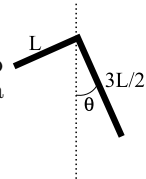
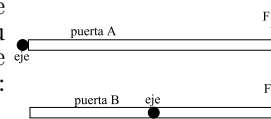


- Dos vehículos de 500 y 1000 kg respectivamente, ambos con velocidades de 180 km/h, sufren un choque frontal perfectamente inelástico. Tras la colisión ¿Cuál es la velocidad de los vehículos? **Sol.:** 60 km/h.
- Una granada de masa m se mueve con velocidad de módulo v en dirección horizontal. Explota en dos fragmentos idénticos de masa $m/2$, uno de los cuales se mueve con velocidad v en dirección vertical. ¿Con qué ángulo respecto de la horizontal se mueve el otro fragmento? **Sol.:** $\alpha = -26.6^\circ$.
- Un proyectil explosivo se lanza desde el suelo con un ángulo de 45° y velocidad inicial de 30 m/s. En el punto más alto de la trayectoria explota en dos pedazos de igual masa. Uno de ellos sale despedido en la dirección del movimiento a una velocidad de 45 m/s. ¿Dónde cae el otro pedazo? **Sol.:** a) 40.35 m del punto de lanzamiento.
- Una partícula de masa m está inmóvil en un plano horizontal. Otra partícula de igual masa se dirige hacia la primera con velocidad V y choca elásticamente con ella, desviándose un ángulo α . Calcular las velocidades de ambas partículas después del choque. **Sol.:** $|v_1| = V \cos \alpha$ con ángulo α ; $|v_2| = V \sin \alpha$ con ángulo $-(90^\circ - \alpha)$.

- Una escuadra hecha de metal uniforme cuelga en equilibrio de un clavo en la pared como indica la figura. Uno de sus lados tiene longitud L , y el otro $3L/2$. ¿Cuál es el ángulo de la posición de equilibrio? **Sol.:** 24°



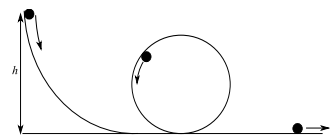
- El dibujo muestra dos puertas idénticas vistas desde arriba sobre las actúa la misma fuerza F . La puerta A rota alrededor de un eje situado en su parte izquierda, mientras que la puerta B rota alrededor de un eje que pasa por su centro. Comenzando desde el reposo, la puerta A rota un cierto ángulo durante 3 s. ¿Cuánto tiempo le lleva a la puerta B rotar el mismo ángulo? Datos: $I_A = \frac{1}{3}ML^2$, $I_B = \frac{1}{12}ML^2$. **Sol.:** 2.12 s



- Una varilla, de longitud L y masa M , puede girar sin rozamiento respecto a un punto fijo O situado a una distancia $L/3$ de uno de sus extremos (la varilla está clavada en la pared en ese punto). Inicialmente, la varilla está en reposo en posición horizontal, sujeta con una mano. Al soltarla, comienza a girar. Calcular la aceleración angular con la que rota si su momento de inercia con respecto al punto O es $I = ML^2/9$.

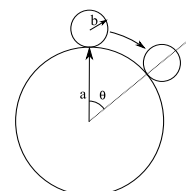
Sol.: $\alpha = 3g \cos \theta / 2L$, siendo θ el ángulo respecto a la horizontal.

- Dada una esfera de masa m y radio r , determine la altura mínima h , de la cual debe partir la esfera, para completar con éxito la curva en lazo de radio R mostrada en la figura. Suponga que la bola rueda sin deslizar y que su velocidad inicial es nula. Considere $r = R/10$.

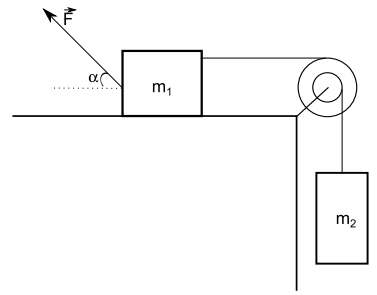


- Un péndulo está formado por una masa M suspendida de un punto O por una varilla rígida de masa m y longitud L . Inicialmente, el péndulo se encuentra en su estado estable de reposo. Una masa m , con velocidad horizontal v , choca con la masa del péndulo y queda incrustada en ella. Tras el choque, el péndulo alcanza una altura H sobre la posición inicial. a) Calcular la velocidad de la masa m antes del choque. b) Determinar la pérdida de energía cinética del sistema ocurrida en el choque.
- Una bola de billar, de masa m y radio r , se encuentra en reposo sobre una mesa horizontal, con la que presenta un coeficiente de rozamiento dinámico μ . Se le golpea con un taco en dirección horizontal que pasa por el centro de la bola, comunicándole una velocidad v_0 . Calcule la distancia recorrida por la bola antes de empezar a rodar sin deslizar.
- Un tablón de 3 m de longitud y 35 kg de masa se encuentra apoyado sobre dos básculas situadas a 0.5 m de los extremos. Sobre uno de los extremos se sube Laura cuya masa es 45 kg. Calcule la lectura de cada una de las básculas. A continuación Laura se baja y sube su hermano Carlos. Observamos que la lectura de la báscula más alejada del extremo en el que se ha subido Carlos es 0 N. ¿Cuánto pesa Carlos?

- Una esfera sólida C de masa m y radio b rueda sin deslizar por la superficie externa de un cilindro de radio a . Inicialmente la esfera C permanece en reposo en la parte superior del cilindro, cuando se le transmite una pequeña perturbación. Obtenga el ángulo en el que la esfera C dejará de estar en contacto con la superficie del segundo cilindro. ¿y si en lugar de ser una esfera fuese un cubo de masa m y arista $2b$?

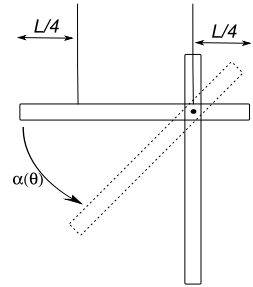


13. Mediante una fuerza \vec{F} se pretende conseguir el desplazamiento de dos cuerpos cuyas masas respectivas son $m_1 = 20 \text{ kg}$ y $m_2 = 15 \text{ kg}$. Para ello se hace uso de un par de poleas acopladas de radios $r_1 = 1 \text{ m}$ y $r_2 = 0.3 \text{ m}$ y cuyo momento de inercia es $I = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Sabiendo que la fuerza \vec{F} está formando un ángulo $\alpha = 15^\circ$ con el plano horizontal, que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo 1 y el suelo es $\mu = 0.15$. Calcule:



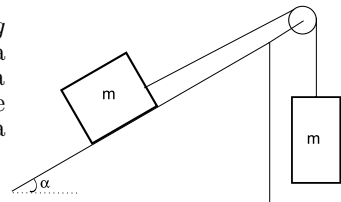
- el valor de \vec{F} para que el cuerpo 2 ascienda con una aceleración de 3 m/s^2 .
- energía cinética de rotación de las poleas acopladas cuando el cuerpo 1 ha recorrido 3 m .

14. Una varilla de longitud L y masa M está suspendida mediante dos cables situados respectivamente a $L/4$ de sus extremos. En un instante dado uno de los cables se rompe. Calcule:



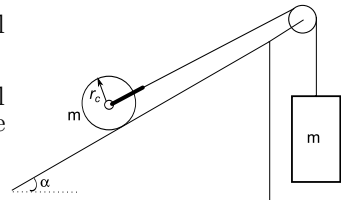
- la aceleración angular de la varilla, $\alpha(\theta)$.
- la tensión máxima que debe ser capaz de soportar el cable para que no se rompa.

15. En el extremo superior de un plano inclinado, $\alpha = 30^\circ$, hay una polea de 4 kg de masa formada por un cilindro macizo de radio $r = 20 \text{ cm}$, por cuya garganta pasa un cordón inextensible y de masa despreciable. De ambos extremos de la cuerda penden dos cuerpos de masa $m = 10 \text{ kg}$ cada uno. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano inclinado es $\mu = 0.3$. (Momento de Inercia cilindro $I = \frac{1}{2}mr^2$) Calcule:

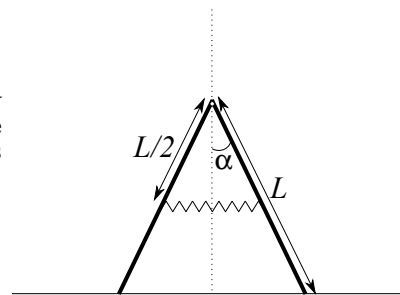


- La aceleración del sistema.
- Energía cinética de rotación de la polea cuando el cuerpo apoyado sobre el plano ha recorrido 3 m .

Resuelva este mismo problema pero sustituyendo el bloque que desliza por el plano inclinado por un cilindro de igual masa y radio $r_c = 30 \text{ cm}$, el cual asciende rodando sin deslizar. ($I_c = \frac{1}{2}mr_c^2$)



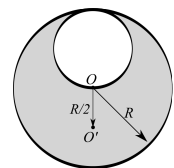
16. Una escalera está construida mediante dos varillas de masa M y longitud L unidas mediante un muelle situado a mitad de altura de ambas varillas. Si consideramos que la longitud natural del muelle es despreciable y que la constante de recuperación vale k (vea la figura) calcule la posición de equilibrio α de la escalera.



17. Calcule el momento de inercia respecto su centro de masas de los siguientes cuerpos:

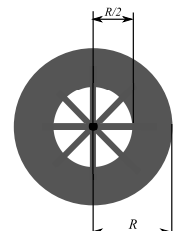
- una varilla homogénea de longitud L y masa M .
- un disco homogéneo de radio R y masa M .
- un cilindro de masa M , radio R y longitud L , respecto de:
 - (a) su eje longitudinal.
 - (b) su eje transversal.

18. En un disco homogéneo de radio R se ha practicado un agujero circular de radio $R/2$ como muestra la figura. Halle el centro de masas de la pieza así como su momento de inercia respecto del punto O' . **Sol.:** $x_{CM}=0$, $y_{CM} = -\frac{1}{6}R$; $I_{O'} = \frac{5}{8}MR^2$



19. Encuentre el momento de inercia de la rueda que se muestra en la figura respecto de su eje. La rueda está hecha de material de grosor uniforme, su masa es M y su radio R . Trate los radios como delgadas barras de longitud $R/2$ y anchura $R/12$.

Sol.: $I_O = \frac{MR^2}{9\pi + 4} \left(\frac{45\pi}{8} + \frac{1}{3} \right)$.

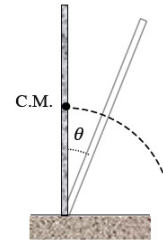


20. Suponga que a un disco sólido de radio R se le da una velocidad angular ω_0 respecto de un eje que pasa por su centro y después se baja hasta una superficie horizontal áspera (coef. de roz. μ) en donde se suelta. Determine:

- la velocidad angular del disco una vez que se establece el movimiento de rodadura pura.
- la fracción de energía cinética que se pierde desde que se libera el disco hasta que comienza a rodar sin deslizar.
- el tiempo que tarda en alcanzar el movimiento de rodadura pura.
- la distancia que recorre el disco durante dicho tiempo.

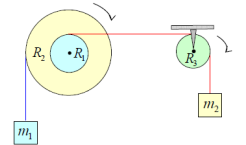
21. La barra de la figura se separa muy ligeramente de la posición vertical de equilibrio de forma que empieza a caer. Calcule en función del ángulo de inclinación θ :

- la velocidad angular y la aceleración angular.
- la aceleración del centro de masas.
- la fuerza de rozamiento y la reacción en el punto de apoyo.
- el coeficiente de rozamiento estático con el suelo si el punto de contacto de la barra con el suelo comienza a deslizar cuando el ángulo de inclinación es de 30° .



22. Se tiene un sistema de dos poleas acopladas de radios $R_1 = 0,3\text{ m}$ y $R_2 = 0,4\text{ m}$ las cuales rotan respecto a su propio eje fijo, y cuyo momento de inercia es $I_2 = 2,3\text{ kgm}^2$. De la polea de radio R_2 cuelga una masa $m_1 = 1,7\text{ kg}$, y de la polea de radio R_1 sale una cuerda que se conecta a otra polea de radio $R_3 = 0,2\text{ m}$ y de momento de inercia $I_2 = 1,2\text{ kgm}^2$, de la cual cuelga una masa $m_2 = 4,6\text{ kg}$.

- las aceleraciones angulares de las poleas.
- las tensiones de las cuerdas.

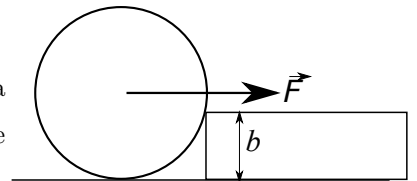


23. Una esfera de radio R y masa M se encuentra con un bordillo de altura b . Con el objetivo de poder subir dicha esfera, se aplica sobre su centro de masas una fuerza \vec{F} , tal y como se muestra en la figura adjunta. Calcule:

- la fuerza mínima necesaria para que la esfera ascienda (F_{min}).
- el valor del ángulo con el que debemos tirar para que la fuerza \vec{F} sea mínima

Si consideramos que se aplica una fuerza $F' = 2 \cdot F_{min}$ de forma horizontal y que $b = R/2$, obtenga:

- la velocidad angular que llevará la esfera una vez que ha subido al bordillo.
- el trabajo realizado por la fuerza \vec{F}' .

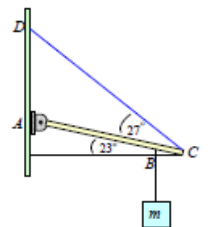


24. Una escalera de mano de largo L y masa M , descansa sobre una pared con roce despreciable, a una altura h del suelo. Un estudiante de masa m comienza a subir por la escalera. Calcule:

- las fuerzas que actúan sobre los extremos de la escalera en función de la distancia d que recorre el estudiante a lo largo de la escalera.
- el coeficiente de roce estático vale μ ¿cuál es la máxima distancia que puede subir el estudiante sobre la escalera, antes de que esta empiece a resbalar?

25. Una viga uniforme de masa $M = 25\text{ kg}$ y longitud l , se sostiene por medio de un cable en el punto C . La viga puede girar alrededor de un pivote A . Un cuerpo de masa $m = 13\text{ kg}$ se cuelga en el punto B a una distancia $d = 4l/5$ del punto A . Calcule:

- la tensión en el cable.
- la reacción sobre la viga en A .



26. Una viga uniforme de masa $M = 120\text{ kg}$ y longitud l , se sostiene por medio de un cable en el punto B , el cual está ubicado a una distancia $(3l/4)$ del punto A . La viga puede girar alrededor de un pivote A y un cuerpo de masa $m = 200\text{ kg}$ se cuelga en su parte superior en el punto C . Calcule:

- la tensión en el cable.
- la reacción sobre la viga en A .

