EXÁMENES DE REPASO

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE VITORIA

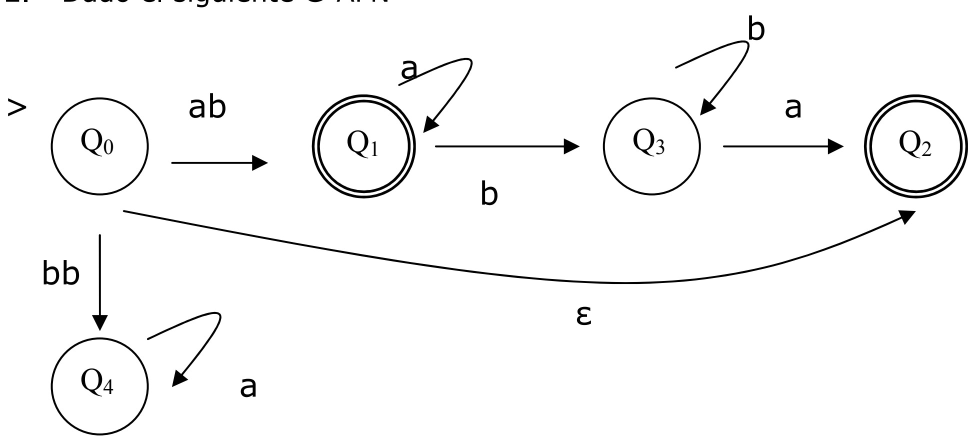
1ER PARCIAL

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES – Examen parcial 12/02/2003

1.- Usa el lema de bombeo para demostrar que los siguientes lenguajes no son regulares (emplea la demostración más general que te sea posible):

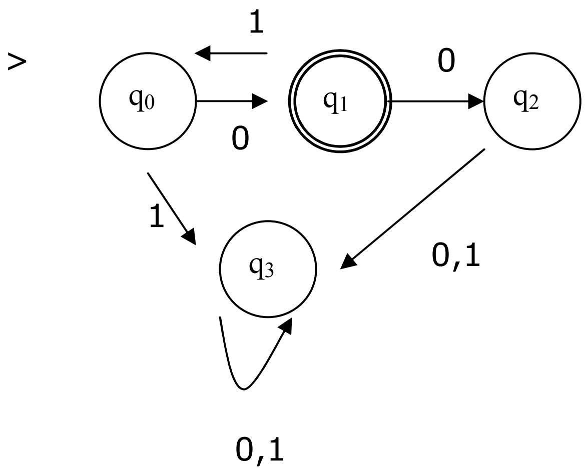
a) $L_a = \{a^i b^j \mid i \text{ es par}, i>j\}$ **(1 pto.)**
b) $L_b = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$ **(1 pto.)**

2.- Dado el siguiente G-AFN



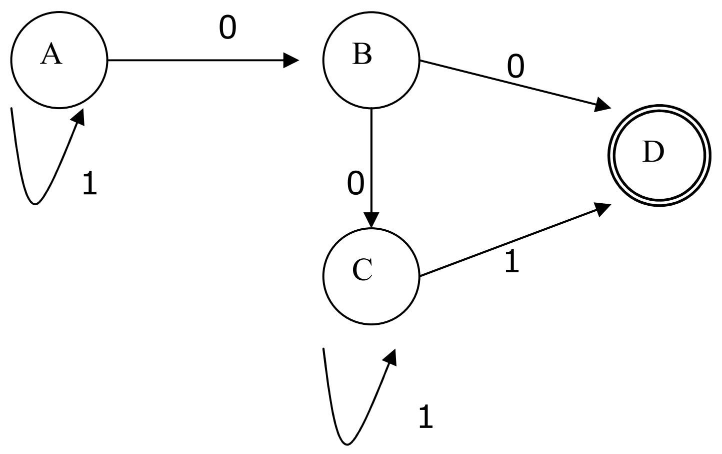
a) Obtener de manera sucesiva los ε-AFN, AFN y AFD equivalentes. **(1 pto.)**
b) Minimizar el AFD del apartado anterior **(1 pto.)**

3.- Para el siguiente autómata



a) Obtén razonadamente la ER que denota al lenguaje reconocido por el autómata. **(0,5 ptos.)**
b) Para la ER 1(0+1)*(01) construye el AFN o AFD **minimal** que lo reconozca. Da también la GR asociada al lenguaje. **(1,5 ptos.)**

5.- Dado el autómata siguiente:



a) Emplea la ***ecuación característica del estado inicial*** para dar la ER que denota al lenguaje reconocido por el autómata. **(0,5 ptos.)**

b) Obtén la Gramática Regular asociada al lenguaje reconocido por el autómata. **(0,5 ptos.)**

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES – Febrero 2004

Normas para la realización del examen: En la hoja de los enunciados aparecen unos recuadros, dichos recuadros deben contener sólo la solución final del ejercicio. Junto con la hoja de enunciados y las soluciones se entrega el resto del examen que justifica razonadamente la decisión tomada en cada ejercicio.

PREGUNTAS:

1.- Demuestra por el lema de bombeo si el siguiente lenguaje es regular:

$$L = \{w^R w w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

2.- Dadas las siguientes expresiones regulares:

a) a* (b + ca*) *
b) (a + b* c) * b *

2.1. Calcula en ambos casos el AFD Minimal (2,5 ptos.)

a) ER = a* (b + ca*) *

b) ER = (a + b* c) * b *

3.- Para el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$S \rightarrow aA \mid bC$
$A \rightarrow aS \mid bB$
$B \rightarrow aC \mid bA$
$C \rightarrow aB \mid bS \mid \lambda$

3.1. Calcula el AFD Minimal (1 pto.)

3.2. Calcula la ER que denota el lenguaje (1 pto.):

4.- Dada la siguiente expresión regular:

$(0 + 1)^* (000 + 111) (0 + 1)^*$

4.1. Calcula el AFN correspondiente (1 pto.) POR DERIVADAS

4.2. Calcula el AFD Minimal (1 pto.)

4.3. Calcula la Gramática Regular correspondiente (1 pto.)

1.- Calcula el AFD minimal resultante para el siguiente lenguaje (2 ptos.):

L = {w ϵ {a, b}* | w = $z_1$azaz_2 siendo z, z1, z2 ϵ {a, b}* y |z|=4i (múltiplo de 4) para algún i ≥ 0}

2.- Justifica si los siguientes lenguajes son regulares, en caso de que no lo sean demuéstralo por el lema de bombeo.

a) $L = \{a^i b^j a^{2i} \mid i, j \in N, i, j > 0\}$ (1,5 ptos.)
b) $L = \{ 0^i 1^j 0^{j+1} \mid i, j \in N, i, j > 0\}$ (1,5 ptos.)

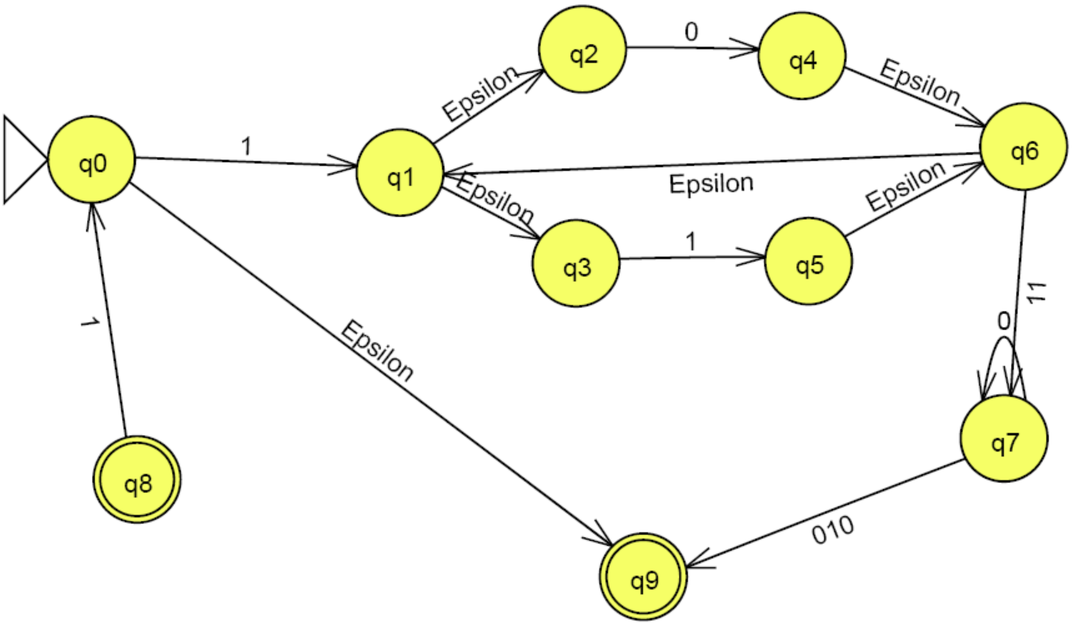
3.- Dada la ER: (((00)* + (00)*0)10 + ((11)* + (11)*1)10)*

a) Calcula el AFD minimal resultante (1,5 ptos.)
b) Calcula la gramática regular que genera el lenguaje para la ER dada (1 pto.)
c) Caracteriza las clases de equivalencia RL sobre el lenguaje y crea el autómata minimal basándote en dichas clases de equivalencia (1,5 ptos.)
d) Resuelve la ecuación característica del estado inicial del autómata resultante del apartado (a) y comprueba que obtienes una ER equivalente a la que se propone en el enunciado. (1 pto.)

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES – Examen parcial 13/02/2006

1.- Dado el lenguaje $L_a = \{a^{i/2}\ b^j\ \ c^i \mid i \text{ es par, } i,j>0\}$ calcula el AFD minimal resultante **(2 ptos.)**

2.- Dado el siguiente G-AFN



c) Obtener el AFD minimal para el autómata del apartado anterior obteniendo previamente de manera sucesiva los ε-AFN, AFN y AFD equivalentes. **(1.25 ptos.)**

d) Dado el AFD minimal resultante del apartado anterior, aplicar las ecuaciones características del estado inicial para obtener la ER reconocida. **(1.25 ptos.)**

e) Dado el AFD minimal resultante del apartado a), aplica el algoritmo conocido para obtener la GR que genera todas las palabras del lenguaje. **(0.5 ptos.)**

3.- Dada la ER: $1(0+1)^*11\ 0^*010$

c) Calcula MEDIANTE DERIVADAS:

a. El AFD Minimal que reconoce la expresión **(1.5 ptos.)**

b. La GR asociada a la ER (mediante derivadas no a través del autómata) **(1 ptos.)**

1.- Dado el lenguaje $L_a = \{0^i\ 1^j\ 0^{2i} \mid i, j \geq 0 \text{ y } i > j\}$ calcula el AFD minimal resultante **(2 ptos.)**

2.- Para el lenguaje L = {w ϵ {0,1}* | w codifica en binario un número que es múltiplo de 5} (Ej: la cadena 101 pertenece al lenguaje) resuelve los siguientes apartados:

f) Obtén el AFD minimal que reconoce el lenguaje de manera razonada (explica el procedimiento que has seguido). **(1.5 ptos.)**
g) Dado el AFD minimal resultante del apartado anterior, aplica las ecuaciones características del estado inicial para obtener la ER reconocida. **(1.5 ptos.)**
h) Dado el AFD minimal resultante del apartado a), aplica el algoritmo conocido para obtener la GR que genera todas las palabras del lenguaje. **(0.5 ptos.)**

3.- Dada la ER: $(b^* + (ab)^*)^*$

d) Calcula MEDIANTE DERIVADAS:
   a. El AFD Minimal que reconoce la expresión **(1.5 ptos.)**
   b. La GR asociada a la ER (mediante derivadas no a través del autómata) **(1 ptos.)**

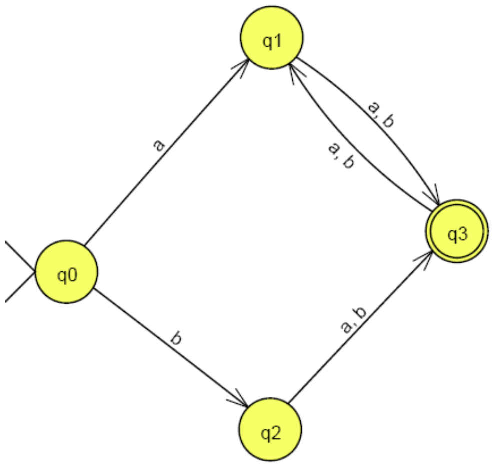
1.- Halla el AFD Minimal M, tal que L(M) = { w ϵ {0,1}* | w = zz con z ϵ {0,1}* }

2.- Sea la ER [0 (00 + 101)* 1]:

a) Calcula **mediante derivadas** el AFD Minimal que reconoce el lenguaje generado por la ER.

b) Calcula la GR equivalente.

3.- Dado el siguiente autómata:



Calcular la ER asociada al lenguaje reconocido por el autómata a través de la ***ecuación característica del estado inicial***.

4.- ¿Es Regular el Lenguaje L = {a^n | n <u>no</u> es un número primo}. Justifica tu respuesta.

2.- Dado el lenguaje L sobre el alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$ formado por palabras tales que si empiezan por "b" entonces contienen la subcadena "aa" y si no empiezan por "b" no contienen "aa" (ejemplos: baa ∈ L mientras que abaa ∉ L). Se pide:

i) Definir un AFND para L.

ii) Obtener el AFD minimal correspondiente

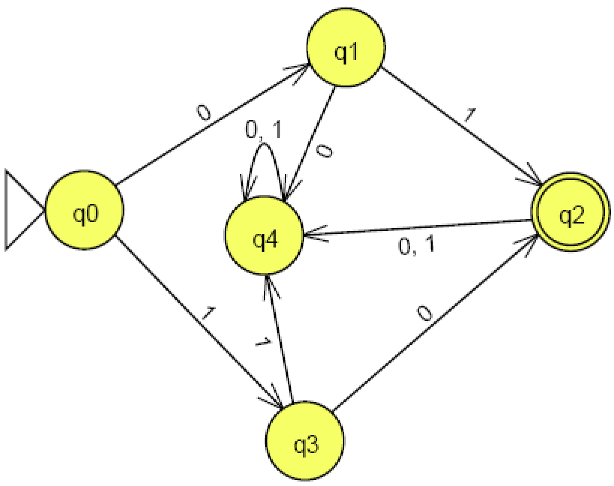
iii) Obtener, razonadamente, la ER asociada al lenguaje. Este apartado se puede resolver de dos formas posibles: A través de la ecuación característica del estado inicial o a través de la unión de las clases de equivalencia asociadas a los estados finales del AFD minimal (empleando R_M claro está).

3.- Dado el lenguaje L sobre el alfabeto Σ = {a,b,c} de las palabras representadas por la expresión $L=\{ a^i b^j c^k \mid i \geq (j+k)^3, i \geq 0\}$, demuestra que este lenguaje no es regular empleando el lema de bombeo.

4.- Dada la ER siguiente (ε + a) (ab) * (ε + b):

Obtén el AFD minimal empleando derivadas.

5.- Dado el siguiente autómata:



Calcular la ER asociada al lenguaje reconocido por el autómata a través de la ***ecuación característica del estado inicial***.

2º PARCIAL

Teoría de Autómatas (2º curso) – Examen Parcial Junio

1. Dada la siguiente gramática:

$S \rightarrow ABA$
$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$

Calcula el autómata más óptimo posible. (2 puntos)

2. Dado el siguiente Lenguaje $L = \{ a^x b^y \mid x, y \geq 0 \text{ y } x = y \text{ ó } x = 3y\}$
   a. Calcula la gramática independiente del contexto. (1 punto)
   b. Calcula el autómata más óptimo. (1 punto)

3. Decide en cada caso para el lenguaje dado si es un LIC.
   a. $L = \{ a^n b^m a^m b^n \mid m,n \geq 0\}$ (1'5 punto)
   b. $L = \{xayb \mid x, y \varepsilon \{a, b\}^* \text{ y } |x| = |y|\}$ (1'5 punto)

4.- (3 puntos) Realiza la siguiente máquina de Turing, que decida el siguiente lenguaje:

$$L = \{ a^i b^j c^i \mid j > i > 0 \}$$

(Los movimientos de la máquina pueden ser D, I, N, y la cinta esta limitada a la izquierda)

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales – Examen Parcial Junio 2003 - 2004

1.- Supongamos un fichero de 1024 Kb, en el cual se almacena un texto del Quijote. En este texto no aparece ningún número. Se pide:

a.- El autómata de pila más óptimo que cuente el número de palabras que aparecen en ese texto. (2 puntos)

Nota: Al final, la pila debe tener tantos unos como palabras tenga el texto.

b.- La máquina de Turing que realice la operación anterior y que cuente el número de veces que "caballo" y "señora" aparecen en el texto. (2 puntos)

El formato de salida para esta máquina de Turing será el siguiente:

Texto# número de palabras de documento en unario @ número de veces que se repite caballo en unario $número de veces que se repite señora en unario.

Ejemplo de posible salida: Texto#1111111111111111111111111111@11$1

Nota 1: Evidentemente, el texto al final del proceso debe ser el mismo que al inicio.
Nota 2: Al finalizar, el cabezal de la cinta debe apuntar a la posición siguiente a #.

2.- dada la siguiente gramática

$S \rightarrow 0A2 \mid 1B2 \mid \epsilon$
$A \rightarrow 0A2 \mid B \mid \epsilon$
$B \rightarrow 1B2 \mid \epsilon$

a.- Calcula su Forma Normal de Greibach. (2 puntos)
b.- Calcula el autómata de pila por vaciado de pila. (2 puntos)

3.- Sea el siguiente lenguaje $L = \{ a^i\ b^j\ a^k \mid i \leq j \leq k \}$. En el caso de que sea un LIC calcula el autómata de pila correspondiente y en caso contrario aplica el lema de iteración. (2 puntos)

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES – Junio 2005 (parcial)

1.- (3 ptos) Dado el siguiente Lenguaje L = $\{ww^Rw \mid n \in N,\}$, calcula:

c) (1 ptos) Si el Lenguaje es independiente del contexto calcula:

   a. La gramática en Forma Normal de Greibach.
   b. El autómata de pila más óptimo a partir del apartado anterior.

   * En caso contrario demuéstralo por el lema de Ogden.

d) (2 ptos) La máquina de Turing correspondiente.

2.- (2 ptos) Dada la siguiente gramática en FNC G = ({a, b}, {A, B, C }, A, P), donde P ={A::= BC, B::= CA | a, C::= AB | b}. Calcula:

   a. La gramática en Forma Normal de Greibach (1 ptos).
   b. El autómata de pila más óptimo a partir del apartado anterior (1 ptos).

3.- (2 ptos) Dado el siguiente autómata por pila vacía AP = ({a, b }, {A, B }, {p, q }, A, p, δ, Φ), donde δ

$\delta(p, a, A) = \{(p, BA)\}$
$\delta(p, a, B) = \{(p, BB)\}$
$\delta(p, b, B) = \{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q, b, B) = \{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q, \varepsilon, B) = \{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q, \varepsilon, A) = \{(q, \varepsilon)\}$

Hallar la gramática que describe el lenguaje reconocido por el AP.

4.- (2 ptos) Realiza el programa de Turing que calcule el área de un triangulo rectángulo.

5.- (1 ptos) Calcula el autómata de pila más óptimo que reconozca la siguiente ER: a(a+b)*b

Teoría de Autómatas (2º curso) - Examen Junio 2006 (PARCIAL)

1. (2 puntos) A partir del siguiente AP y aplicando los algoritmos conocidos encuentra la GIC en FNC que genera el lenguaje reconocido por el autómata:

$P = (\{q,p\}, \{0,1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0)$

$\delta(q, 1, Z_0) = \{(q,XZ_0)\}$	$\delta(q, 1, X) = \{(q,XX)\}$
$\delta(q, 0, X) = \{(p,X)\}$	$\delta(q, \varepsilon, X) = \{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(p, 1, X) = \{(p, \varepsilon)\}$	$\delta(p, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}$

2. (1 punto) Dado el lenguaje $L = \{0^j \#0^r\#0^{j+r} \mid j, r \geq 0\}$ Calcula el AP más óptimo posible.

3. (3 puntos) Se pide diseñar una máquina de Turing que permita realizar conversiones de binario al sistema octal (el sistema octal emplea los dígitos de 0 a 7 para la representación de todos los números). Observar este ejemplo:

> Supongamos que el usuario quiere convertir el número 1101 en binario (que equivale a 13 en decimal) al sistema octal. Consideramos que se introduce el número en la cinta con unos delimitadores para detectar el principio y final (#1101#) Para pasar a octal hay que ir haciendo grupos de tres y dar el número equivalente del grupo en octal (se hacen grupos de tres porque el número máximo posible es 111 que se puede representar en octal como 7). Por tanto, tenemos (leyendo de derecha a izquierda) 101 = 5 (en octal) y 1 (en binario) = 1 (en octal). Tenemos, en definitiva que 1101 en binario es equivalente a 15 en octal (13 en decimal ya que 1 x 8^1 + 5 x 8^0 = 13) Siguiendo esta idea se pide diseñar la máquina de Turing. El resultado debe aparecer después del último delimitador y es obligatorio situar el cabezal justo antes del resultado final.

4. (1,5 puntos) Estudia el siguiente lenguaje $L = \{0^i\ 1^k\ 0^{i2} \mid i,k \geq 0\}$ Si consideras que es LIC proporciona la GIC y el AP más óptimo que genera el lenguaje, en caso contrario demuéstralo por el lema de Ogden.

5. (2,5 puntos) Dado el siguiente lenguaje $L = \{0^r\ 1^s\ 0^t\ 1^k \mid s = r + t;\ r, t, k \geq 0\}$

a) Genera la gramática simplificada (1 punto)
b) El autómata más óptimo posible por vaciado de pila (1 punto)
c) El autómata por estado final equivalente al autómata anterior (0,5 puntos)

Teoría de Autómatas (2º curso) - Examen Junio 2008 (PARCIAL)

1. **(2 puntos)** Dado L = $\{a^n b^m c^{2(n+m)} \mid n, m \geq 0\}$, si consideras que no es LIC demuéstralo por el lema de Ogden, mientras que, si crees que sí es LIC, proporciona la gramática que lo genera en FNC.

2. **(3 puntos)** Se quiere procesar la siguiente función mediante una máquina de Turing (trabajamos en binario):

   f(n,m) = { Si n y m son los dos pares o los dos impares, realiza la suma binaria.
En cualquier otro caso, escribirá 1.

   La cadena de entrada al autómata tiene el siguiente aspecto para el ejemplo f(2,3).

1	1	#	1	1	1	=

   .

3. **(2 puntos)** Dado L = $\{xyx^R \mid y\ \varepsilon\ \{a, b\},\ x\ \varepsilon\ \{a, b\}^*\}$, si consideras que no es un LIC demuéstralo por el lema de bombeo, en caso contrario, halla el autómata de pila más óptimo que lo reconoce.

4. **(1 puntos)** Dado el siguiente lenguaje L = $\{a^i \# c^{i^\wedge 3} \mid i > 0\}$ si consideras que no es un LIC demuéstralo por el lema de Ogden, en caso contrario, halla el autómata de pila más óptimo que lo reconoce.

5. **(2 puntos)** Dado el lenguaje L = $\{x\ \varepsilon\ \{0,1\}^* \mid (|x|_0 \cdot |x|_1)$ es un número par$\}$:

   a. Calcula un AP <u>**no determinista**</u> que lo reconozca por el criterio de pila vacía.
   b. A partir del autómata obtenido en el apartado anterior, calcula la GIC para el lenguaje del enunciado.

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES Junio 2009

ALUMNO (APELLIDOS, NOMBRE): ………………………………………….……………………
DNI: …………………………………………………………………………….……………………..

1.- **(2 puntos)** Demuestra si los siguientes lenguajes son LIC, construyendo su gramática correspondiente, en caso contrario aplique el lema de orden.

I. L = { x є {a, b}* | x = w^R#w#z, con w, z є {a, b}* y $|w|_a = |z|_a$}**(1 punto)**.
II. L = { $a^h b^i c^j d^k$ | h, i, j, k ≥ 0}**(1 punto)**.

2.- **(2 puntos)** Dado el lenguaje L sobre el alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$ formado por palabras tales que si empiezan por "b" entonces contienen la subcadena "aa" y si no empiezan por "b" no contienen "aa" (ejemplos: baa є L mientras que abaa ∉ L). Se pide:

I. Definir la gramática correspondiente en Forma Norma del Greibach, y el autómata de Pila más óptimo posible. **(1 punto)**.

II. Calcular la máquina de Turing que reconozca el lenguaje. **(1 punto)**.

3.- **(2 puntos)** Dado el siguiente autómata P1= (Q, A, B, δ, q_0, Z_0, F) donde Q = {q_0, q_1}, A = {a, b}, B = {A, B, Z_0}, F = { q_1} y la función de transición δ se define como

1.- δ (q_0, ε, Z_0) = {(q_1, Z_0)}
2.- δ (q_0, a, Z_0) = {(q_0,A Z_0)}
3.- δ (q_0, b, Z_0) = {(q_0, B Z_0)}
4.- δ (q_0, a, a) = {(q_0, AA)}
5.- δ (q_0, b, a) = {(q_0, ε)}
6.− δ (q_0,a ,b) = {(q_0, ε)}
7.- δ (q_0, b, b) = {(q_0, BB)}

I. Calcular la gramática correspondiente. **(1 punto)**.

II. Indique el lenguaje que reconoce. **(1 punto)**.

4.- **(2 puntos)** Diseñar una gramática independiente del contexto que genere los números romanos del uno al mil. Tened en cuenta que la letra I es el 1, la letra V es 5, la letra X es 10, la letra L es 50, la letra C es 100, la letra D es 500 y la letra M es 1000. Además, para generar números romanos correctos, no puede haber más de tres símbolos iguales seguidos y los símbolos V, L, D no se pueden repetir. Finalmente, a la hora de componer números que impliquen restar dos símbolos contiguos, éstos no pueden diferir en un orden de magnitud. Por ejemplo: CDV (405), la C y la D difieren en un orden de magnitud. Calcula el autómata de pila por pila vacía más óptimo posible.

5.- **(2 puntos)** Se celebran unas elecciones a la presidencia de Comisionistas y Chanchullos Futbol Club. Se han presentado 5 candidatos. Los resultados obtenidos se presentan en una cadena con el siguiente formato:

Votos para candidato 1#Votos para candidato 2 #...#Votos para candidato N

Se trabaja con el sistema numérico unario. Por ejemplo:
111#1#1111#…

Indica que el primer candidato ha obtenido 3 votos, el segundo 1 voto, el tercer candidato 4 votos… Como mínimo, cada candidato al menos recibe un voto (se vota a sí mismo).
Se pide diseñar una máquina de Turing que reciba como entrada la cadena de votaciones y devuelva el número de votos obtenido por el ganador y en qué posición se encuentra.

IDEA:Por ejemplo, suponiendo 3 candidatos y la cadena 111#1#1111, la MT podría finalizar quedando la cinta como sigue:

111#1#aaaa=1111

Tras el igual, aparece el número de votos del ganador (4), y las a's indican que el ganador es el candidato número 3.