistema es la asociación serie de un sistema en Forma Directa II (el primero de ellos) y un sistema en Forma Directa II Traspuesta (el segundo de ellos).

PROBLEMA 2 (4)

(c) Una vez hechas las modificaciones del apartado b e identificadas las formas de los subsistemas es inmediato calcular la función de transferencia:

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$$

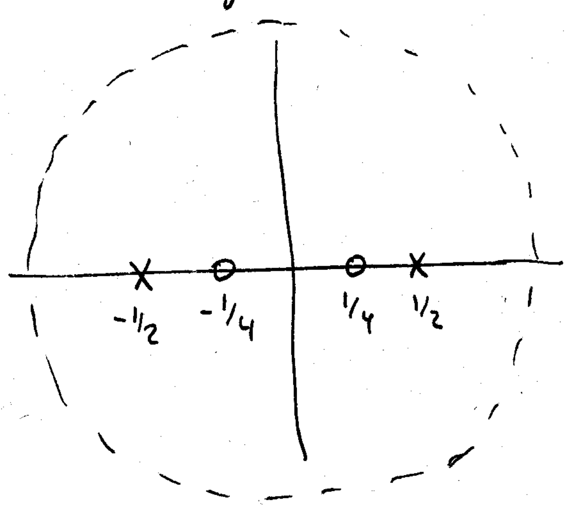
$$H_1(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}} = \frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$$

$$H_2(z) = \frac{1 - \frac{1}{16} z^{-2}}{1 - z^{-2}} = \frac{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}$$

Hay cancelación de polos y ceros y el sistema completo queda:

$$H(z) = \frac{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$$

El diagrama de polos y ceros queda



Como sabemos que el sistema es causal la única ROC posible es $|z| > 1/2$

Como esta ROC incluye a la circunferencia unidad el sistema completo <u>ES ESTABLE</u>

PROBLEMA 2 (5)

d) Para dibujar el sistema completo en Forma Directa I obtenemos

$$H(z) = \frac{\left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{4}z^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)} = \frac{1 - \frac{1}{16}z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}$$

Y dibujamos directamente la F.D.I.