Sean $z \in \mathbb{C}$ con $z \neq 0$, y θ su argumento, entonces las raíces n-ésimas son de la forma:

$$z_k = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}}, k = 0, 1, 2, ..., n-1$$

Las raíces n-ésimas de un número complejo, forman polígonos regulares al representarlas en el plano complejo.

$$\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{|Z|}\left\{\cos(\frac{\theta + 2k\pi}{n}) + \iota \sin(\frac{\theta + 2k\pi}{n})\right\}; \quad \mathrm{k} = 0, 1, \dots, \mathrm{n} - 1$$

$$\sqrt[3]{(27)^{-1}e^{\frac{\pi}{3}\iota}}$$

$$3\sqrt{\frac{1}{27}e^{\frac{\pi}{3}\iota}}$$

$$3\sqrt{\frac{1}{27}e^{60\iota}} = \sqrt[n]{|Z|}\left\{\cos(\frac{\theta + 2k\pi}{n}) + \iota\sin(\frac{\theta + 2k\pi}{n})\right\}$$

$=1/3$ Cis $(30^{\circ}+k.180^{\circ})$

$z_0=1/3$ Cis$(30^{\circ}+0.180^{\circ})$

$z_0=1/3$ Cis50°

$z_1=1/3$ Cis$(30^{\circ}+1.180^{\circ})$

$z_1= 1/3$ Cis210°

$z_2=1/3$ Cis$(30^{\circ}+2.180^{\circ})$

$z_2= 1/3$ Cis390°

$z_3=1/3$ $(30^{\circ}+3.180^{\circ})$

$z_3= 1/3$ Cis 570°

$z_4= 1/3$ Cis$(30^{\circ}+4.180^{\circ})$

$z_4= 1/3$ Cis750°

$$\sqrt[4]{-i}$$

$\sqrt[4]{-i}$

El módulo de las soluciones será la raíz cuarta del módulo: 1.

Existirán tantos argumentos como indique el radical.

$$\text{Si } k = 0 \rightarrow \beta_1 = \frac{270° + 0 \cdot 360°}{4} = 67°\,30'$$

$$\text{Si } k = 1 \rightarrow \beta_2 = \frac{270° + 1 \cdot 360°}{4} = 157°\,30'$$

$$\text{Si } k = 2 \rightarrow \beta_3 = \frac{270° + 2 \cdot 360°}{4} = 247°\,30'$$

$$\text{Si } k = 3 \rightarrow \beta_4 = \frac{270° + 3 \cdot 360°}{4} = 337°\,30'$$

Por tanto, las raíces son $1_{67°\,30'}$, $1_{157°\,30'}$, $1_{247°\,30'}$ y $1_{337°\,30'}$.

$$\sqrt[3]{-1+i}$$

$\sqrt[3]{-1+i}$

El módulo de las soluciones será la raíz cúbica del módulo: $\sqrt[6]{2}$.

Existirán tantos argumentos como indique el radical.

$$\text{Si } k = 0 \rightarrow \beta_1 = \frac{135° + 0 \cdot 360°}{3} = 45°$$

$$\text{Si } k = 1 \rightarrow \beta_2 = \frac{135° + 1 \cdot 360°}{3} = 165°$$

$$\text{Si } k = 2 \rightarrow \beta_3 = \frac{135° + 2 \cdot 360°}{3} = 285°$$

Por tanto, las raíces son $\sqrt[6]{2}_{45°}$, $\sqrt[6]{2}_{165°}$ y $\sqrt[6]{2}_{285°}$.

$$\sqrt[3]{-27}$$

$$\sqrt[3]{-27}$$

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{27_{180^\circ}}$$

El módulo de las soluciones será la raíz cúbica del módulo: 3.

Existirán tantos argumentos como indique el radical.

$$\text{Si } k = 0 \rightarrow \beta_1 = \frac{180^\circ + 0 \cdot 360^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\text{Si } k = 1 \rightarrow \beta_2 = \frac{180^\circ + 1 \cdot 360^\circ}{3} = 180^\circ$$

$$\text{Si } k = 2 \rightarrow \beta_3 = \frac{180^\circ + 2 \cdot 360^\circ}{3} = 300^\circ$$

Por tanto, las raíces son 3_{60°, $3_{180^\circ} = -3$ y 3_{300°.

$$\sqrt[3]{64_{120^\circ}}$$

$\sqrt[3]{64_{120°}}$

El módulo de las soluciones será la raíz cúbica del módulo: 4.

Existirán tantos argumentos como indique el radical.

$$\text{Si } k = 0 \rightarrow \beta_1 = \frac{120° + 0 \cdot 360°}{3} = 40°$$

$$\text{Si } k = 1 \rightarrow \beta_2 = \frac{120° + 1 \cdot 360°}{3} = 160°$$

$$\text{Si } k = 2 \rightarrow \beta_3 = \frac{120° + 2 \cdot 360°}{3} = 280°$$

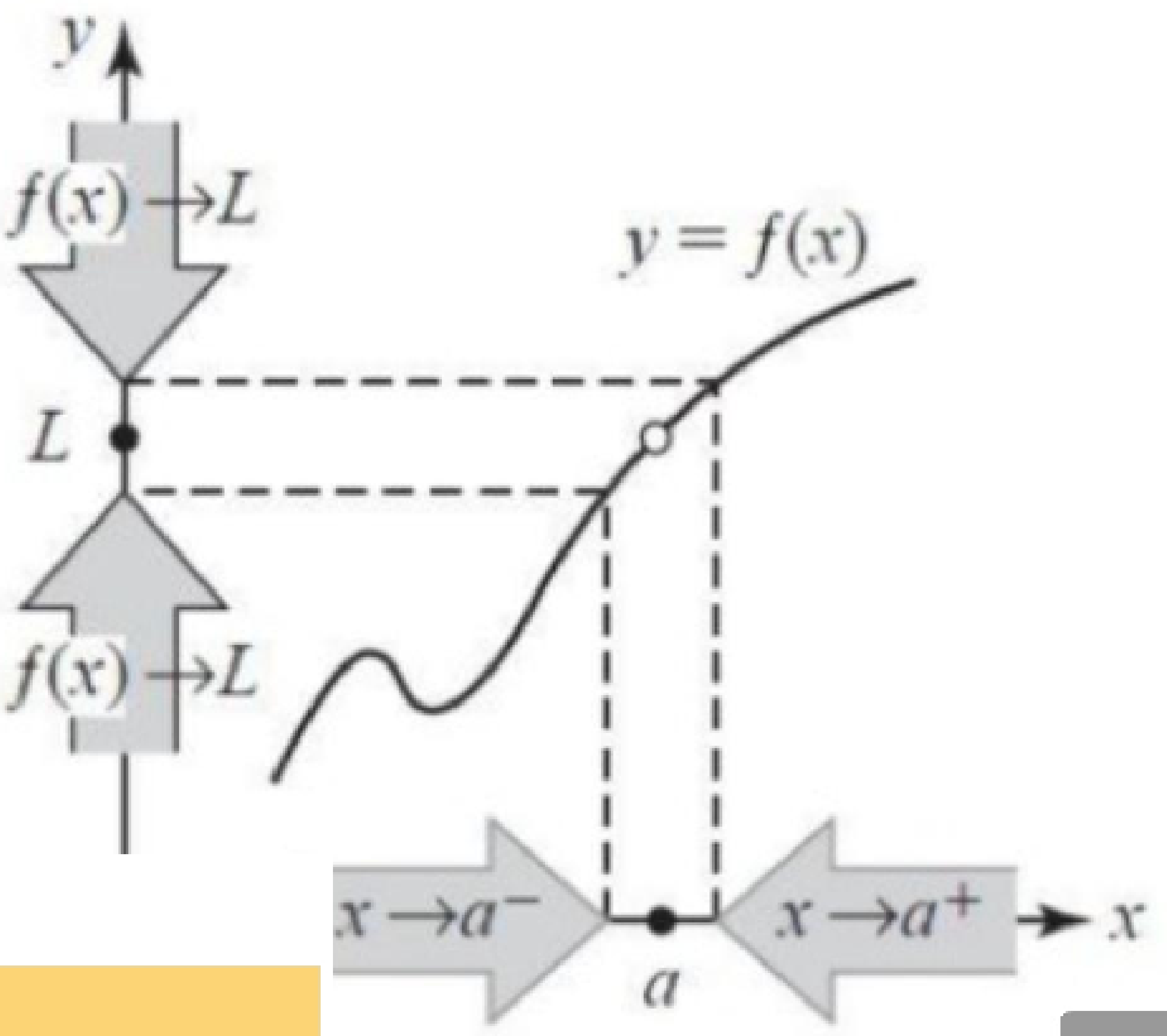
Por tanto, las raíces son $4_{40°}$, $4_{160°}$ y $4_{280°}$.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

$x \to a^-$ Significa que **"x"** tiende al valor de "a" por la izquierda

$x \to a^+$ Significa que **"x"** tiende al valor de "a" por la derecha

$x \to a$ Significa que **"x"** tiende al valor de "a" desde ambos lados



gura 1. Ejemplo de límite

La definición de **límite de una función en un punto** es la siguiente:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \ / \ \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

Se lee: "El límite de la función f(x) cuando x tiende a a es igual a L".

Si existen $\lim_{x\to a} f(x)$ y $\lim_{x\to a} g(x)$

- $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$
- $\lim_{x\to a} cf(x) = c \lim_{x\to a} f(x)$
- $\lim_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$
- $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, *si* $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$
- $\lim_{x\to a}(f(x))^{g(x)} = (\lim_{x\to a} f(x))^{\lim_{x\to a} g(x)}$ si el resultado es distinto de 0^0.
- $\lim_{x\to a} \log_b f(x) = \log_b(\lim_{x\to a} f(x))$, si $a > 0$ y $\lim_{x\to a} f(x) > 0$.

Limite

FORMAS INDETERMINADAS

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0.\infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$$

$$\lim_{x \to 2} \left[\frac{1}{2 - x} - \frac{12}{(2 - x)(x^2 + 2x + 4)}\right]$$

$$\lim_{x \to 2} \left[\frac{1}{2-x} - \frac{12}{(2-x)(x^2+2x+4)}\right]$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{-\cancel{(2-x)}(x+4)}{\cancel{(2-x)}(x^2+2x+4)} = \lim_{x\to 2} \frac{-(x+4)}{x^2+2x+4} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2} =$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} =$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \lim_{t \to 0} \frac{(\sqrt{t^2+9}-3)(\sqrt{t^2+9}+3)}{t^2(\sqrt{t^2+9}+3)}$$

Lim

x->inf

$$\left(\frac{\sqrt{9x^2-5}}{2x+3}\right)$$

Lim

x->inf

$$\left(\frac{\sqrt{9x^2-5}}{2x+3}\right)$$

$$: \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt{9-\frac{5}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}\right) = \left(\frac{\sqrt{9-0}}{2+0}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2sin(3x)}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2sin(3x)}{x}$$

$$\frac{2sin(3x)}{x}\frac{3}{3} = \frac{6sin(3x)}{3x} = 6\frac{sin(3x)}{3x} = 6(1) = 6$$