EDO

Sin coeficientes ctes $\Rightarrow$ $\underbrace{x}y'' + e^x y + 3y = 0$

EDO lineales de coeficientes constantes

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$$

$f(x) = 0$ Homogénea

$f(x) \neq 0$ Completa

$$\boxed{a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = 0}$$

r^2, r, $r^0 = 1$

ECUACIÓN CARACTERÍSTICA $\Rightarrow$ $\boxed{a_0 . r^2 + a_1 r . + a_2 = 0}$

CASO 1 $\Rightarrow$ r_1 y r_2 sean reales y distintas

Solución general de la ecuación característica $\Rightarrow$ $\boxed{S = A . e^{r_1 x} + B . e^{r_2 x}}$

CASO 2 $\Rightarrow$ r real doble

$$\boxed{S = A . e^{rx} + B . x . e^{rx}}$$

CASO 3 $\Rightarrow$ r_1 y r_2 soluciones complejas conjugadas

$r_1 = a + bi$; $r_2 = a - bi$

$$\boxed{S = A . e^{ax} \cos bx + B . e^{ax} \operatorname{sen} bx}$$

- $y'' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow r^2 - 3r + 3 = 0$

  $r = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i \Rightarrow S = A . e^{\frac{3}{2}x} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + B . e^{\frac{3}{2}x} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{3}}{2} x$

- $y'' - 6y' + 5 = 0 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0$

  $\left.\begin{array}{l} r_1 = 5 \\ r_2 = 1 \end{array}\right\} \quad S = A . e^{5x} + B . e^{x}$

- $4y'' + 4y' + 1 = 0 \Rightarrow 4r^2 + 4r + 1 = 0$

  $r = -\frac{1}{2} \Rightarrow S = A . e^{-\frac{1}{2}x} + B . x . e^{-\frac{1}{2}x}$

ECUACIÓN COMPLETA

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x) \neq 0$$

$$y_c = y_H + y_{pc}$$

Solución de la completa ∞

Solución de la homogénea ∞

Solución particular 1

VARIAS FORMAS $\Rightarrow$ Método de los coeficientes indeterminados

$$f(x) = \underbrace{e^{\alpha x}}_{1} \cdot p(x) \cdot \underbrace{\cos(\beta x)}_{1} = 4x+2$$

e^{0x}, $\beta = 0$

$$y_{pc}(x) = e^{\alpha x} \cdot [M(x) \cdot \cos(\beta x) + N(x) \operatorname{sen}(\beta x)]\, x^{k}$$

$$y'''(x) - 3y'' + y' - 3y = -3x+1$$

$$r^3 - 3r^2 + r - 3 = 0$$

$\boxed{r = 3}$ $\boxed{r = \pm i}$

$$y_H = A\, e^{3x} + B\cos(x) + C\operatorname{sen}(x)$$

$$* \; f(x) = -3x+1 = \overbrace{e^{0x}}^{1}(-3x+1)\overbrace{\cos(0x)}^{1}$$

$$y_p = e^{0x}[(ax+b)\cos(0x) + (cx+d)\cancel{\operatorname{sen}(0x)}^{0}]\, x^{k}$$

$$= (ax+b)\, x^{k} = ax+b$$

$$\alpha \pm \beta i = 0 \pm 0i = 0 \Rightarrow \boxed{k=0}$$

$y_p = (ax+b)$
$y'_p = a$
$y''_p = 0$
$y'''_p = 0$

$\Rightarrow$ Entro en la Ecuación general:

$$0 - 3 \cdot 0 + a - 3(ax+b) = -3x+1$$

$$\Rightarrow +a - 3(ax+b) = -3x+1$$

$$+a - 3ax - 3b = -3x+1$$

$$a - 3b = 1 \rightarrow \boxed{b=0}$$

$$-3ax = -3x \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$y_p = x$$

$$\boxed{y_c = A \cdot e^{3x} + B \cdot \cos(x) + C\operatorname{sen}(x) + x}$$