Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

Examen de Sistemas Automáticos
Parcial 2

Ej. 1	Ej. 2	Test	Total

Apellidos, Nombre:
Sección:
Fecha: 22 de enero de 2015

- **Atención**: el enunciado consta de dos ejercicios prácticos y un test de respuesta múltiple
- Resuelva **ambos ejercicios prácticos** y el test
- Utilice únicamente **bolígrafo negro o azul**

Sistemas de 2º orden básico

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad S_{\%} = 100 \times e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$T_{s_{95\,\%}} \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} \qquad T_{s_{98\,\%}} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad \zeta = \frac{-\ln(S_{\%}/100)}{\sqrt{\pi^2+\ln^2(S_{\%}/100)}}$$

Sistemas realimentados

$$e_{\text{escalón}}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} \quad e_{\text{rampa}}(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad e_{\text{parábola}}(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

Lugar de las raíces

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{ceros}}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}} \qquad \theta_a = \frac{180(2k+1)}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}}$$

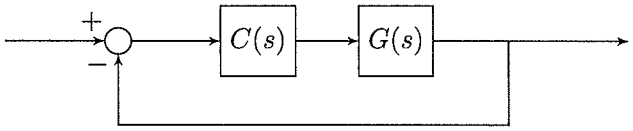
$$\angle_{\text{salida/llegada}} = 180 - \sum \angle\text{sing. del mismo tipo} + \sum \angle\text{sing. distinto tipo}$$

Diagramas de Bode

$$M_F \approx 100\zeta \qquad \omega_c = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2} \qquad M_P = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$|G(j\omega_c)| = 1 = 0dB \quad M_F = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) \qquad G_{\text{PID}}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

1. **(3.5 puntos)** Se desea mejorar el comportamiento de la planta $G(s) = \dfrac{2}{(s-2)(s+4)}$, controlada en realimentación. Inicialmente $C(s)$ es un controlador proporcional ajustado para que el sistema exhiba una sobreoscilación del 35.1 %.



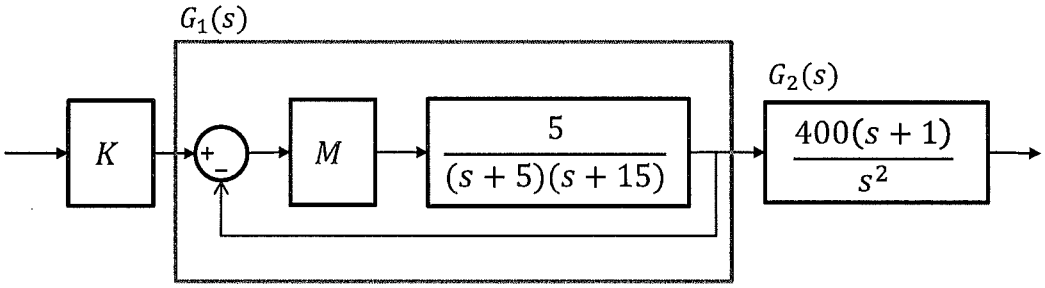
   a) Se quiere reducir el tiempo de respuesta a **entre la mitad y un cuarto del original**, conservando el tiempo de pico. Esboce el lugar de las raíces de $G(s)$ y la zona válida e identifique el punto de **menor sobreoscilación** dentro de la zona válida.

   b) Utilizando **condición de fase y módulo**, diseñe un nuevo controlador $C(s)$ para que los nuevos polos complejos conjugados del sistema estén en el punto hallado en el apartado anterior.

   c) Esboce el nuevo lugar de las raíces del sistema controlado sin calcular puntos de ruptura o cruces con el eje imaginario.

   d) Si quisiera anular el error ante entradas escalón, ¿qué controlador utilizaría? Proponga una posible solución.

2. **(3.5 puntos)** Se quiere mejorar un viejo sistema de apuntamiento automático, cuyo rama directa se representa en la siguiente figura. Para ello se va a instalar un potenciómetro (K) que permitirá modificar la sobreoscilación en el momento de apuntar al objetivo. Desafortunadamente se desconoce el valor de un parámetro M, pero se sabe que la FdT $G_1(s)$ tiene respuesta críticamente amortiguada.



   Se le pide, por lo tanto:

   a) Obtener la FdT $G_1(s)$.

   b) Dibujar el diagrama de Bode de amplitud y fase del sistema completo cuando $K = 1$ e identificar margen de fase y amplitud en la gráfica.

   c) Identificar la frecuencia crítica que produciría la menor sobreoscilación y el correspondiente margen de fase.

   d) Calcular el valor del potenciometro K que, cuando se realimente el sistema, permitirá obtener dicha sobreoscilación.

3. **3 puntos, +0.2 cada acierto, -0.1 cada error.** Marque todas las respuestas que considere correctas. **¡Atención!** Si hay más respuestas incorrectas que correctas la calificación final del test será de **cero.**

1. En un diagrama de Bode de un sistema en bucle abierto, el diagrama de amplitud cruza por 0 dB una vez y el de fase por $-180°$ dos veces:
   a) ☒ El sistema realimentado se puede con certeza estabilizar con un controlador proporcional
   b) ☐ El sistema es con certeza estable
   c) ☐ El margen de amplitud es con certeza positivo
   d) ☐ El margen de amplitud es con certeza negativo

2. Dada una función de transferencia $G(s) = \dfrac{s+100}{(s+10)^2}$ y una entrada $20\sin(10t)$, a la salida se obtendrá:
   a) ☐ $\sin(10t + 45°)$
   b) ☐ $20\sin(10t - 135)$
   c) ☐ $\sin(20t)$
   d) ☒ $20\sin(10t - 90°)$

3. Dada una planta $G(s) = \dfrac{(s-2)(s-4)}{(s+2)(s+4)}$ controlada en realimentación unitaria:
   a) ☒ Existe una ganancia que permite obtener un sistema marginalmente estable
   b) ☒ Existe una ganancia que permite obtener una sobreoscilación del 20 %
   c) ☒ Si la ganancia crece, se pasará de un sistema estable a uno inestable
   d) ☐ Existe una ganancia que permite obtener un tiempo de respuesta de 0.5 s

4. En parte de un diagrama de Bode de fase se observa una pendiente de $-90°$/déc que empieza en $\omega = 1rad/s$ y se suaviza a $-45°$/déc en $\omega = 2rad/s$. La función de transferencia podría ser:
   a) ☒ $G(s) = \dfrac{(s+20)(s+200)}{(s+10)^2}$
   b) ☒ $G(s) = \dfrac{(s+20)}{(s+10)^2}$
   c) ☐ $G(s) = \dfrac{(s+20)(s+200)}{(s+10)}$
   d) ☐ $G(s) = \dfrac{(s+2)}{(s+1)^2}$

5. El ancho de banda de un sistema:
   a) ☐ Depende solo de la frecuencia amortiguada
   b) ☐ Aumenta al hacerlo la frecuencia natural
   c) ☐ Es el intervalo $[0, \omega_r]$ siendo ω_r la frecuencia de resonancia
   d) ☐ Coincide con la frecuencia de corte

NO

6. La planta $G(s) = \dfrac{K}{s(s+2)}$ en bucle cerrado cumple el requisito $T_p = \pi$ segundos. Entonces:
   a) ☐ Su margen de fase es aproximadamente 110°
   b) ☐ Tiene $K = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
   c) ☒ Su margen de fase es aproximadamente 71°
   d) ☒ Tiene $K = 2$

7. Si el diagrama de Bode de amplitud de un sistema siempre decrece:
   a) ☒ Forzosamente hay polos en el origen
   b) ☐ No hay polos
   c) ☐ Forzosamente la fase es constante
   d) ☐ No hay ceros

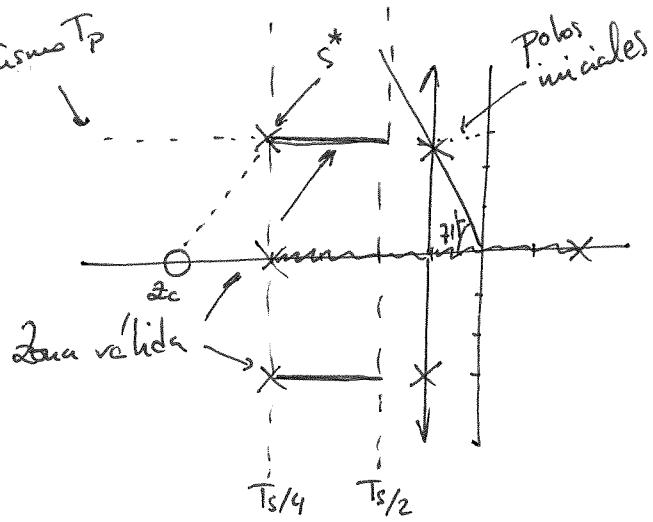
8. Dada la FdT $G(s) = \dfrac{s+2}{s^2+2s+2}$, en su lugar de las raíces:
   a) ☐ El ángulo de partida es 45°
   b) ☒ El ángulo de partida es 135°
   c) ☐ El ángulo de partida es $-45°$
   d) ☒ Tiene un punto de ruptura

9. Dada la FdT $G(s) = \dfrac{3}{(s-1)(s-4)}$ y el requisito $S\,\% = 20\,\%$:
   a) ☐ Es inestable, no se puede controlar
   b) ☒ Se puede controlar con un PD
   c) ☐ Es suficiente un controlador proporcional
   d) ☐ Se puede controlar con un integrador puro

10. Si se controla un sistema con un PID, éste último se podrá siempre reemplazar con:
    a) ☐ Un PD + red de retardo
    b) ☒ Una red de anticipo + PI
    c) ☐ Un controlador proporcional
    d) ☐ Una red de anticipo + red de retardo

4

a)



$SO = 35'1\% \Rightarrow \zeta = 0'316$

$\arccos \zeta = 71'57° \Rightarrow \frac{\omega_d}{1} = \tan 71'57°$

$\Rightarrow \omega_d = 3$, $\zeta\omega_n = 1$

Luego G(s) con C(s) inicial tiene polos en $-1 \pm 3j \Rightarrow T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4$ seg.

$T_p = \frac{\pi}{3}$.

Mitad de $T_s \Rightarrow$ doble $\zeta\omega_n$; Cuarta parte $\Rightarrow$ cuádruple $\zeta\omega_n$

De la zona válida, $s^* = -4 \pm 3j$ tiene mínima SO% (menor ángulo)

b) Como el LdlR no pasa por s^*, voy a usar un PD

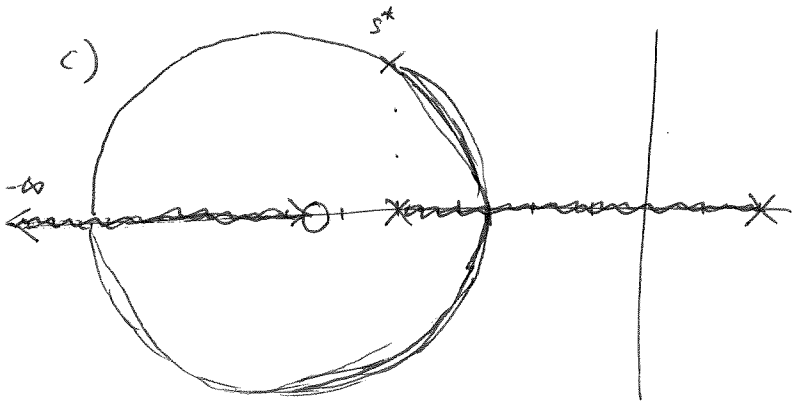
$180° = \angle z_c - 90° - (180 - \text{atan}\frac{3}{6}) \Rightarrow \angle z_c = 63°$

$\frac{3}{z_c - 4} = \tan 63° \Rightarrow z_c = 5'5$

$K = \frac{3\sqrt{3^2+6^2}}{2\sqrt{3^2+1'5^2}} = \frac{20'1}{6'7} = 3$

Mi PD es $3(s+5'5)$ $\Rightarrow C(s) = 3(s+5'5)$

c)



$\nexists$ $(-\infty \ldots -5'5] \cup [-4 \ldots 2] \in$ LdlR

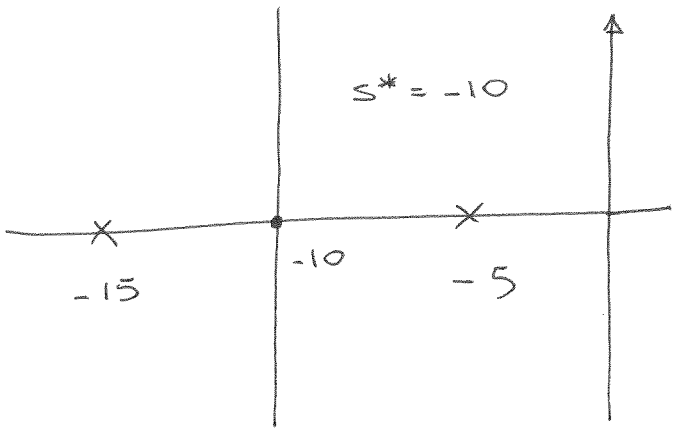
Una asíntota hacia $-\infty$

Dos puntos de ruptura por calcular

d) Como necesitaría tener tipo 1, esto requiere un P.I.

Al no haber condiciones de error ante rampa, cualquier cero "próximo" al origen daría lugar a una variación pequeña del LdlR y la ganancia. Mi PI tendrá ganancia ≈ 1.

Posible PI: $K_{PI}\frac{(s+0'1)}{s}$ $\quad K_{PI} = \frac{\sqrt{3^2+4^2}}{\sqrt{3^2+3'9^2}} = 1'02$ $\quad PI: 1'02\frac{(s+0'1)}{s}$



$$|M| = |K| = \frac{|s^*+5|\,|s^*+15|}{5} = \frac{|-10+5|\,|-10+15|}{5} = \frac{5\cdot 5}{5} = 5$$

Realimento para obtener la $G_1(s)$

$$G_1(s) = \frac{25}{(s+5)(s+15)+25} = \frac{25}{(s+10)^2}$$

$$G(s) = G_1(s)\,G_2(s) = \frac{10000\,(s+1)}{(s+10)^2 s^2} = \frac{10000\,(s+1)}{(s+10)(s+10)s^2}$$

NORMALIZO

$$G(s) = \frac{10000\,(s+1)}{100\left(\frac{s}{10}+1\right)\left(\frac{s}{10}+1\right)s^2}$$

Frecuencias: $\omega = \{0'1, 1, 10, 100\}$ → (extremos) $\{0{,}01, 0'1, 1, 10, 100, 1000\}$

Módulo

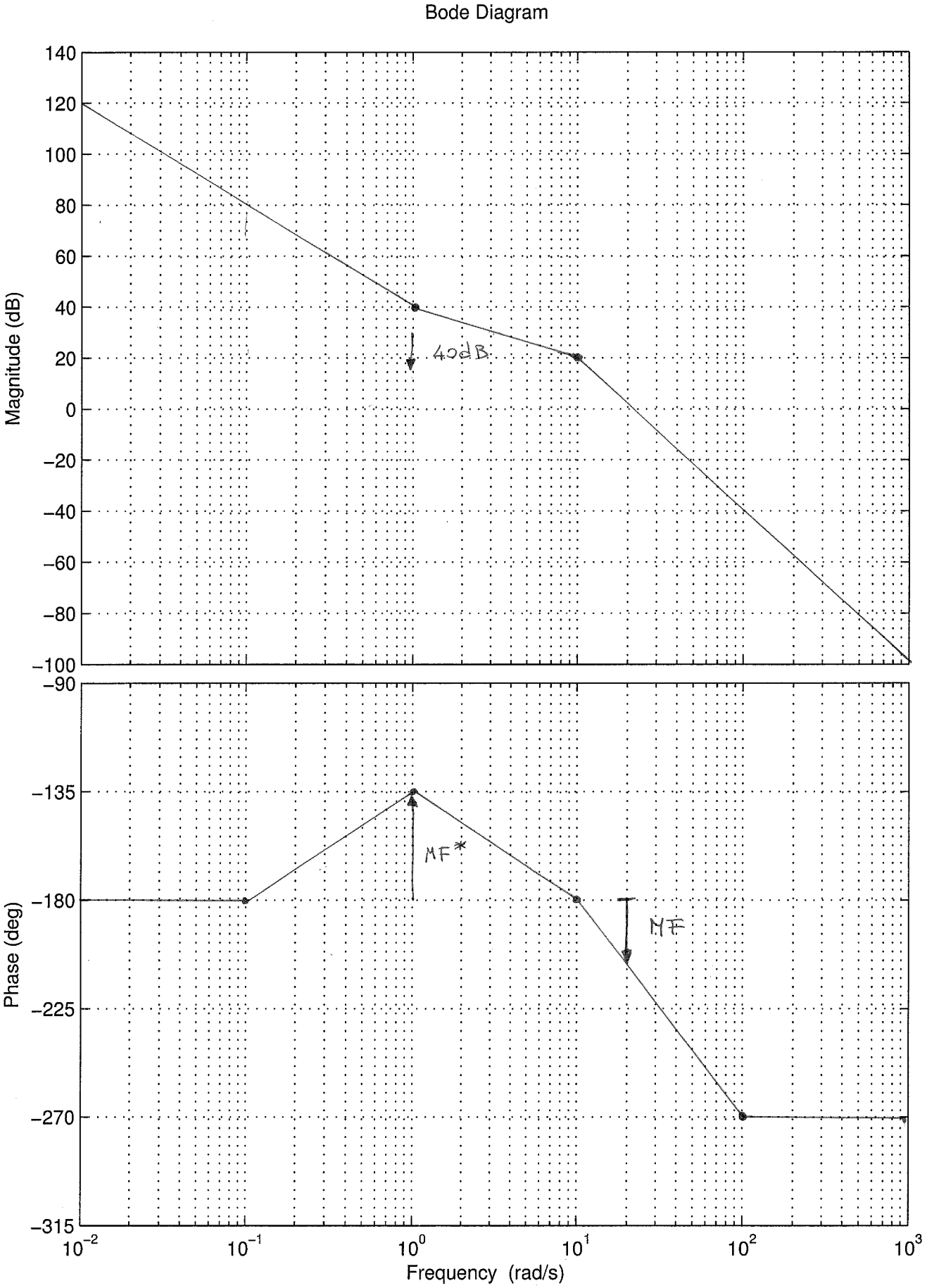
	0'01	1	10	1000
s = ∅	-20	-20	-20	
s = ∅	-20	-20	-20	
s = -1	∅	+20	+20	
s = -10	∅	∅	-20	
s = -10	∅	∅	-20	
	-40	-20	-60	

Fase

	0'01	0'1	1	10	100	1000
s = ∅	∅	∅	∅	∅	∅	
s = ∅	∅	∅	∅	∅	∅	
s = -1	∅	+45	+45	∅	∅	
s = -10	∅	∅	-45	-45	∅	
s = -10	∅	∅	-45	-45	∅	
	∅	+45	-45	-90	∅	

VAL. INICIAL:

$$M(0{,}01) = 20\lg 100 + \underbrace{2\times 20\lg\frac{1}{0'01}}_{\text{POLOS ORIG.}} = 40+2\times 40 = 120 \qquad \varphi(0'01) = \underbrace{2\times -90}_{\text{POLOS ORIG}} = -180$$



$-40 = 20 \lg K \qquad -\frac{40}{20} = \lg K \qquad K = 10^{-2} = 0{,}01$