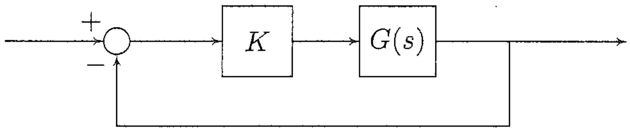
1. **(3.5 puntos, 35 minutos)**

Se dispone de un sistema realimentado como el de la siguiente figura:



Sabiendo que la función de transferencia es $G(s) = \dfrac{(s+300)}{s(s+30)(s+100)}$, se pide:

a) Suponiendo $K = 1$, dibujar, ayudándose de regla, los diagramas de Bode asíntoticos del sistema en bucle abierto para entradas senoidales de frecuencia comprendida entre 1 rad/s y 10^4 rad/s.

b) Calcular el valor que debe tener la ganancia del controlador para que el error del sistema realimentado ante una rampa unitaria sea igual a 10^{-4}.

c) Razonar sobre la respuesta del sistema realimentado ante una entrada de tipo escalón utilizando los diagramas y el valor de la ganancia calculados en los apartados anteriores.

a) Normalizar G(s)

$$G(s) = \frac{(s+300)}{s(s+30)(s+100)} = \frac{3\cancel{0}\cancel{0}}{\underbrace{30 \cdot 1\cancel{0}\cancel{0}}_{=\frac{1}{10}}} \; \frac{\left(\frac{s}{300}+1\right)}{s\left(\frac{s}{30}+1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$$

Valor inicial ganancia

$20 \log \frac{1}{10} = -20$ dB debidos al término constante

$20 \log \frac{1}{1} = \;\; 0$ dB debidos al polo en el origen

Total $\;\; -20$ dB

Pendientes ganancia

ω	1	30	100	300
polo en s=0	-20	-20	-20	-20
polo en s=-30	0	-20	-20	-20
polo en s=-100	0	0	-20	-20
cero en s=-300	0	0	0	+20
Total	-20	-40	-60	-40

Valor inicial fase

1 polo en el origen $\Rightarrow$ $-90°$

Valor final fase

Grado relativo 2 $\Rightarrow$ $-180°$

Pendientes fase

ω	1	3	10	30	300	1000	3000
polo en s=-30	0	-45	-45	-45	0	0	0
polo en s=-100	0	0	-45	-45	-45	0	0
cero en s=-300	0	0	0	+45	+45	+45	0
Total	0	-45	-90	-45	0	+45	0

b) Cálculo de Kv

$$K_v = \lim_{s \to 0} s \cdot K \cdot G(s) = \frac{K \cdot 300}{30 \cdot 100} = \frac{K}{10}$$

$$e_r = \frac{1}{K_v} \Rightarrow \quad 10^{-4} = \frac{1}{\frac{K}{10}} \Rightarrow K = 10^5$$

c) $K = 10^5 \Rightarrow$ Diagrama ganancia sube $20 \log 10^5 = 100\,dB$

Diagrama de fase no cambia

La nueva frecuencia crítica (ver diagrama) será aproximadamente 300 rad/s

El nuevo margen de fase (ver diagrama) será aproximadamente $-22'5°$

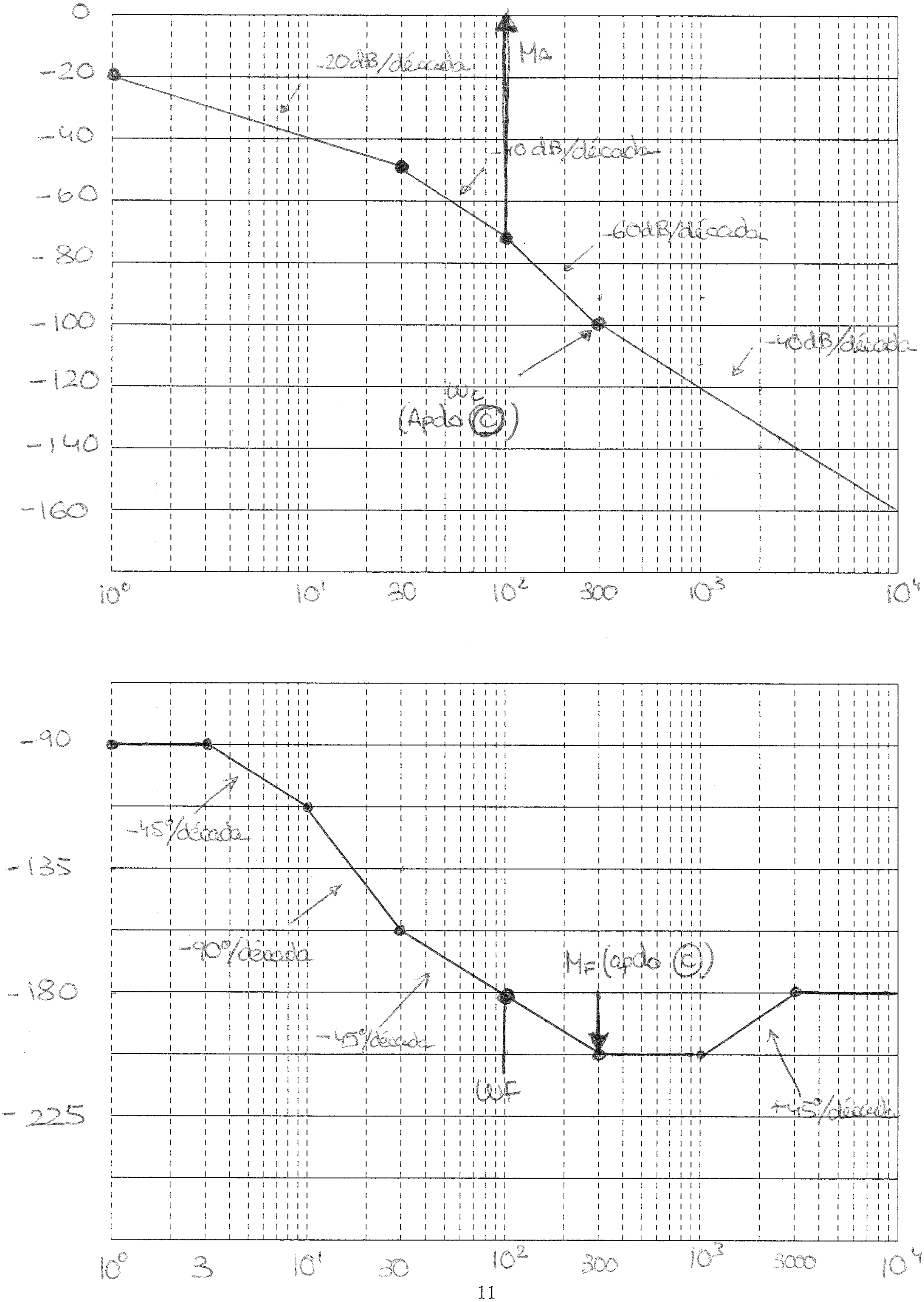
El nuevo margen de amplitud será aproximadamente

$$0 - (-70+100) = -30\,dB$$

Ninguna condición de estabilidad se cumple luego el sistema será inestable para $K = 10^5$

*Aclaración: La frecuencia crítica para $K=1$ es aproximadamente $0'1$ rad/s (El hecho de que no se vea en el diagrama no quiere decir que no exista)

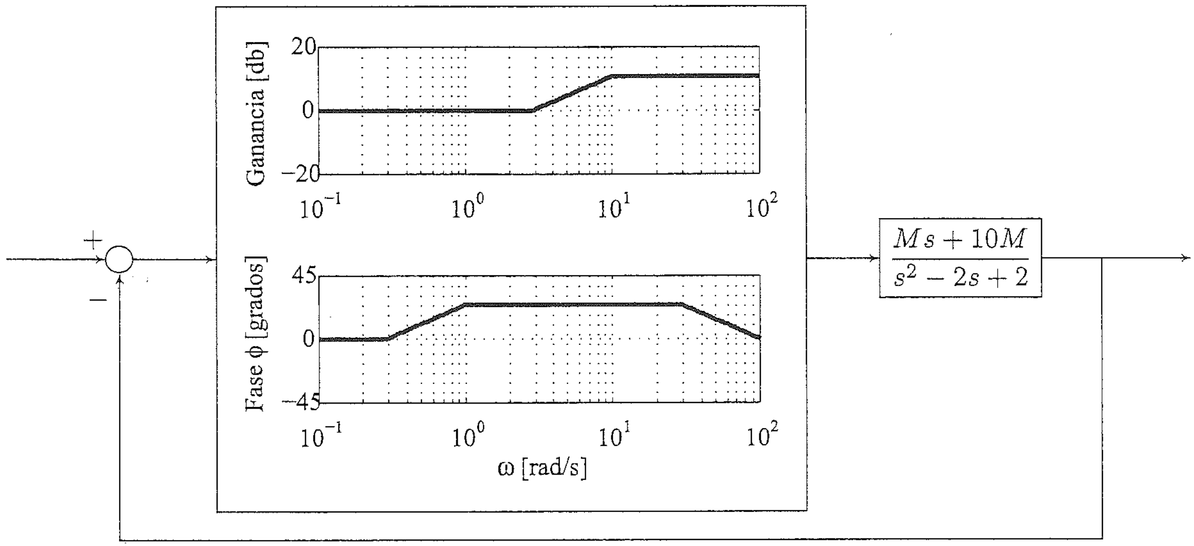
DIAGRAMAS BODE PROBLEMA 1



2. **(3.5 puntos, 35 minutos)**

En un proyecto de submarino de la Armada de un país cuyo nombre no viene al caso se han detectado defectos de diseño que obligan a modificaciones de última hora. A usted le corresponde reajustar cierto subsistema cuya arquitectura de control es un bucle de realimentación negativa unitaria.

En la rama directa del bucle de realimentación se encuentra en primer lugar un controlador ya desarrollado por una consultora externa de precios muy asequibles pero que, celosa de su propiedad intelectual, lo instaló como una caja negra que no puede modificarse. Afortunada y empíricamente se ha podido obtener el diagrama de Bode de dicho controlador, como se muestra en el esquema de más abajo. La salida de dicho controlador alimenta a una planta que consta de un único parámetro modificable M.



Su misión es estudiar el comportamiento del sistema en función del parámetro M. Para ello:

a) Identifique la clase de controlador que diseñó la consultora y su función de transferencia.

b) Dibuje el lugar de las raíces detallado del sistema en función de M positivo.

c) Calcule M para la respuesta del sistema sea críticamente amortiguada.

d) Identifique sobre el dibujo el punto s^* del lugar de las raíces que minimiza el tiempo de pico teórico del sistema subamortiguado.

a) Como ambas gráficas tienen pendiente inicial nula, no hay singularidades en origen (corroborado por $\phi(0'1) = 0^\circ$)

Como en $\omega = 3$ la ganancia pasa a tener 20dB/dec, hay un cero en $s = -3$. Análogamente se deduce que hay un polo en $s = -10$.

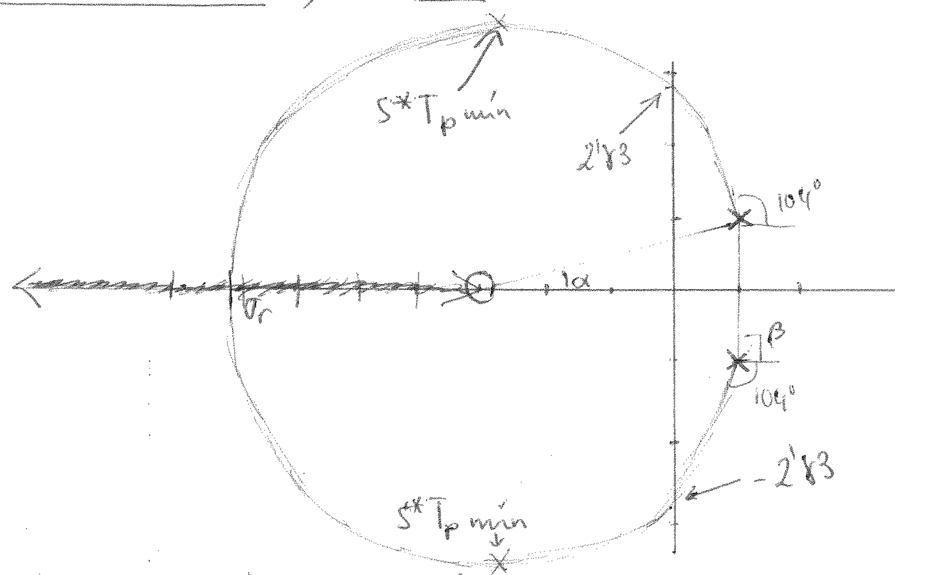
Como el cero está a la derecha del polo, se trata de una red de anticipo (corroborado por la fase en forma de monte).

$C(s) = K\frac{(s+3)}{(s+10)}$. Dado que la ganancia inicial es 0dB, el módulo inicial es 1 y K debe ser $\frac{10}{3}$: $C(s) = \frac{10}{3}\frac{3}{10}\frac{(s/3+1)}{(s/10+1)}$

b) $G(s) = \frac{Ms + 10M}{s^2 - 2s + 2} = M \frac{(s+10)}{s^2 - 2s + 2}$. M actúa como ganancia de $\emptyset$ a $+\infty$

FdT del sistema: $C(s)\,G(s) = \frac{10}{3} \frac{(s+3)}{(s+10)} \frac{\cancel{(s+10)}}{s^2-2s+2} M$

Ceros ~~Polos~~: en $s = -3$; Polos ~~Ceros~~: en $s^2 - 2s + 2 = \emptyset \Rightarrow s = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = 1 \pm j$



$(-\infty, -3] \in$ lugar
$(-3, +\infty) \notin$ lugar
Grado relativo 1: una asíntota, sobre la recta real, hacia $-\infty$

Puntos de ruptura: $N(s) = s+3$; $N'(s) = 1$; $D(s) = s^2 - 2s + 2$; $D'(s) = 2s - 2$
(Omito $\frac{10}{3}$ que no altera el cálculo) // $N(s)D'(s) - D(s)N'(s) = \emptyset \Rightarrow (s+3)(2s-2) - s^2 + 2s - 2 =$
$= 2s^2 - \cancel{2s} + 6s - 6 - s^2 + \cancel{2s} - 2 = s^2 + 6s - 8 = \emptyset \Rightarrow s = \frac{-6 \pm \sqrt{36+32}}{2}$ ↗ $-7'12$ ↘ $1'12$

Como $1'12 \notin$ Lugar, $\Rightarrow \sigma_r = -7'12$. Como entran dos ramas, lo hacen perpendicularmente.

Ángulo de partida $\angle_{1+j} = 180° - \beta + \alpha = 180° - 90° + \operatorname{atan} \frac{1}{4} = 90° + 14° = 104°$

El inferior será $-104° = 256°$ por simetría.

Corte con el eje imaginario: El denominador del sistema realimentado es $M(10s + 30) + 3s^2 - 6s + 6 = 3s^2 + (10M - 6)s + (30M + 6)$. Routh:

s^2	3	$30M+6$
s^1	$10M-6$	0
s^0	$30M+6$	0

Luego $10M - 6 = 0 \Rightarrow M = 6/10$; $30M + 6 = 0 \Rightarrow M = -6/30$ NO $(M \geq 0)$

Sustituyo en el denominador $M = 6/10$:

$3s^2 + 24 = 0 \Rightarrow s = \pm\sqrt{-8} = \pm j2'83$

c) El sistema es críticamente amortiguado cuando sus dos polos son coincidentes; esto es, en el punto de ruptura σ_r. Aplicando condición de módulo con $s^* = -7'2$, obtenemos M:

$$M = \frac{3}{10} \frac{|s^{*2} - 2s^* + 2|}{|s^* + 3|} = \frac{3}{10} \frac{66'9}{4'12} = \underline{\underline{4'87}}$$

d) Como $T_p = \frac{\pi}{\omega_d}$, el T_p es menor cuando ω_d es mayor. Dado que la posición de los polos complejos conjugados es ~~$j\omega_n$~~ $-\zeta\omega_n \pm j\omega_d$, sabemos que ω_d corresponde a la posición imaginaria. Luego s^* de menor T_p son los puntos más alejados de la recta real en el lugar, señalados en el dibujo.

3. **(3.5 puntos, 35 minutos)**

Mediante análisis frecuencial se ha estimado la función de transferencia de la torreta de un carro de combate, que resulta ser:

$$G(s) = \frac{40}{(s+8)(s+2)}$$

Tanto la señal de entrada como la de salida (medida por medio de un odómetro) se miden en grados. Se quiere controlar dicha torreta para que sea capaz de apuntar con error nulo a objetivos estáticos y con error máximo de 5 grados a objetivos que se muevan con una velocidad ángular constante de 10 grados/s alrededor de la torreta. Además, se requiere una sobreoscilación máxima del 15 % y un tiempo de respuesta igual o inferior a 0,8 segundos.

Diseñe un controlador para el sistema realimentado utilizando el/los compensador/es que considere más adecuado/s, justificando todas las decisiones en los apartados que se incluyen a continuación:

- Posición del polo objetivo s^* (si procede): $-5 \pm 8{,}21j$
  Justifique (en cualquier caso):

  Pto en el límite de los requisitos.
  Cualquier punto con parte real -5 e imaginaria en $(0, 8{,}21]$ también hubiera servido

- Tipo de controlador de transitorio elegido (si procede): PROPORCIONAL (K)
  Justifique (en cualquier caso):

  El punto objetivo pertenece al LDLR
  solo hace falta variar la ganancia

- Tipo de controlador de permanente elegido (si procede): PI
  Justifique (en cualquier caso):

  Hay que anular el error ante escalón esto implica pasar de tipo ∅ a tipo 1

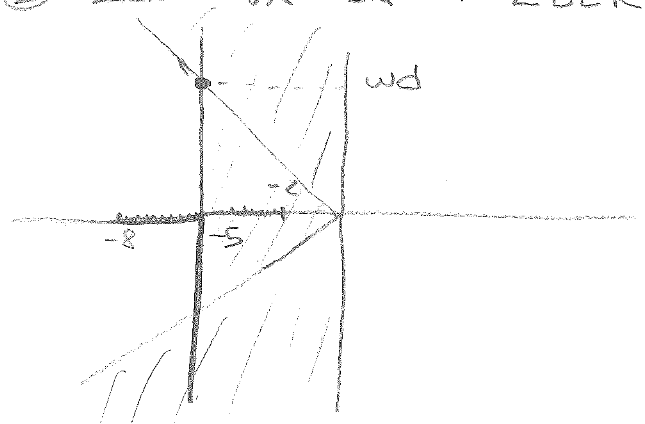
- Cálculos para la obtención de el/los controlador/es:

① Polo objetivo: elijo el que identifican los requisitos:

$$\xi = \frac{-\ln(0{,}15)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(0{,}15)}} = 0{,}52 \qquad T_{s98\%} = \frac{4}{\xi\omega_n} = 0{,}8 \Rightarrow \underbrace{\xi\omega_n = 5}_{\text{PARTE REAL POLO}}$$

$$\omega_n = \frac{4}{0{,}52 \cdot 0{,}8} = 9{,}61 \qquad \underbrace{\omega_d = 9{,}61\sqrt{1-0{,}52^2} = 8{,}21}_{\text{PARTE IMAGINARIA POLO}}$$

② ZONA VÁLIDA + LDLR



Pto ruptura ⇒ Regla Baricentro
$\sigma = -5$

Asíntotas ⇒ CRUCE EN -5

6 ASINTOTAS ⇒ VERTICALES $\left(\frac{360}{\#}\right)$

De la zona válida veo que $s^* = -5 \pm j\,8{,}21$
Pertenece al LDLR

$\Downarrow$

CONTROL POR $\underline{\underline{K}}$ para el transitorio

■ Cond. de módulo:

$$|K| = \left|\frac{1}{G(s)}\right| = \frac{|s^*+2|\,|s^*+8|}{40} =$$

$$= \frac{|-5+8{,}21j+2|\,|-5+8{,}21j+8|}{40} = 1'91$$

ELECCIÓN de PI para permanente

■ $C_{PI}(s) = K_{PI}\,\dfrac{(s+z_c)}{s}$ ■ calculo posición CERO

Error $e_r(\infty) = 5°$ cuando obj. se mueve a 10°/s $\Rightarrow r(t) = \underbrace{10t}_{\text{RAMPA}}$ $\quad \dfrac{10}{s^2}$

$$e_r(\infty) = 5 = \frac{10}{K_v^*} \Rightarrow K_v^* = 2$$

$$K_v^* = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\; 1'91 \cdot \frac{40}{(s+2)(s+8)} \cdot \frac{(s+z_c)}{\cancel{s}} = \frac{1{,}91 \cdot 40 \cdot z_c}{16} = 2$$

$$z_c = \frac{2}{4'77} = 0{,}42 \qquad C_{PI} = K_{PI}\,\frac{(s+0{,}42)}{s}$$

■ Calculo K del PI

$$K_{PI} = |K| = \frac{|s^*+2|\,|s^*+8|\;|s^*|}{40 \cdot 1'91 \cdot |s^*+0{,}42|} = 1{,}0226$$

1'91 (K anterior) 1

$$C(s) = \frac{1{,}91 \cdot 1{,}023\,(s+0'42)}{s} =$$

$$C(s) = \frac{1'95\,(s+0'42)}{s}$$