

INGENIERIA TÉCNICA INDUSTRIAL

CÁLCULO INFINITESIMAL

HOJA1: NÚMEROS COMPLEJOS. EJERCICIOS.

1. Calcular los siguientes números:

$$a) (-1+2i)[7-5i+(-3+4i)] \quad b) \frac{3-2i}{-1+i} \quad c) \frac{3i^{30}-i^{19}}{2i-1} \quad d) (-1-i)^8 \quad e) \sqrt{-4} \quad f) L(-3)$$

2. Siendo:

$$z_1 = 2+i, \quad z_2 = 3-2i, \quad z_3 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

calcular:

$$a) |3z_1 - 4z_2| \quad b) z_1^3 - 3z_1^2 + 4z_1 - 8 \quad c) \left| \frac{2z_2 + z_1 - 5 - i}{2z_1 - z_2 + 3 - i} \right|^2 \quad d) z_3 \bar{z}_3 \quad \text{y} \quad \text{Arg}(z_3)$$

3. Calcular x e y reales tales que:

$$3x + 2iy - ix + 5y - 7 - 5i = 0$$

4. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a) z^5 = -32 \quad b) z = \sqrt[3]{-1+i} \quad c) z^6 = 1 \quad d) e^z = \sqrt{3} + i \quad e) \sqrt[6]{z} = 1 - \sqrt{3}i$$

5. Calcular los valores de a y b para que z sea un número real de módulo la unidad:

$$z = \frac{3b - 2ai}{4 - 3i}$$

6. Resolver la ecuación:

$$(1+i\sqrt{3})^3 - z + i = 0$$

7. Demostrar las siguientes igualdades:

$$a) \cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \quad b) \sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$$

8. Hallar dos números complejos tales que su suma sea $1 + 6i$ y su cociente imaginario puro. Suponer además que la parte real del divisor es -1 .

9. Obtener un número complejo cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.

10. Un hombre viaja 12 km. en dirección NE, luego 20 km. en dirección 30° al NW, y después 18 km. en dirección 60° al SW. ¿En qué punto se encuentra con respecto al lugar de partida?

11. Dados $A(1, -2)$, $B(-3, 4)$ y $C(2, 2)$, calcular la longitud del segmento que une C con el punto medio de AB (mediana del triángulo).

12. Obtener la ecuación compleja de la recta que pasa por dos puntos dados z_1 y z_2 .

13. Obtener la ecuación compleja de la circunferencia de centro $(-2, 1)$ y radio 4.

14. Haciendo uso de la expresión:

$$\log_a x = \frac{Lx}{La}$$

calcular:

$$\log_{10}(-\sqrt{15} + i\sqrt{5})$$

15. Sabiendo que z es un número tal que su módulo es la unidad y que verifica:

$$\frac{z}{1+i\sqrt{3}} \in R$$

calcular el número w que satisface:

$$w = L\sqrt{z}$$

16. Utilizando las expresiones del ejercicio 7, resolver la ecuación:

$$\cos x = 2$$

17. Utilizando las expresiones del ejercicio 7, resolver la ecuación:

$$\operatorname{tg} x = 2i$$

18. Haciendo uso de la expresión:

$$a^b = e^{bLa}$$

hallar el argumento de aquél complejo z de la forma:

$$z = (1+i)^{\frac{9\pi}{2} + iL2}$$

cuyo módulo es la unidad.

INGENIERIA TÉCNICA INDUSTRIAL

CÁLCULO INFINITESIMAL.

HOJA 1: NÚMEROS COMPLEJOS. SOLUCIONES.

1. a) $-2+9i$ b) $\frac{-5-i}{2}$ c) $1+i$ d) 16 e) $\pm 2i$ f) $L3+i(\pi+2k\pi)$

2. a) $\sqrt{157}$ b) $-7+3i$ c) 1 d) $1; \frac{2\pi}{3}$

3. $x = -1; y = 2$

4.

a) $2\frac{\pi+2k\pi}{5}$ $k=0,1,2,3,4$ b) $\sqrt[6]{2}\frac{3\pi/4+2k\pi}{3}$ $k=0,1,2$ c) $1\frac{k\pi}{3}$ $k=0,1,2,3,4,5$ d) $L2+i\left(\frac{\pi}{6}+2k\pi\right)$ e) 64

5. $a = \frac{3}{2}, b = \frac{4}{3}$ y $a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{4}{3}$

6. $-8+i$

7. Utilizar la fórmula de Euler.

8. $2+i(3\pm\sqrt{7})$ y $-1+i(3\mp\sqrt{7})$

9. 1 y $-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

10. 14.7 Km. a $135^\circ 47'$.

11. $\sqrt{10}$

12. $z = z_1 + t(z_2 - z_1)$

13. $|z + 2 - i| = 4$

14. $\frac{L2\sqrt{5}}{L10} + \frac{i}{L10}\left(\frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right)$

15. $i\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right), i\left(\frac{7\pi}{6} + 2k\pi\right), i\left(\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right), i\left(\frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right)$

16. $x = -i L(2 \pm \sqrt{3})$

17. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{i}{2} L \frac{1}{3}$

18. $\frac{(L2)^2}{2} + \frac{81\pi^2}{8}$