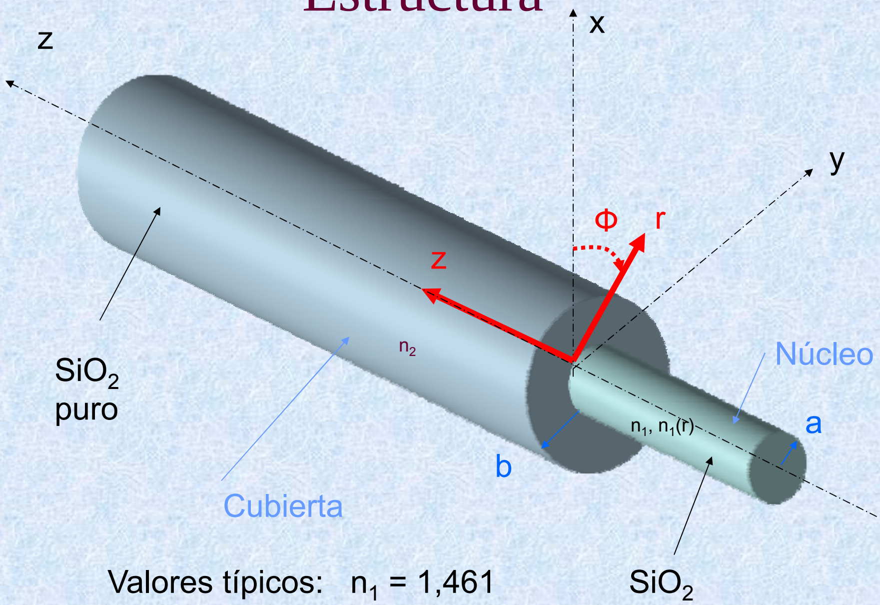
FIBRAS ÓPTICAS

FIBRA ÓPTICA

Estructura

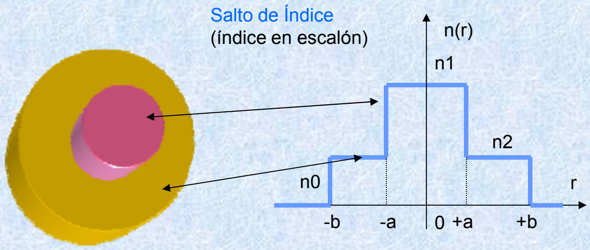


Valores típicos: n_1 = 1,461
n_2 = 1,460

Clasificación

Clasificación por
el Perfil del Índice
de refracción del núcleo

Salto de Índice
(índice en escalón)

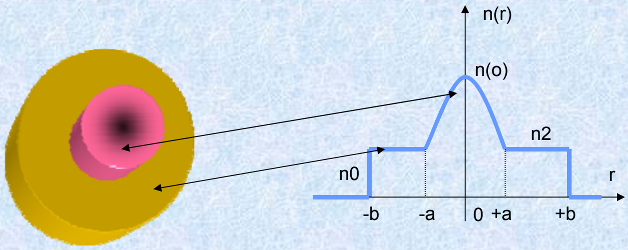


Índice gradual

$$n(r)=n(0)\cdot\left[1-2\cdot\Delta\cdot\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}\right]^{1/2}$$

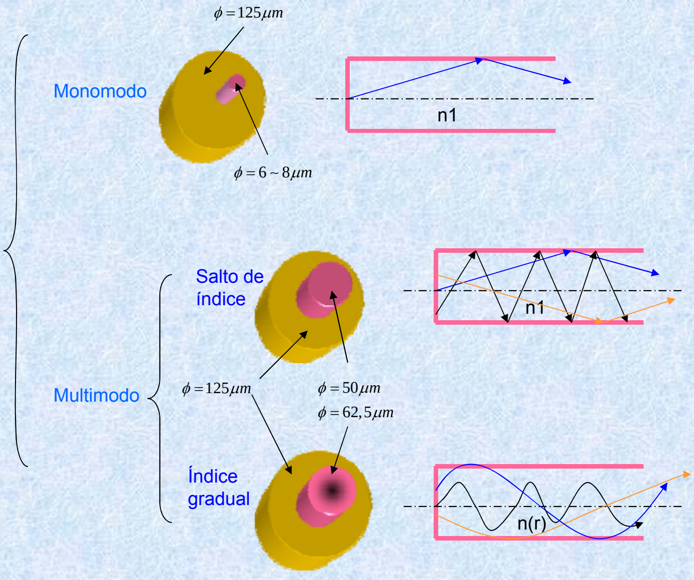
$$\Delta \doteq \frac{n(0)^2-n_2^2}{2\cdot n(0)^2}\approx\frac{n(0)-n_2}{n(0)}$$

$$\alpha=\begin{cases}2\rightarrow perfil\_parabolico\\ 1\rightarrow perfil\_triangular\\ \infty\rightarrow salto\_de\_indice\end{cases}$$

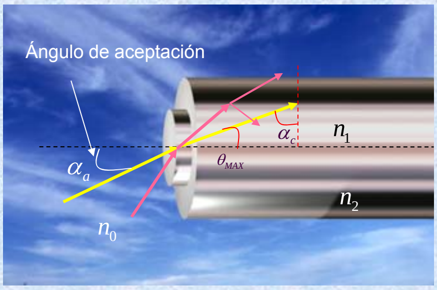


Clasificación

Clasificación por
el Número de Modos
propagados.



Apertura Numérica (NA)



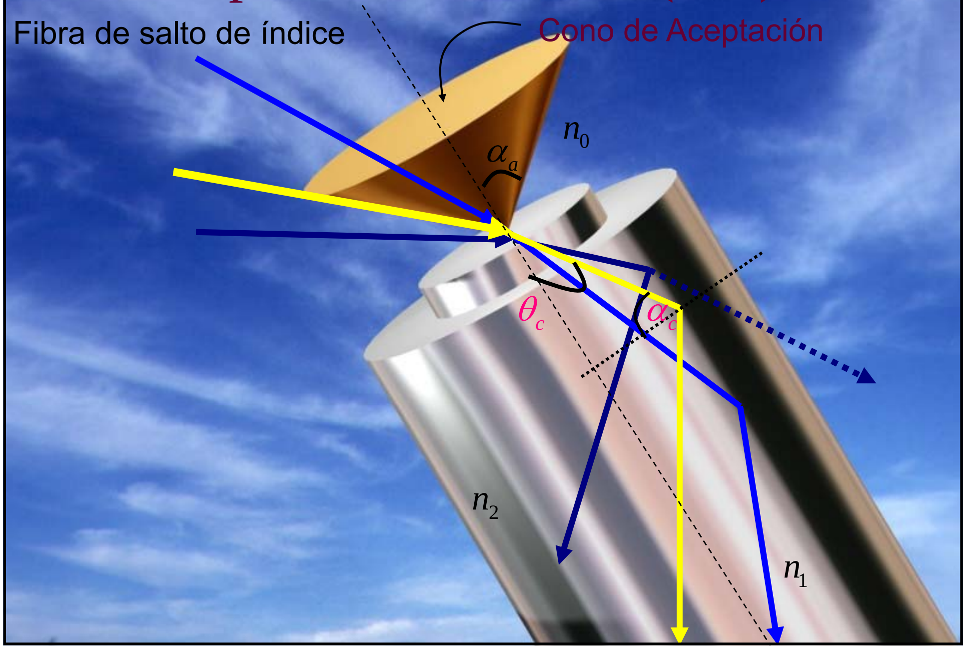
Fibra de salto de índice

$$n_0 \cdot sen(\alpha_a) = n_1 \cdot sen(\theta_{MAX}) = n_1 \cdot \cos(\alpha_c) =$$

$$n_1 \cdot \sqrt{1 - sen^2(\alpha_c)} = n_1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{NA \triangleq n_0 \cdot sen(\alpha_a) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

Apertura Numérica (NA)



Apertura Numérica (NA)

Fibra de índice gradual

$$n(r)=\begin{cases} n(0)\cdot\left[1-2\Delta\left(\dfrac{r}{a}\right)^{\alpha}\right]^{1/2} & 0\le r\le a \\ n(0)\cdot(1-2\Delta)^{1/2}\approx n(0)\cdot(1-\Delta)=n_2 & r\ge a \end{cases}$$

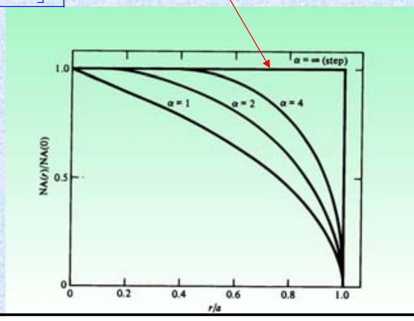
$$\Delta=\frac{n(0)^2-n_2^2}{2\cdot n(0)^2}\simeq\frac{n(0)-n_2}{n(0)}$$

- Apertura Numérica Local

$$AN_{IG}(r)\doteq\sqrt{n(r)^2-n_2^2}=\sqrt{n(0)^2.\left[1-2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}\right]-n_2^2}=$$

$$\sqrt{2\cdot n(0)^2\cdot\Delta-2\cdot n(0)^2\cdot\Delta\cdot\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}}=n(0)\cdot\sqrt{2\cdot\Delta}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}}=\boxed{AN_{SI}\cdot\left[1-\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}\right]^{1/2}}$$

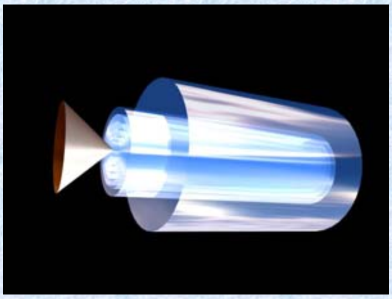
Salto Índice

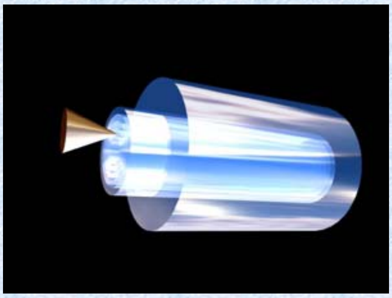


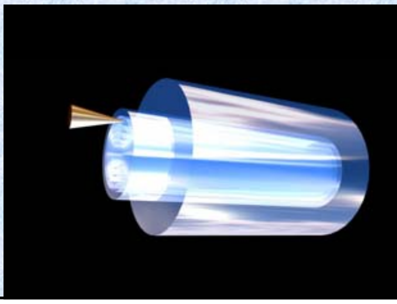
$$\Delta \text{ típicos} = 0,001...0,01$$

Apertura Numérica (NA)

Fibra de índice gradual







Ecuación de onda

Componentes longitudinales de los campos

$$\left(\nabla_t^2 + k_{ci}^2\right) e_{zi} = 0 \qquad i = 1 \quad r \le a \quad \text{Núcleo}$$

$$\left(\nabla_t^2 + k_{ci}^2\right) h_{zi} = 0 \qquad i = 2 \quad r \ge a \quad \text{Revestimiento}$$

$$k_{ci}^2 = k^2 n_i^2 - \beta^2 \Rightarrow \begin{cases} u^2 = k_{c1}^2 = k^2 n_1^2 - \beta^2 \\ w^2 = -k_{c2}^2 = \beta^2 - k^2 n_2^2 \end{cases}$$

La solución es una onda propagándose en la dirección z:

$$e_{zi}\left(r,\phi\right) = F_{ei}\left(r,\phi\right)$$

$$h_{zi}\left(r,\phi\right) = F_{hi}\left(r,\phi\right)$$

Ecuación de onda

Para resolver la ecuaciones diferenciales para las componentes longitudinales de los campos eléctrico y magnético, se utiliza el método de separación de variables

En coordenadas cilíndricas se obtiene:

$$F_i\left(r,\phi\right) = R_i\left(r\right)\Phi_i\left(\phi\right)$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\, R_i'\, \Phi_i\right) + \frac{1}{r^2} R_i \Phi_i'' + k_{ci}^2 R_i \Phi_i = 0$$

$$\frac{r}{R_i}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\, R_i'\right) + k_{ci}^2 + \frac{\Phi_i''}{\Phi_i} = 0$$

Ecuación de onda

Como la fibra óptica tiene simetría de revolución, la función Φ debe ser idéntica en $\phi = 0 \quad y \quad \phi = 2\pi$

$$\Phi_i(\phi) = e^{jm\phi} \qquad m = 0, 1, 2, \dots$$

Con lo que se obtiene:

$$\frac{d^2 R_i}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_i}{dr} + \left(k_{ci}^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R_i = 0$$

Núcleo:

$$\frac{d^2 R_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_1}{dr} + \left(u^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R_1 = 0$$

Revestimiento:

$$\frac{d^2 R_2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_2}{dr} + \left(-w^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R_2 = 0$$

Ecuación de onda

De todas las soluciones, únicamente interesan aquellas que corresponden a ondas que se propagan en la dirección de z y que están confinadas en su mayor parte en el núcleo de la fibra

Para ello: $u^2 \geq 0 \qquad w^2 \geq 0$

Además las soluciones deben cumplir:
Los campos deben ser finitos en r = 0
Los campos deben drececer cuando r→∞

Con estas condiciones:

Núcleo: $R_1 = C\, J_m(ur)$

Revestimiento: $R_2 = D\, K_m(wr)$

Ecuación de onda

Núcleo

$$e_{z1} = A_1\, J_m\left(ur\right)e^{jm\phi}$$

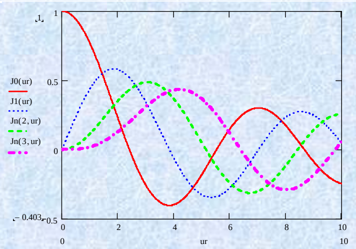
$$h_{z1} = B_1\, J_m\left(ur\right)e^{jm\phi}$$

Revestimiento

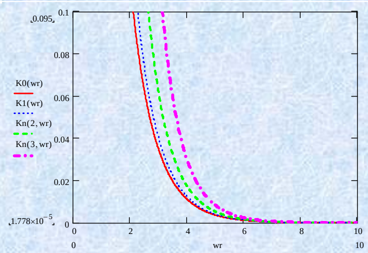
$$e_{z2} = A_2\, K_m\left(wr\right)e^{jm\phi}$$

$$h_{z2} = B_2\, K_m\left(wr\right)e^{jm\phi}$$

J_m es la función de Bessel de 1ª especie



K_m es la función de Bessel de 3ª especie



Ecuación de onda

A partir de las componentes longitudinales, se pueden obtener las componentes transversales de los campos

Núcleo

$$e_{\phi 1} = -\frac{1}{u^2}\left[-\frac{m\beta}{r}A_1\, J_m\left(ur\right) - j\omega\mu_0 u B_1\, J_m{}'\left(ur\right)\right]e^{jm\phi}$$

$$h_{\phi 1} = -\frac{1}{u^2}\left[-\frac{m\beta}{r}B_1\, J_m\left(ur\right) + j\omega\varepsilon_1 u A_1\, J_m{}'\left(ur\right)\right]e^{jm\phi}$$

$$e_{r1} = -\frac{1}{u^2}\left[j\beta u A_1\, J_m{}'\left(ur\right) - \frac{\omega\mu_0 m}{r}B_1\, J_m\left(ur\right)\right]e^{jm\phi}$$

$$h_{r1} = -\frac{1}{u^2}\left[j\beta u B_1\, J_m{}'\left(ur\right) + \frac{\omega\varepsilon_1 m}{r}A_1\, J_m\left(ur\right)\right]e^{jm\phi}$$

Ecuación de onda

A partir de las componentes longitudinales, se pueden obtener las componentes transversales de los campos

Revestimiento

$$e_{\phi 2} = \frac{1}{w^2}\left[-\frac{m\beta}{r} A_2 K_m(wr) - j\omega\mu_0 w B_2 K_m{}'(wr)\right] e^{jm\phi}$$

$$h_{\phi 2} = \frac{1}{w^2}\left[-\frac{m\beta}{r} B_2 K_m(wr) + j\omega\varepsilon_2 w A_2 K_m{}'(wr)\right] e^{jm\phi}$$

$$e_{r2} = \frac{1}{w^2}\left[j\beta w A_2 K_m{}'(wr) - \frac{\omega\mu_0 m}{r} B_2 K_m(wr)\right] e^{jm\phi}$$

$$h_{r2} = \frac{1}{w^2}\left[j\beta w B_2 K_m{}'(wr) + \frac{\omega\varepsilon_1 m}{r} A_2 K_m(wr)\right] e^{jm\phi}$$

Ecuación de onda

Condiciones de contorno: las componentes tangenciales de los campos deben ser continuas

$$\left.\begin{aligned} e_{z1} &= e_{z2} \\ h_{z1} &= h_{z2} \\ e_{\phi 1} &= e_{\phi 2} \\ h_{\phi 1} &= h_{\phi 2} \end{aligned}\right|_{r=a}$$

Se obtiene la ecuación de dispersión:

$$\left(\frac{K_m{}'}{wK_m} + \frac{J_m{}'}{uJ_m}\right)\cdot\left(n_1^2\frac{J_m{}'}{uJ_m} + n_2^2\frac{K_m{}'}{wK_m}\right) - \frac{m^2k^2\beta^2\left(n_1^2 - n_2^2\right)}{a^2u^4w^4} = 0$$

La frecuencia de corte es aquella tal que a frecuencias superiores, la ecuación de dispersión proporciona una solución de campo guiada, mientras que a frecuencias inferiores los campos no quedan confinados en la fibra

Ecuación de onda

Teniendo en cuenta que la frecuencia normalizada V se define de la siguiente manera:

$$V = \left(u^2a^2 + w^2a^2\right)^{1/2} = \frac{2\pi a}{\lambda}\left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2} = ak\left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2} = ak\left(NA\right)$$

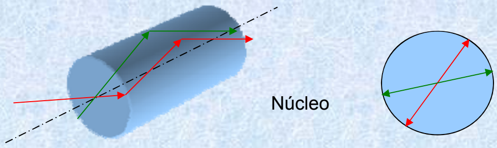
La ecuación de dispersión queda de la siguiente manera:

$$(ua)^4 (wa)^4 \left(\frac{K_m'}{waK_m} + \frac{J_m'}{uaJ_m}\right)\cdot\left(n_1^2\frac{J_m'}{uaJ_m} + n_2^2\frac{K_m'}{waK_m}\right) - \frac{m^2\beta^2V^4}{k^2} = 0$$

Modos

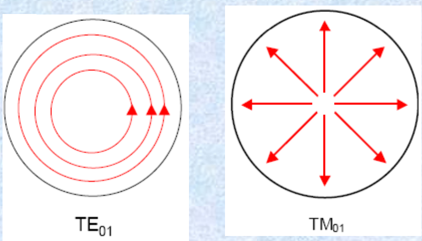
Modos con m = 0:

los campos no dependen de la componente acimutal: rayos meridionales



$$\text{Si } H_z = 0\ E_z \neq 0 \rightarrow \text{Modos } TM_{0n}$$

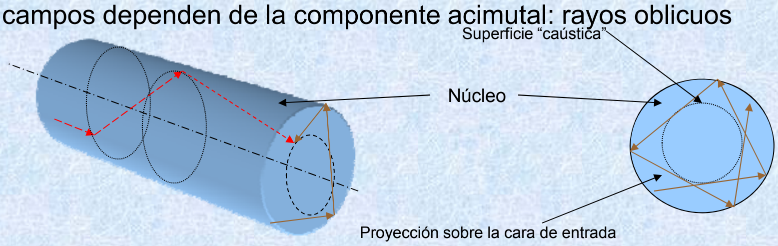
$$\text{Si } E_z = 0\ H_z \neq 0 \rightarrow \text{Modos } TE_{0n}$$



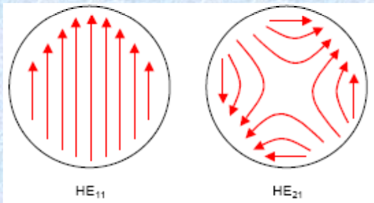
Modos

Modos con m ≠ 0:

los campos dependen de la componente acimutal: rayos oblicuos



Campos con $H_z \neq 0$ $E_z \neq 0 \rightarrow$ Modos HE_{mn} y EH_{mn} (Híbridos)



Modos

Modo	u.a de corte	u.a límite superior
HE_{11}	0	2.405
HE_{21} TE_{01} TM_{01}	2.405	3.832
HE_{31} EH_{11}	3.832	5.136
HE_{12}	3.832	5.520
HE_{41} EH_{21}	5.136	6.380
HE_{22} TE_{02} TM_{02}	5.520	7.016
HE_{51} EH_{31}	6.380	7.588
HE_{32} EH_{12}	7.016	8.417
HE_{13}	7.016	8.654
HE_{61} EH_{41}	7.588	8.771
HE_{42} EH_{22}	8.417	9.761
HE_{23} TE_{03} TM_{03}	8.654	10.173
HE_{71} EH_{51}	8.771	9.936
HE_{52} EH_{32}	9.761	11.065
HE_{81} EH_{61}	9.936	11.086
HE_{33} EH_{13}	10.173	11.620

Modo fundamental: HE_{11}

El modo fundamental en una fibra óptica no tiene frecuencia de corte

Número de modos que se propagan:

$$M \simeq \frac{V^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(n_1^2 - n_2^2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(NA\right)^2$$

Modos. Guiado débil

Fibra de guiado débil: $n_1 \simeq n_2$

⇩

Los modos con constantes de propagación muy parecidas se pueden agrupar en ondas LINEALMENTE POLARIZADAS.

⇩

El campo eléctrico transversal sigue una trayectoria LINEAL. Dirección de Polarización en el eje x o en el eje y

⇩

Los campos se pueden representan utilizando coordenadas rectangulares en lugar de coordenadas cilíndricas

⇩

-Degeneración de modos.
- Cambio de denominación de modos (modos LP)

Modos. Guiado débil

$n_1 \simeq n_2$ La ecuación de dispersión se puede poner de la siguiente forma:

$$\left(\frac{K_m'}{waK_m}+\frac{J_m'}{uaJ_m}\right)^2-\frac{m^2\beta^2V^4}{\varepsilon_1 k_0^2\left(ua\right)^4\left(wa\right)^4}=0$$

Que también puede escribirse como:

$$\frac{K_m'}{waK_m}+\frac{J_m'}{uaJ_m}=\pm m\left(\frac{1}{\left(ua\right)^2}+\frac{1}{\left(wa\right)^2}\right)$$

Modos. Guiado débil

Utilizando las fórmulas de recurrencia de las funciones de Bessel, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{J_{m+1}(ua)}{uJ_m(ua)} + \frac{K_{m+1}(wa)}{wK_m(wa)} = 0$$ Modos EH_{mn}

$$\frac{J_{m-1}(ua)}{uJ_m(ua)} - \frac{K_{m-1}(wa)}{wK_m(wa)} = 0$$ Modos HE_{mn}

Modos. Guiado débil

Empleando otra relación de recurrencia para las funciones de Bessel, las ecuaciones anteriores pueden escribirse como:

$$\frac{J_{m+2}(ua)}{J_m(ua)} + \frac{K_{m+2}(wa)}{K_m(wa)} = 0$$ Modos EH_{mn}

$$\frac{J_{m-2}(ua)}{J_m(ua)} + \frac{K_{m-2}(wa)}{K_m(wa)} = 0$$ Modos HE_{mn}

De estas expresiones se deduce que:
Los modos $EH_{m-1,n}$ y los modos $HE_{m+1,n}$ son modos degenerados (tienen la misma frecuencia de corte)

Modos. Guiado débil

Para calcular la frecuencia de corte, se debe imponer en las ecuaciones de dispersión: $w \to 0$

Como: $$\lim_{w\to 0} \frac{K_m(wa)}{K_{m+2}(wa)} = 0$$

Las frecuencias de corte de los diferentes modos pueden obtenerse conociendo los ceros de las funciones de Bessel

Modos LP_{lm}	Modos exactos	Ecuación característica	Frecuencia normalizada de corte
LP_{01}	HE_{11}	$V = 0$	$V_0 = 0$
$LP_{0,m+1}$	$HE_{1,m+1}$	$J_1(V) = 0$	$V_0 = \chi_{1m} \quad m \geq 1$
LP_{1m}	TE_{0m} TM_{0m} HE_{2m}	$J_0(V) = 0$	$V_0 = \chi_{0m} \quad m \geq 1$
LP_{lm}	$EH_{l-1,m}$ $HE_{l+1,m}$	$J_{l-1}(V) = 0$	$V_0 = \chi_{l-1,m} \quad l \geq 2 \quad m \geq 1$

Los modos LP son modos con la misma ecuación característica y, por tanto, tienen la misma frecuencia de corte

Modos LP. Guiado débil

Nomenclatura de los modos LP

Modos HE_{1m} $\Leftrightarrow$ Modos LP_{0m}

Modos $TE_{0m} + TM_{0m} + HE_{2m}$ $\Leftrightarrow$ Modos LP_{1m}

Modos $HE_{(l+1)m}$ y $EH_{(l-1)m}$ $\Leftrightarrow$ Modos LP_{lm} (con $l \geq 2$)

Ejemplo

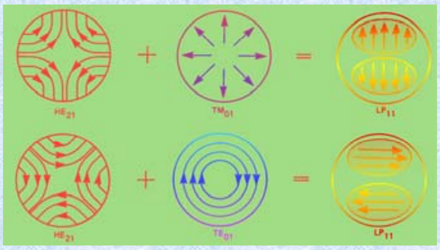
$HE_{11} \to LP_{01}$

$TE_{01} + TM_{01} + HE_{21} \to LP_{11}$

$HE_{12} \to LP_{02}$

Se obtiene que al combinar diferentes modos híbridos, las componentes transversales del campo eléctrico de los modos LP están polarizadas a lo largo del eje x o del eje y

Componente transversal del campo eléctrico



Modos LP. Guiado débil

Expresión matemática de los modos LP

Si se emplea la combinación: $\left[EH_{m-1,n}\right]+\left[HE_{m+1,n}\right]$

El campo eléctrico transversal tiene la siguiente expresión:

Núcleo: $$\vec{e}=\frac{A}{u}J_m\left(ur\right)e^{jm\phi}\,\hat{x}$$

Revestimiento: $$\vec{e}=\frac{A}{w}K_m\left(wr\right)e^{jm\phi}\,\hat{x}$$

Análogamente, si se emplea la combinación: $\left[EH_{m-1,n}\right]-\left[HE_{m+1,n}\right]$

El campo eléctrico transversal estaría polarizado en la dirección y

Modos LP. Guiado débil

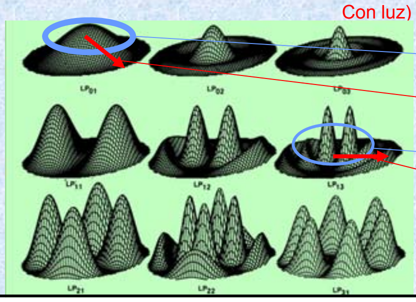
Interpretación de los Modos LP

LP_{lm}

Linealmente Polarizado

Autovalor azimutal (En una vuelta completa al núcleo, Número de cambios de (zonas con luz – zonas oscuras) / 4

Autovalor radial (En un radio número de regiones Con luz)



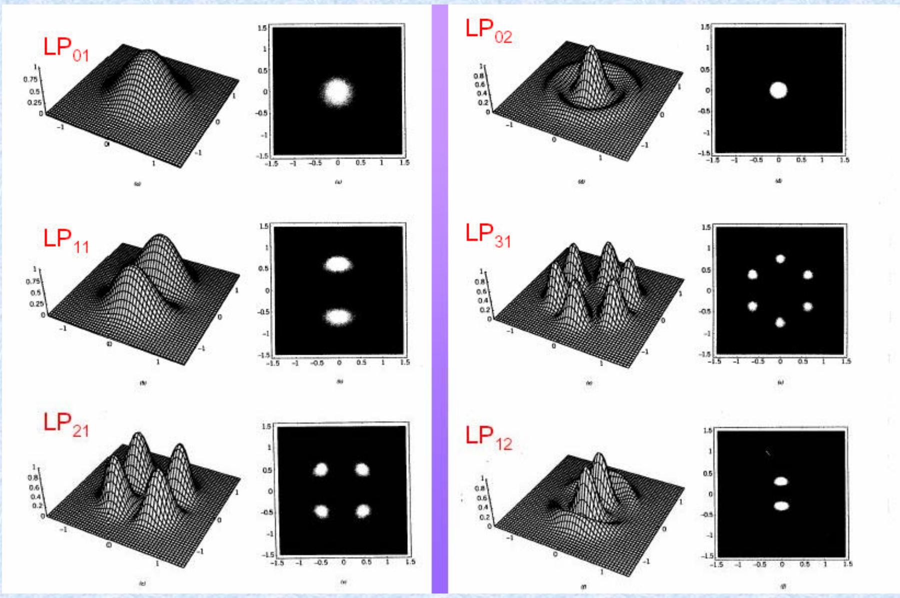
l=0

m = 1

l= 1

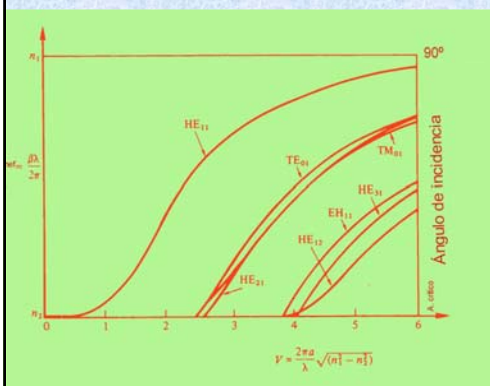
m = 3

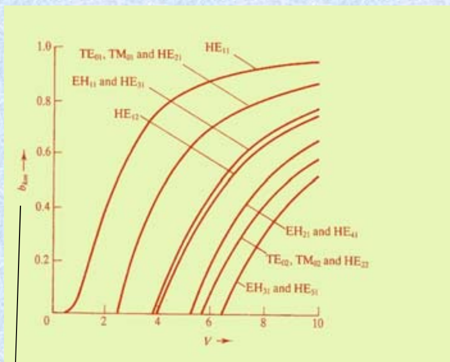
Modos LP. Guiado débil



Modos LP. Guiado débil

Carta modal universal Fibra de Salto de Índice





Constante de propagación normalizada $0 < b < 1$

$$b = \left(\frac{w.a}{V}\right)^{1/2} = 1 - \left(\frac{u.a}{V}\right)^{1/2} = \boxed{\frac{\beta^2 - k_2^2}{k_1^2 - \beta^2}}$$