

Los sistemas de comunicaciones digitales

Pere Martí i Puig

PID_00214171

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized 'C' or a wave. Below the text, there is a thick, horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Reconocimiento-Compartir igual (BY-SA) v.3.0 España de Creative Commons. Se puede modificar la obra, reproducirla, distribuirla o comunicarla públicamente siempre que se cite el autor y la fuente (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), y siempre que la obra derivada quede sujeta a la misma licencia que el material original. La licencia completa se puede consultar en: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/>

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Índice

Introducción	5
Objetivos	8
1. El emisor y el receptor digitales	11
1.1. Elementos de un sistema de comunicaciones digital	11
1.2. Modelo IQ	12
1.3. Conversión analógico-digital (CAD) y digital-analógica (CDA)	17
1.4. Sobremuestreo, submuestreo y <i>dithering</i>	25
1.5. Espectro de la señal digital	32
1.6. Técnicas de acceso múltiple	34
2. Subsistemas digitales	38
2.1. Mezcladores digitales: DDC y DUC	38
2.2. Osciladores controlados numéricamente	41
2.3. El lazo de seguimiento de fase digital	44
3. Modulaciones digitales	50
3.1. Transmisión digital banda base	50
3.1.1. Criterio de Nyquist para la cancelación de ISI	54
3.1.2. Filtros conformadores banda base coseno realzado	55
3.2. Transmisión paso banda. Modulaciones ASK, PSK y FSK	57
3.2.1. Modulaciones ASK	59
3.2.2. Modulaciones PSK	61
3.2.3. Modulaciones FSK	63
3.3. Transmisión paso banda. Modulaciones QAM y GMSK	65
3.3.1. Modulaciones QAM	65
3.3.2. Modulaciones GMSK	66
3.3.3. Consideraciones generales	69
4. Tecnologías digitales	73
4.1. Procesadores digitales de señal	73

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Solucionario	87
Glosario	91
Bibliografía	96

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, starburst-like background that tapers to the right. Below the text is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Introducción

La diferencia fundamental entre las comunicaciones digitales y las analógicas es que en las segundas el número de posibles formas de onda por transmitir es infinito mientras que en una comunicación digital el emisor solo tiene a su disposición un conjunto finito y discreto de formas de onda que debe hacer corresponder con los bits por transmitir. Es importante resaltar que en el contexto de las comunicaciones digitales el proceso de la comunicación se efectúa independientemente del tipo de información que se envía.

Fue Claude Elwood Shannon quien, en la década de los cuarenta del siglo XX, se dio cuenta de que la transmisión de la información se podía descomponer en dos partes que pueden ser tratadas de manera independiente sin pérdida teórica de prestaciones. Shannon observó que la primera parte del problema consiste en encontrar la mejor manera de representar la secuencia binaria. Esta parte se conoce con el nombre de *codificación de fuente*. La segunda parte del problema, en cambio, consiste en buscar la manera más eficiente de transmitir esta secuencia binaria por el canal. La codificación de la señal implicada en esta segunda parte se conoce con el nombre de *codificación de canal* y depende del medio por el que se va a transmitir la señal. Hoy en día Shannon está considerado el padre de la teoría de la información, y en cierto modo, de las comunicaciones modernas.

C. E. Shannon publicó en 1948 un trabajo en el *Bell System Technical Journal*, en el que se relacionaba la capacidad de información C de un canal de comunicaciones medida en bits por segundo (bps) con su ancho de banda B (Hz) y la relación de potencias entre la señal y el ruido (S/N), magnitud adimensional que se conoce con el nombre de *relación señal-ruido*.

La relación matemática que estableció se conoce con el nombre de *límite de la capacidad de información de Shannon*. A saber:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) = 3,32 B \log_{10} \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad 3.1$$

Vemos a partir de la fórmula 1 que un canal de telefonía de 2,7 kHz, con una

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Para lograr cotas que se aproximen mucho a los límites establecidos por Shannon hay que utilizar, junto con los esquemas de modulación, unos algoritmos de codificación de fuente y de canal eficientes. Cuando la relación señal-ruido del canal es suficientemente alta, y por lo tanto, disponemos de una capacidad elevada, ésta podrá ser explotada utilizando esquemas de modulación complicados. La relación mostrada en la ecuación 3.2 relaciona el número de puntos de una constelación con la capacidad y el ancho de banda del canal.

$$C = 2B \log_2 M \quad 3.2$$

donde M es el número de puntos de la constelación empleada, es decir, $M = 2^b$, en que b es el número de bits que llevará cada símbolo. A lo largo del módulo expondremos diferentes esquemas de modulación.

Las comunicaciones digitales proporcionan un conjunto de ventajas respecto a las comunicaciones analógicas. Los receptores digitales, gracias a su mayor sensibilidad, pueden trabajar con niveles de señal-ruido más bajos que los analógicos. Ni que decir tiene que a veces la misma naturaleza digital de la información, como por ejemplo un fichero de texto, se ajusta de entrada a las técnicas de comunicación digital, y por tanto, una alternativa analógica es más difícil. Sin embargo, es la naturaleza adversa del canal lo que a veces hace aconsejable la utilización de comunicaciones digitales.

Gracias al formato digital es posible utilizar técnicas de procesamiento de señal que pueden proporcionar nuevas funcionalidades. Es evidente que el formato digital permite aplicar sobre las señales ciertas operaciones que en el caso analógico no están resueltas de manera satisfactoria, como ocurre, por ejemplo, con las técnicas de criptografía, que permiten añadir privacidad a la comunicación. Además, los sistemas digitales permiten realizar fácilmente operaciones de multiplexación temporal o multiplexación por código y también tareas de encaminamiento de las señales que resultarían extremadamente complicadas en sistemas analógicos. Por otra parte, una de las ventajas más grandes de las tecnologías digitales respecto a las analógicas se conoce como efecto regenerativo. En enlaces a grandes distancias la fuerte atenuación que experimentan las señales requiere la incorporación de dispositivos que denominamos *repetidores* cuya función es captar, amplificar y retransmitir la señal. El inconveniente de los repetidores es que no solamente amplifican la señal sino también el ruido, con lo que al final de una cadena con muchos repeti-

Constelación

Una constelación es una representación geométrica de la señal utilizada en comunicaciones de datos modulados. Los ejes forman unas bases sobre las cuales se representan los símbolos transmitidos; la separación entre los puntos de la constelación está relacionada con el umbral a partir del cual se decide cuál ha sido el símbolo recibido de entre todos los posibles.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

La contrapartida es que, para un buen funcionamiento de los equipos de comunicaciones digitales, resulta necesaria una cuidadosa sincronización de las referencias temporales y a menudo frecuenciales entre el emisor y el receptor, con lo cual los equipos necesitan circuitos adicionales que realicen estas funciones.

Un detalle que debe destacarse es que, hasta hace unos años, se pensaba que los sistemas digitales necesitaban un ancho de banda mayor para poder transmitir determinadas señales con un nivel de calidad similar. Sin embargo, actualmente se ha conseguido desarrollar algoritmos de codificación de fuente tan eficientes que se ha invertido la situación, y es posible enviar una comunicación equivalente de manera digital con solo una fracción del ancho de banda necesario para una modulación analógica. Ni que decir tiene, sin embargo, que la ejecución de estos algoritmos de codificación de fuente (y decodificación) requiere una elevada potencia de cálculo que encarece el coste de los terminales. El coste de los convertidores analógico-digital y digital-analógico también contribuye a incrementar el coste. Solo gracias al adelanto espectacular en el campo de los circuitos integrados se ha podido reducir el coste, a la vez que se ha hecho posible fabricar terminales de altas prestaciones que, además, son de dimensiones muy reducidas. Insistimos, sin embargo, en que todas estas ventajas que proporcionan los sistemas de comunicaciones digitales en relación con los analógicos, comportan un incremento de complejidad en los equipos tanto en términos de hardware como de software.

Insistiendo en este segundo aspecto, es importante saber que un terminal de comunicaciones digital moderno tiene una gran cantidad de software o microprogramas (*firmware*). De hecho, las tendencias actuales apuntan al desarrollo de terminales cada vez más definidos por el software. De este modo, los equipos de comunicaciones pueden ser actualizados automáticamente para incorporar pequeñas mejoras, nuevas versiones del estándar que utilizan o, incluso, dependiendo del uso del terminal, ser capaces de funcionar con más de un estándar. Hoy en día resulta evidente que las técnicas de comunicación digitales pueden proporcionar mucha más flexibilidad que en el caso analógico.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow and orange gradient bar at the bottom.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**


**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Objetivos

Este módulo quiere proporcionar una visión amplia de los sistemas de comunicaciones digitales. Hoy en día, cuando los sistemas de comunicaciones trabajan con frecuencias elevadas se hace necesario implementar algunas de las etapas de estos equipos de manera analógica; sin embargo, gracias a las mejoras de los circuitos convertidores de analógico a digital (AD) y de digital a analógico (DA) se consigue la representación discreta de la señal en una frecuencia cada vez más elevada, de forma que en muchos casos se obtiene esta representación a la frecuencia intermedia o *intermediate frequency* (FI). Mayoritariamente, estos sistemas son paso banda y trabajan en una determinada banda de frecuencias, que es limitada. En la gran mayoría de los casos, además, el ancho de banda utilizado se puede considerar muy estrecho si lo comparamos con el valor de la frecuencia central del canal. Esta propiedad tiene implicaciones importantes, puesto que podemos obtener representaciones equivalentes paso bajo de las señales de comunicaciones que preservan toda la información. La característica de estas representaciones de las señales es que son complejas y, lo más importante, pueden ser procesadas por equipos digitales, microprocesadores, procesadores digitales de señal, dispositivos de lógica programable (FPGA) o circuitos integrados de propósito específico.

Para conseguir el objetivo general presentado, los estudiantes tenéis que alcanzar los objetivos particulares siguientes:

1. Adquirir una visión introductoria de los sistemas de comunicaciones digitales. Para eso proporcionaremos las representaciones paso bajo de estas señales, mostraremos el proceso de digitalización y sus implicaciones, y también otros temas clave, como la representación de las señales en el dominio de la frecuencia.
2. Saber analizar y entender el funcionamiento de los diferentes subsistemas digitales. Uno de los más utilizados es el oscilador controlado numéricamente, que es una parte integrante de otros sistemas, como los mezcladores digitales o los circuitos de sincronismo, como el lazo de seguimiento



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

puesto que forman parte de estándares que han resultado ser muy importantes, como es el caso del GSM o, en menor medida, el DECT.

4. Conocer y entender las diferentes tecnologías digitales utilizadas en la actualidad, y también sus características principales, y proporcionar una tendencia. A la vez presentaremos una línea de investigación, conocida con el nombre de *radio definida por software* o *software defined radio* (SDR), según la cual el software va adquiriendo más protagonismo al ser ejecutado sobre arquitecturas de hardware que deberían ser multifuncionales y ajustarse a las funcionalidades determinadas por el código que ejecuten.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow effect is visible beneath the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The text is set against a light blue, arrow-shaped background that points to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

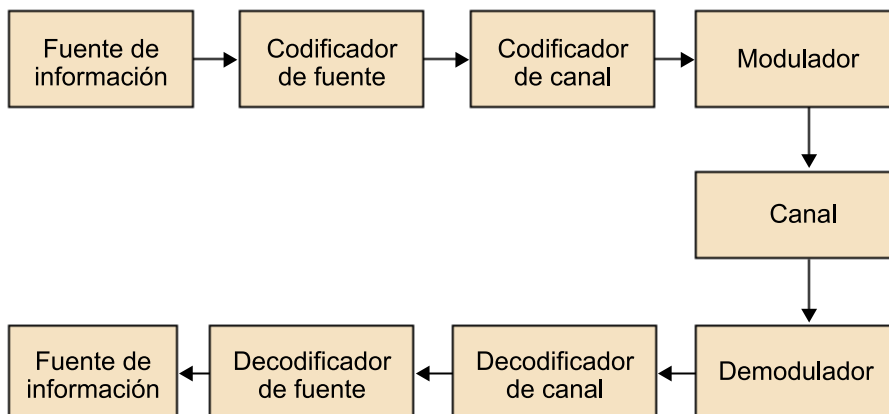
1. El emisor y el receptor digitales

En este apartado empezaremos por exponer las diferentes partes de un sistema de comunicaciones digital en relación con sus bloques más importantes. A continuación presentaremos una notación de las señales de comunicaciones de banda estrecha según su equivalente paso bajo especialmente útil para utilizarla en los equipos de comunicaciones digitales, puesto que las tareas de procesamiento de la información se hacen en banda base. Completaremos el apartado con una visión de conceptos necesarios sobre el paso del mundo digital al mundo analógico en los subapartados 1.3 y 1.4. Acabaremos el apartado exponiendo la forma del espectro digital y las nociones básicas para que un conjunto de usuarios compartan el canal.

1.1. Elementos de un sistema de comunicaciones digital

En este subapartado mostraremos las diferentes partes de un sistema de comunicaciones digitales por medio de un diagrama de bloques (figura 1).

Figura 1. Diagrama de bloques simplificado de un sistema de comunicaciones digitales



La figura 1 representa los elementos fundamentales de un sistema de comunicaciones digitales. A continuación describiremos sus diferentes bloques.

El primer bloque en la banda del emisor se corresponde con la fuente de información. La fuente de información puede ser, como ya hemos indicado, tanto

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

sente en la señal, mayor es el nivel de compresión alcanzable. A la salida del

codificador de fuente disponemos, por lo tanto, de un conjunto de bits que representan la información original tan reducido como se pueda, puesto que se ha eliminado la información repetida.

La operación siguiente consiste en proteger estos bits resultantes de la compresión de la señal de la fuente contra los errores originados por el canal. Esta operación, realizada por el codificador de canal, consiste en volver a añadir redundancia. En este caso, sin embargo, la redundancia se añade de manera intencionada para combatir los efectos del canal procurando minimizar la probabilidad de recibir un bit erróneo. El tipo de codificación de canal que se utilice depende de las características del canal y del nivel de protección que se quiera dar a la comunicación.

El paso siguiente consiste en convertir la secuencia de bits de la salida del codificador de canal en un conjunto finito de formas de onda que se ajusten a las características del canal. Si, por ejemplo, utilizamos un canal limitado en banda, emplearemos formas de onda que no tengan contenido espectral fuera de la banda del canal. En este punto la estrategia consiste en disponer de un número $N = 2^b$ de formas de onda diferentes, de tal manera que, una vez distorsionadas por el canal, sean todavía diferenciables en el receptor. Observemos que enviar una de las N formas de onda disponibles equivale a enviar un número b de bits. Esta función, la ejerce el modulador. Aquí se acaban los módulos del emisor.

En el lado del receptor se encuentran bloques que realizan las funciones inversas. Encontramos el demodulador digital, cuya función es decidir qué forma de onda se envía en cada instante y , por lo tanto, decidir el conjunto de n bits que se envían. Para eso hay que ejecutar diferentes tareas de sincronismo y de compensación del canal. A continuación el decodificador de canal, gracias a la redundancia introducida, permite corregir posibles errores. Finalmente, a partir de la decodificación de fuente volvemos a establecer el formato de los datos originales, reconstruyendo imágenes, voz o cualquier tipo de información en el formato analógico, si procede.

1.2. Modelo IQ

En la práctica, dada la limitación de recursos espectrales, la mayoría de los sistemas de comunicaciones son sistemas paso banda limitados en frecuencia.

Algoritmos de codificación y decodificación

Los algoritmos de codificación y decodificación de fuente son fuertemente dependientes de las características de la señal de entrada y , por lo tanto, suelen estar recogidos en textos enfocados a aplicaciones específicas. Tampoco son objetivo de la asignatura los algoritmos de codificación de canal, ni el estudio de las propiedades estadísticas de diferentes tipos de canales.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

donde ω_c es la pulsación de la frecuencia portadora.

Según esta expresión se puede construir una señal paso banda de banda estrecha modulando dos señales reales paso bajo, $s_I(t)$ y $s_Q(t)$, utilizando dos portadoras de la misma frecuencia y desfasadas 90° . Como una rotación angular de 90° se corresponde con un ángulo recto, se suele decir que estas señales están en cuadratura. Siguiendo esta nomenclatura, las señales $s_I(t)$ y $s_Q(t)$ reciben el nombre de *componente en fase* y *componente en cuadratura*, respectivamente. Del mismo modo, la frecuencia portadora suele ser mucho más grande que el ancho de banda de las señales paso bajo $s_I(t)$ y $s_Q(t)$.

La tecnología actual de convertidores de analógico a digital, junto con equipos basados en procesadores digitales de señal (DSP), dispositivos de lógica programable (FPGA) o circuitos integrados de aplicación específica (ASIC), permiten procesar señales banda base sin dificultades, pero resulta extremadamente costoso procesar directamente la señal paso banda. Por eso, el hecho de disponer de las representaciones banda base de $s(t)$, las señales $s_I(t)$ y $s_Q(t)$, tiene un altísimo interés práctico.

A continuación explicaremos esta notación y proporcionaremos dos representaciones más totalmente equivalentes. El objetivo es facilitar un modelo matemático que permita representar señales reales de banda estrecha y, por tanto, presentar un contenido espectral concentrado en una banda en las proximidades de esta frecuencia portadora, representada por su pulsación ω_c .

Para ello, primero construimos una señal que contenga solo las frecuencias positivas de $s(t)$. Esta señal, en el dominio de la frecuencia, puede ser expresada de la manera siguiente:

$$S_+(\omega) = 2S(\omega)u(\omega) \quad 3.4$$

donde $S(\omega)$ es la transformada de Fourier de $s(t)$ y $u(\omega)$ es la función escalón unitario.

El término 2 lo utilizamos simplemente para obtener una señal con la misma potencia que la original, de la que hemos eliminado la mitad del espectro. La expresión en el dominio del tiempo, la obtenemos aplicando la transformada inversa de Fourier:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Cartagena99

$$F^{-1}[2u(\omega)] = \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \quad 3.6$$

la señal $s_+(t)$ se puede escribir de la manera siguiente:

$$s_+(t) = \left[\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right] * s(t) \quad 3.7$$

A continuación separamos la parte real y la parte imaginaria de $s_+(t)$. Definimos:

$$s_+(t) = s(t) + j\hat{s}(t) \quad 3.8$$

donde:

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\pi t} * s(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad 3.9$$

La señal $\hat{s}(t)$ puede verse como la salida del filtro de respuesta impulsional $h(t)$ cuando la entrada es $s(t)$:

$$h(t) = \frac{1}{\pi t}, \quad -\infty < t < \infty \quad 3.10$$

Este filtro recibe el nombre de *transformador de Hilbert*. La señal analítica $\hat{s}(t)$ es una señal paso banda. Para interpretar qué es lo que hace el transformador de Hilbert veamos la respuesta frecuencial:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} e^{-j\omega t} dt = \begin{cases} -j & (\omega > 0) \\ 0 & \omega = 0 \\ j & (\omega < 0) \end{cases} \quad 3.11$$

Observamos que $H(\omega) = 1$ y la respuesta de fase que tiene es $\Theta(\omega) = -\pi/2$ para $\omega > 0$ y $\Theta(\omega) = \pi/2$ para $\omega < 0$; por lo tanto, el transformador de Hilbert actúa solo sobre la fase de la señal.

Se construye una señal paso bajo ($s_1(t)$) haciendo una traslación de frecuencias con objeto de centrar el espectro de $S_+(\omega)$ en el entorno del origen, de forma que se obtiene:

Transformador de Hilbert

Un transformador de Hilbert se puede hacer digitalmente con un filtro de respuesta impulsional finita (FIR).

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

que es lo mismo que:

$$s(t) + j\hat{s}(t) = s_I(t)e^{+j\omega_c t} \quad 3.14$$

La señal $s_1(t)$ es en general compleja, y tiene el contenido frecuencial en banda base. Denominamos a $s_1(t)$ *equivalente paso bajo de $s(t)$* . Dado que es una señal compleja lo podemos escribir en términos de su parte real y su parte imaginaria:

$$s_1(t) = s_I(t) + js_Q(t) \quad 3.15$$

donde $s_I(t)$ y $s_Q(t)$ son, respectivamente, los componentes en fase y en cuadratura que aparecen en la ecuación 3.3.

De 3.14 y 3.15 establecemos:

$$s(t) + j\hat{s}(t) = [s_I(t) + js_Q(t)]e^{j\omega_c t} \quad 3.16$$

Y a partir de la fórmula de Euler ($e^{jx} = \cos x + jsenx$), obtener la expresión 3.17 es directo.

$$s(t) = s_I(t)\cos\omega_c t - s_Q(t)\sen\omega_c t \quad 3.17$$

$$\hat{s}(t) = s_I(t)\sen\omega_c t + s_Q(t)\cos\omega_c t \quad 3.18$$

donde, en colores, aparece la relación presentada al principio del apartado en la ecuación 3.3.

Otra representación totalmente equivalente de $s(t)$, obtenida directamente de (3.16), es la siguiente.

$$s(t) = \text{Re}\{[s_I(t) + js_Q(t)]e^{+j\omega_c t}\} = \text{Re}\{s_1(t)e^{+j\omega_c t}\} \quad 3.19$$

Finalmente, la tercera representación posible de la señal paso banda se obtiene

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$a(t) = \sqrt{s_I(t)^2 + s_Q(t)^2} \quad 3.21$$

y la fase $\theta(t)$:

$$\theta(t) = \text{TAN}^{-1} \frac{s_Q(t)}{s_I(t)} \quad 3.22$$

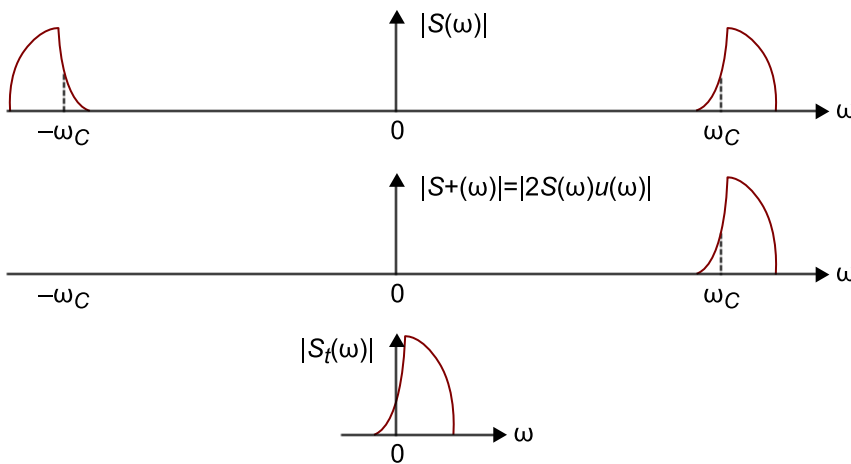
Por lo tanto, la tercera representación toma la forma siguiente:

$$s(t) = \text{Re}\{s_I(t)e^{+j\omega_c t}\} = \text{Re}\{a(t)e^{j(\omega_c t + \theta(t))}\} = a(t)\cos(\omega_c t + \theta(t)) \quad 3.23$$

donde $a(t)$ se denomina *envolvente* de $s(t)$, y $\theta(t)$ se denomina *fase* de $s(t)$.

Utilizaremos indistintamente cualquiera de las tres notaciones equivalentes.

Figura 2. Espectro de una señal de banda estrecha (arriba); espectro de la señal analítica (centro); y espectro del equivalente paso bajo (abajo)



Actividad 1

Tenemos que $m(t)$ es la señal moduladora. Comprobad que las modulaciones de amplitud (AM) de doble banda lateral sin portadora (DSB-SC), de fase (PM), de frecuencia (FM) y de amplitud en banda lateral única (SSB-AM-SC) pueden expresarse en términos de su componente en fase y en cuadratura, tal como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Componentes en fase y en cuadratura de cinco modulaciones analógicas diferentes

Tipo de modulación	Componente en fase: $s_I(t)$	Componente en cuadratura: $s_Q(t)$
--------------------	------------------------------	------------------------------------

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

En SSB-AM-SC selecciona la banda lateral superior y el signo inferior, la banda lateral inferior.

Tipo de modulación	Componente en fase: $s_I(t)$	Componente en cuadratura: $s_Q(t)$
SSB-AM-SC	$A_c m(t)$	$\pm A_c \hat{m}(t)$

D_p es la constante de desviación de fase (rad/V) y D_f la constante de desviación de frecuencia (rad/V·s). El signo superior en SSB-AM-SC selecciona la banda lateral superior y el signo inferior, la banda lateral inferior.

1.3. Conversión analógico-digital (CAD) y digital-analógica (CDA)

Como hemos ido comentando, en los sistemas de comunicación digitales, el procesamiento banda base de las señales se hace mediante dispositivos electrónicos del tipo procesador digital de señal (DSP), dispositivos de lógica programable (FPGA) o circuitos integrados diseñados para aplicaciones específicas (ASIC). Estos dispositivos solo pueden trabajar con señales discretas, y por eso se muestrea la señal, se trabaja en este dominio discreto y, a menudo, una vez acabado el procesamiento se vuelve a construir una señal temporal. El paso del dominio analógico al discreto se hace con los convertidores AD, y el regreso del mundo discreto al mundo analógico, con los convertidores DA.

Un convertidor AD es un dispositivo electrónico que convierte una magnitud continua en un ritmo temporal determinado. La magnitud de entrada suele ser una magnitud analógica y la salida es un número digital, a menudo proporcional a dicha entrada. Este proceso se denomina **digitalización**.

La salida digital puede venir codificada de diferentes maneras. Normalmente aparece como el complemento a 2 del número binario proporcional a la entrada, aunque hay otras posibilidades. Se podría emplear, por ejemplo, un código de Gray.

Como las señales de comunicaciones son variantes en el tiempo, el resultado del muestreo de estas señales está cuantificado tanto en tiempos como en amplitud. Así pues, la digitalización consiste básicamente en tomar medidas periódicas de la amplitud de una señal, redondear los valores a un conjunto finito de niveles preestablecidos y registrarlos en un formato binario en una memoria o cualquier otro tipo de soporte.

ADC

La conversión AD también es conocida, en inglés, por la sigla ADC (*analog to digital converter*).

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

tricamente; en este caso se expresa en voltios, y es el cambio mínimo en el voltaje de entrada que garantiza un cambio en el código de salida. Este valor se corresponde con el paso de cuantificación Δ .

Ejemplo 1

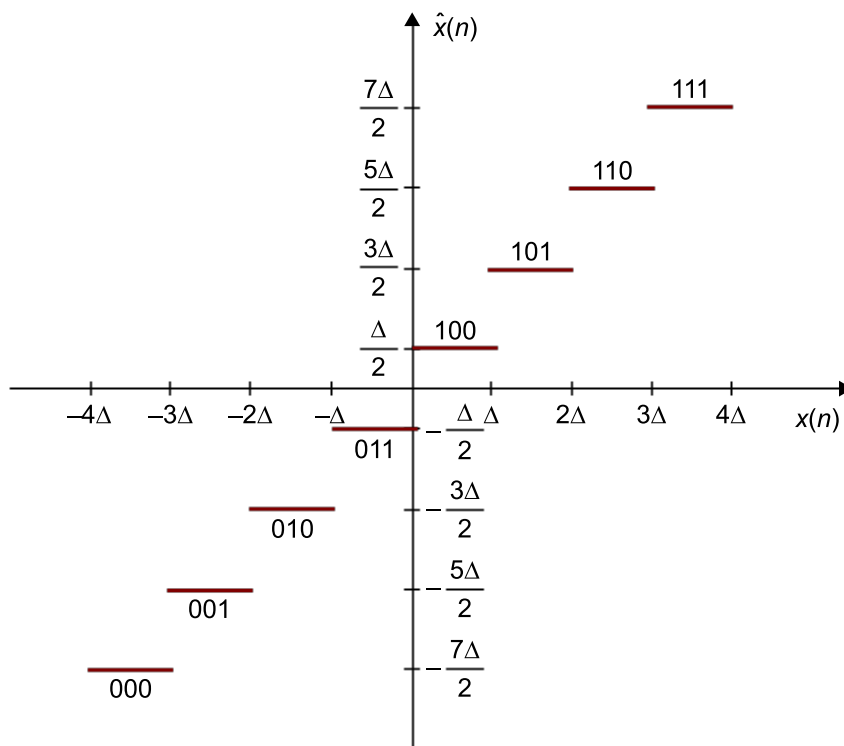
Un CAD con una resolución de 8 bits puede codificar una entrada analógica a una digital de 256 niveles diferentes, puesto que $2^8 = 256$. Luego, los valores pueden representar el margen de 0 a 255 (siguiendo un formato entero sin signo) o el margen de -128 a 127 (siguiendo un formato entero con signo).

Ejemplo 2

En la figura 3 representamos la caracterización de un convertidor uniforme de $b = 3$ bits. Con 3 bits solo se pueden representar $2^3 = 8$ niveles diferentes. Δ es el paso de cuantificación. Según este esquema la señal de entrada alterna $x(n)$ tiene que ajustarse a la entrada del convertidor. Esto significa que, si los valores de entrada del convertidor están comprendidos entre $-X_{max}$ y $+X_{max}$, hay que ajustar los niveles de la señal $x(n)$ de forma que $x(n) \leq X_{max}$. De este modo la variación máxima de la tensión de entrada es $2X_{max}$, que representamos con 2^b niveles de valor Δ . Tenemos, por lo tanto, la relación $2X_{max} = \Delta 2^b$, de forma que el paso de cuantificación Δ en voltios viene dado por la ecuación 3.24.

$$\Delta = \frac{2X_{max}}{2^b} \quad 3.24$$

Figura 3. Representación de un posible esquema de cuantificación de ocho niveles (3 bits)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Para esquemas de cuantificación del mismo tipo que el representado en la figura 3 se ve que la relación entre la tensión de entrada V_{in} y el nivel de cuantificación en la salida sigue la relación:

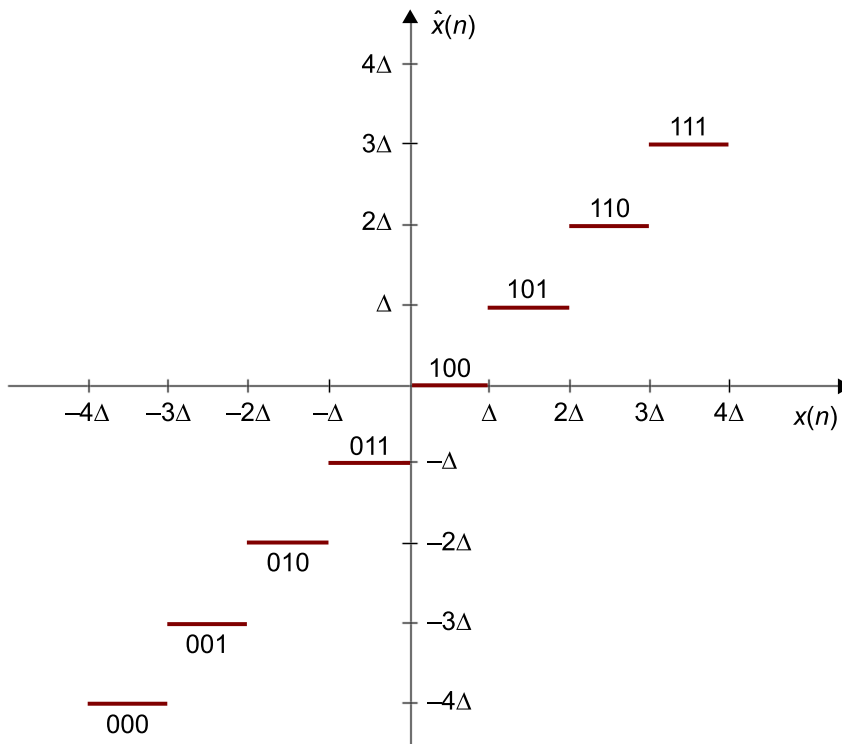
$$\hat{x}(n) = \Delta \cdot \left(\text{floor} \left(\frac{2^b - 1}{V_{\max}} x(n) \right) + \frac{1}{2} \right) \quad 3.25$$

donde la función $\text{floor}(x)$ devuelve el valor entero inferior más cercano a x .

Ejemplo 3

En la figura 4 tenemos representado otro esquema válido para el cuantificador.

Figura 4. Representación de un segundo esquema de cuantificación de ocho niveles (3 bits)



La señal $x(n)$ de entrada toma valores en el margen $-4\Delta (= -X_{\max})$ a $4\Delta (= +X_{\max})$. La señal de salida $\hat{x}(n)$ solo puede tomar ocho valores diferentes

En este caso, la entrada y la salida se relacionan según la expresión:

$$\hat{x}(n) = \Delta \cdot \text{floor} \left(\frac{2^b - 1}{V_{\max}} x(n) \right) \quad 3.26$$

En los dos casos de los ejemplos 2 y 3, una vez establecido el nivel de cuantificación, está el proceso de codificación, que consiste en asignar una palabra binaria a cada nivel. Por ejemplo, se puede utilizar una codificación complementaria para representar un formato con signo.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

encia de ruido, la precisión de la señal recuperada solo está limitada por el

error de cuantificación (producido en el convertidor debido al número de niveles finitos de que disponemos). De acuerdo con el teorema de muestreo de Shannon-Nyquist, esta recuperación es posible si la frecuencia de muestreo es mayor que el doble de la componente frecuencial máxima de la señal.

En la práctica, el convertidor AD no puede hacer una conversión instantánea; el valor de entrada tiene que mantenerse necesariamente constante durante el tiempo que el convertidor necesita para efectuar la conversión. Este tiempo se denomina *tiempo de conversión* y es propio de cada convertidor.

En los convertidores hay un circuito a la entrada que retiene el valor, en la mayoría de los casos mediante el uso de un condensador y un interruptor electrónico, que sirve para desconectar el condensador una vez acabada la conversión. Este subsistema recibe el nombre de *circuito de retención* o *hold*. El tiempo de conversión determina la frecuencia de muestreo máxima del convertidor.

En los CAD, las tres fuentes principales de errores son:

- 1) los errores de cuantificación,
- 2) la distorsión originada cuando los errores de cuantificación presentan además un patrón regular –fenómeno que, como veremos, se puede combatir con *el dithering*–, y
- 3) los ruidos de fase originados por pequeñas variaciones en el reloj que proporciona los instantes de muestreo.

El error más importante, que ya hemos comentado, es el de cuantificación, debido al hecho de disponer de una resolución finita. Es un fenómeno intrínseco al proceso de muestreo. Está claro que la magnitud del error de cuantificación toma el valor máximo de $\Delta/2$. Cuando la amplitud de la señal que se muestrea es de un orden de magnitud superior a Δ , el error de cuantificación no está correlacionado con la señal y presenta una distribución uniforme. En este caso la señal original $x(n)$ se puede considerar como la señal cuantificada $\hat{x}(n)$ más un error de cuantificación $e(n)$:

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

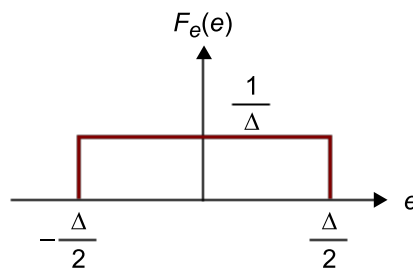
Es decir, $e(n)$ presenta media cero y varianza σ_e^2 . La varianza nos da una idea de la dispersión del error en torno a su media (cero, en este caso); entonces, en estas condiciones, σ_e^2 se toma como la **medida de la potencia de ruido**. $e(n)$ se clasifica estadísticamente como un proceso blanco (desde el punto de vista espectral contiene todas las frecuencias) y estacionario en el tiempo. $e(n)$, además, no está correlacionado con la señal $x(n)$, esto es:

$$E[x(n)e(n+m)] = 0, \quad \forall m \quad 3.29$$

y está uniformemente distribuido dentro de cada intervalo de cuantificación, es decir, corresponde una función de densidad de probabilidad $f_e(e)$, representada gráficamente en la figura 5.

$$f_e(e) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & -\frac{\Delta}{2} \leq e \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & e > \left|\frac{\Delta}{2}\right| \end{cases} \quad 3.30$$

Figura 5. Función de densidad de probabilidad del error de cuantificación



Esta función se corresponde con una distribución uniforme cuando el nivel de la señal de entrada es considerablemente más grande que Δ .

El segundo tipo de errores, también debido a la cuantificación, se produce cuando los errores de cuantificación dependen de la señal de entrada y ya no se cumple la ecuación 3.29. Este fenómeno también ocurre cuando los niveles de amplitud de los valores de entrada empiezan a ser del mismo orden de magnitud de Δ . Dado que esta distorsión se crea después del filtro antialiasing, el error de cuantificación puede tener los efectos en la banda de interés y crear distorsión. Para que el error de cuantificación sea independiente de la señal de entrada y combatir la distorsión se añade un ruido intencionado de amplitud igual a un paso de cuantificación a la señal de entrada. Esto perjudica ligeramente la relación señal-ruido, pero reduce de manera muy notable la distorsión. La técnica de añadir ruido para combatir la distorsión se denomina

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Ejercicio 1

Calculad la relación señal-ruido de cuantificación del convertidor de 8 bits, cuyo error de cuantificación está distribuido uniformemente dentro de cada intervalo de cuantificación, si las muestras de la señal de entrada presentan una varianza σ_x^2 .

Solución

Como el error está distribuido uniformemente, su función de densidad de probabilidad $f_e(e)$ es la descrita en la ecuación 3.30 y representada en la figura 5. Calculamos la varianza del error directamente de su fórmula. Dado que la media del error es cero, esto es, $\mu_e = E[e] = 0$, tenemos:

$$\begin{aligned}\sigma_e^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (e - \mu_e)^2 f_e(e) de = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 f_e(e) de = \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} e^2 \left(\frac{1}{\Delta}\right) de = \\ &= \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 de = \frac{1}{\Delta} \frac{e^3}{3} \Big|_{-\Delta/2}^{\Delta/2} = \frac{\Delta^2}{12}\end{aligned}\quad 3.31$$

En este caso la desviación estándar σ_e toma el valor aproximado de $0,289\Delta$, que en el caso del convertidor de 8 bits representa un 0,113% del margen dinámico que tiene.

Dada la varianza de la señal que entra en el cuantificador, que vale σ_x^2 la relación señal-ruido de cuantificación, aplicando la relación 3.24, toma la forma:

$$SNR_Q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} = \frac{12\sigma_x^2}{\Delta^2} = \frac{3 \cdot 2^{2b} \cdot \sigma_x^2}{X_{\max}^2} = \frac{3 \cdot 2^{2b}}{\left(\frac{X_{\max}}{\sigma_x}\right)^2} \quad 3.32$$

donde b es el número de bits y X_{\max} , el módulo del valor más grande representable por el cuantificador. Si tomamos $10\log^{10}(\)$ en el término de la derecha de la ecuación 3.32 y aplicamos las propiedades básicas de los logaritmos obtenemos la relación señal-ruido de cuantificación en dB, a saber:

$$SNR_Q[dB] = 6b + 4,77 - 20\log_{10}\left(\frac{X_{\max}}{\sigma_x}\right) \quad 3.33$$

Si analizamos el resultado del ejercicio 1, vemos que cada bit del convertidor contribuye en 6 dB a SNR_Q .

El término X_{\max}/σ_x nos da una idea de la distribución de los valores de la señal en los niveles de cuantificación; cuanto mayor es este término, menor es SNR_Q , lo cual nos indica que la distribución de la señal de entrada, su estadística, tiene influencia en la relación señal-ruido.

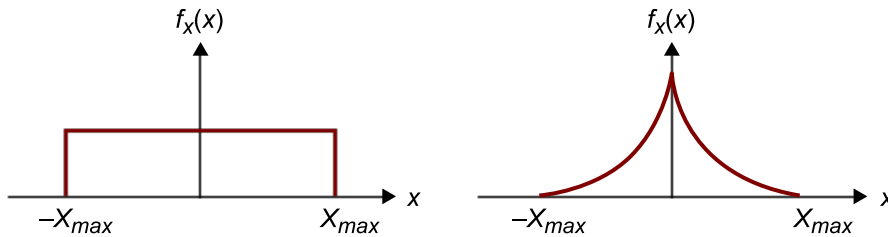
La varianza de la señal, σ_x^2 depende de su función de densidad de probabilidad. Hay señales de entrada con funciones de densidad de probabilidad diferentes

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 6. Funciones de densidad de probabilidad diferentes para la señal de entrada



En la interpretación de la ecuación 3.30 debemos tener en cuenta, antes que nada, que todo lo que hemos comentado solo es válido si la señal y el ruido no están correlacionados, lo cual significa que Δ tiene que ser suficientemente pequeña. Notemos también que puede ocurrir que la señal no ocupe todo el margen de cuantificación completo o que sobrepase ocasionalmente los valores máximos de amplitud del convertidor.

En la práctica, la resolución de un convertidor se elige según la relación señal-ruido (SNR) que se quiere y se puede conseguir para una señal digital.

Si la función de densidad de probabilidad de la señal de entrada es uniforme dentro del margen dinámico de trabajo del convertidor (véase la parte izquierda de la figura 6), la mejor estrategia de cuantificación es utilizar un paso de cuantificación uniforme, puesto que proporciona la mejor relación señal-ruido debida al ruido de cuantificación. Sin embargo, no siempre es este el caso. Muy a menudo la señal tiene más probabilidades de tomar valores en una región determinada dentro del margen de valores de entrada; en este caso es interesante cuantificar las regiones más importantes con un número mayor de bits utilizando un paso de cuantificación no uniforme. Por ejemplo, una señal de voz tiene una distribución laplaciana (véase la parte derecha de la figura 6). Ello quiere decir que la región alrededor del 0 contiene más información que las regiones con grandes amplitudes. Por eso hay muchos CAD de los sistemas de comunicación de voz que tienen una relación logarítmica entre entrada y salida con el fin de aumentar el margen dinámico de los valores representables y mantienen una buena representación de las regiones con baja amplitud.

Del conjunto de las leyes logarítmicas más empleadas en este tipo de convertidores AD destacamos la ley-A y la ley- μ . Para resolver el problema de muestrear adecuadamente según la estadística de la señal de entrada se han desarrollado técnicas de cuantificación adaptativa que a grandes rasgos se basan en adaptar

Fuentes de error

Algunas otras fuentes de error en los convertidores son los errores de no-linealidad, debidos principalmente a imperfecciones de fabricación y que pueden ser mitigados en un proceso de calibración.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Solución

De la teoría (ecuación 3.24), junto con lo que hemos presentado en el ejercicio 1 (ecuación 3.32), hemos visto que a un cuantificador en el que el error está distribuido uniformemente corresponde una SNR_Q que vale:

$$SNR_Q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} = \frac{3 \cdot 2^{2b} \cdot \sigma_x^2}{X_{max}^2} \quad 3.33$$

donde se ha utilizado la relación $2X_{max} = \Delta 2^b$ y el hecho de que la media del error de cuantificación sea cero ($\mu_e = 0$) para calcular la varianza del ruido de cuantificación uniforme según el número de bits (aplicamos ecuación 3.31).

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (e - \mu_e)^2 f_e(e) de = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 f_e(e) de = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} e^2 de \\ &= \frac{1}{\Delta} \frac{e^3}{3} \Big|_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{4X_{max}^2}{2^{2b}} \end{aligned} \quad 3.33$$

Para calcular la varianza de la señal distribuida uniformemente entre $-X_{max}$ y $+X_{max}$ hacemos la misma operación anterior, en la que también utilizamos el hecho de que $\mu_x = 0$:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x) \cdot dx = \frac{1}{2X_{max}} \int_{-X_{max}}^{+X_{max}} x^2 \cdot dx = \frac{1}{2X_{max}} \frac{x^3}{3} \Big|_{-X_{max}}^{+X_{max}} = \frac{X_{max}^2}{3} \quad 3.33$$

de forma que, sustituyendo, tenemos $SNR_Q = 2^{2b}$, o expresado de otro modo, $SNR_Q = 20b \log_{10} 2$ en dB.

La mayoría de los CAD comercialmente disponibles hoy en día trabajan en un margen de 6 a 24 bits de resolución y pueden llegar a frecuencias de muestreo de megamuestras por segundo. El error en su salida suele estar entre $\pm 0,5$ y $\pm 1,5$ veces el paso de cuantificación Δ .

Muy brevemente, por lo que respecta a la tecnología de CAD ha de saberse que la hay de muchos tipos: de conversión directa o tipo *flash*, de aproximaciones sucesivas o tipo Wilkinson, que se basan en la comparación con una rampa, basados en un integrador o en codificadores delta, con estructura *pipeline* o convertidores sigma-delta.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Finalmente, un convertidor digital-analógico o *digital to analog converter* (CDA) convierte una serie de números de precisión finita, en general descritos en un formato binario de punto fijo, en una cantidad física concreta variante en el tiempo, como es un nivel de tensión. Algunos CDA convierten la serie de números en un tren de impulsos de amplitudes proporcionales a estos, que es posteriormente filtrado por un determinado filtro reconstructor con el fin de obtener la señal de salida. Hay otros métodos que generan impulsos modulados en amplitud que también son filtrados con técnicas similares. Los convertidores digitales-analógicos son interfaces entre el mundo digital y el mundo real analógico. Como ya hemos ido exponiendo, aunque las señales muestreadas cumplan el criterio de Shannon-Nyquist y se utilice un filtro reconstructor ideal, la reconstrucción perfecta no es posible debido a los errores de cuantificación.

Ahorro de patillas

El hecho de que un circuito integrado tenga muchas patillas lo encarece considerablemente porque el encapsulado tiene que ser más grande, y cada patilla tiene que estar conectada al silicio del circuito integrado. Para ahorrar patillas, es común que el CAD/CDA se comunique con el microcontrolador, DSP, FPGA, etc., por medio de una interfaz serie. Esto ahorra patillas y reduce considerablemente sus dimensiones.

1.4. Sobremuestreo, submuestreo y *dithering*

En la fase de muestreo se toman muestras de la amplitud de una señal analógica a un ritmo temporal constante, la frecuencia de muestreo, que determina el número de muestras que se toman en un intervalo de tiempo. La representación correcta de las señales de banda limitada pasa por muestrearlas utilizando una frecuencia de muestreo por encima del doble de la frecuencia máxima de la señal (Nyquist). Dado que el procesamiento banda base se hace digitalmente, es interesante relacionar, aunque sea de manera intuitiva, el espectro de la señal analógica con el de la señal discreta y también los efectos que tiene el tiempo de muestreo sobre estos espectros.

Para hacernos una idea, consideremos la señal paso bajo $x(t)$, en el dominio del tiempo, al que corresponde un espectro de frecuencia $X(\omega)$, el cual es nulo para $\omega > W$ (donde W es el ancho de banda del espectro positivo, y es, por lo tanto, una señal de banda limitada). Consideremos ahora un tren infinito de deltas $s_d(t)$ equiespaciadas temporalmente el tiempo de muestreo T_s :

$$s_d(t) = \sum_m \delta(t - mT_s) \quad 3.34$$

El producto de $x(t)$ y $s_d(t)$ es una señal $x_d(t)$, todavía analógica, formada por un tren de deltas, en la que el valor de las amplitudes se corresponde con los valores de las muestras de $x(t)$:

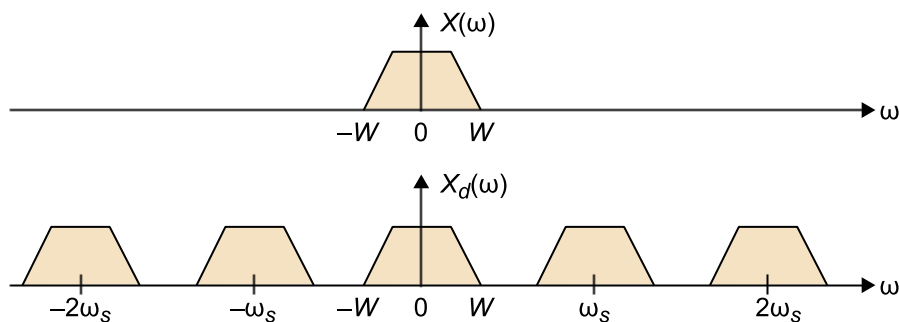
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

También sabemos que la transformada del producto de dos funciones en el dominio temporal es la convolución de los espectros correspondientes en el dominio transformado. Entonces $S_d(\omega)$ es el espectro $X(\omega)$ repetido y centrado en cada armónico de ω_s , más un término constante ω_s de factor de escala. Este factor de escala no se considera en el dibujo de la figura 7, en que constatamos que si $\omega_s \geq 2W$ no hay encabalgamiento entre espectros. De la observación de la misma figura deducimos que podemos recuperar la señal $x(t)$ simplemente filtrando $x_d(t)$ con un filtro paso bajo que tenga una frecuencia de corte comprendida entre W y $\omega_s - W$. La señal $x_d(t)$ puede verse como un paso intermedio entre la señal analógica $x(t)$ y la representación discreta $x(n)$ de dicha señal.

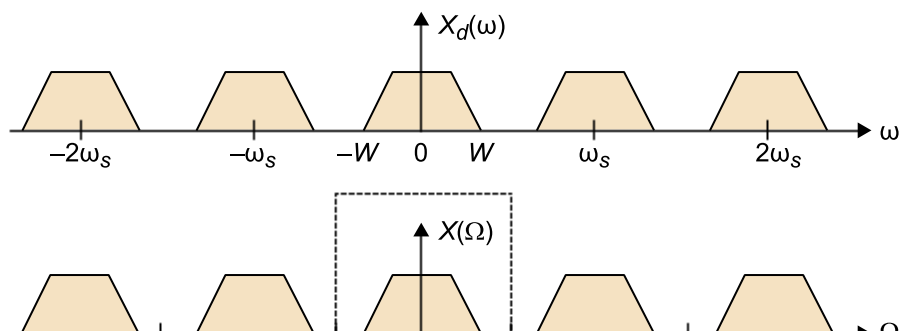
Figura 7



En la parte superior, espectro de una señal paso bajo de banda limitada; en la parte inferior, el espectro resultante de multiplicar la señal anterior por un tren de deltas equiespaciadas en el tiempo $T_s = 2\pi/\omega_s$.

Con la ayuda de la figura 8 constatamos el parecido entre el espectro de la señal analógica $x_d(t)$ y el espectro de la señal discreta $x(n)$ resultado de muestrear $x(t)$ con un período de muestreo T_s . El espectro de la señal discreta también es periódico en el dominio de la frecuencia discreta Ω . La parte que se utiliza para hacer su descripción es la no redundante comprendida en la franja de $-\pi$, a π , o equivalentemente, la que va de 0 a 2π .

Figura 8



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

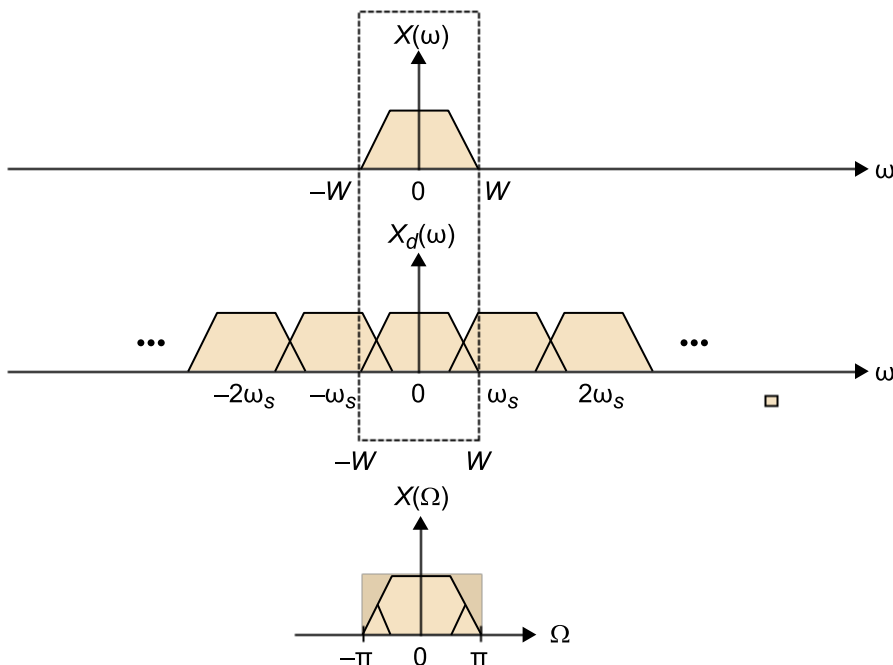
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

El hecho de no respetar el criterio de Nyquist y muestrear en frecuencias inferiores a $2W$ (submuestreo o *undersampling*) provoca **aliasing** e imposibilita la recuperación de la señal. El aliasing es el efecto que causa que señales continuas diferentes se vuelvan indistinguibles cuando se muestrean digitalmente. Cuando esto sucede, la señal original no se puede reconstruir de manera unívoca a partir de la secuencia de muestras.

El aliasing es fácilmente identificable espectralmente. El espectro de la señal resultado $x_d(t)$ presenta aliasing, tal como se ve en la figura 9, y la señal original ya no se puede recuperar a partir de un procedimiento de filtrado.

Figura 9. Representación gráfica del aliasing



En la parte superior se muestra el espectro analógico de $x(t)$; en la parte intermedia, el espectro, también analógico, de $x_d(t)$ resultante de utilizar un tren de deltas que no respeta el criterio de Nyquist; en la parte inferior, el espectro de la señal $x(n)$

A continuación, en la figura 10 se ve la representación gráfica del espectro de la señal discreta resultante de muestrear la señal a frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist, fenómeno que conocemos con el nombre de *sobremuestreo* u *oversampling*.

Figura 10. Efecto del sobremuestreo sobre el espectro de la señal

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

En la práctica, conviene que la señal sea muestreada ligeramente por encima de la frecuencia de Nyquist, porque de este modo tenemos una buena representación de la señal con un número óptimo de muestras. El hecho de duplicar la frecuencia de muestreo hace que para representar la misma señal se utilicen el doble de muestras por unidad de tiempo, lo que incrementa el coste de procesamiento.

Desde un punto de vista práctico, el sobremuestreo y el submuestreo tienen interés.

Entendemos por **sobremuestreo** el proceso de muestrear la señal analógica en una frecuencia significativamente superior a la frecuencia de Nyquist $f_N = \omega_N/(2\pi)$ ($\omega_N = 2W$). Definimos el factor de sobremuestreo β de la manera siguiente:

$$\beta = \omega_S/\omega_N = f_S/f_N,$$

donde $f_S = \omega_S/2\pi$ es la frecuencia de muestreo.

Hay tres razones prácticas que pueden justificar la utilización del sobremuestreo. La más importante, relacionada con las comunicaciones, hace referencia al diseño de los filtros. La realización de filtros analógicos con banda de corte muy abrupta es difícil. Sobremuestrear la señal permite relajar las especificaciones del filtro, simplificarlo y, por lo tanto, abaratarlo. Como hemos visto, sobremuestrear comprime el espectro de la señal en la zona baja del espectro. Esto se hace a costa de un muestreador más rápido y un filtro que, si es digital, a pesar de ser menos complicado, tiene que trabajar a frecuencias más altas. A veces el filtrado se realiza en varias etapas, de forma que una vez que ha sido filtrado con un filtro sencillo, la señal se diezma, es decir, se baja hacia la frecuencia de muestreo y se vuelve a filtrar con un filtro más selectivo que trabaja en una frecuencia más baja.

Ejemplo 4

Una de las razones de aplicar sobremuestreo es la de simplificar el filtro de antialiasing. Suponiendo una señal de 300 Hz, el criterio de Nyquist nos dice que hace falta muestrearla por encima de 600 Hz. Una frecuencia de muestreo exactamente de 600 Hz implica no utilizar sobremuestreo ($\beta = 1$). No hay margen para un filtro antialiasing digital, que tendría que tener una banda de transición de 0 Hz. Si muestreamos esta señal a una frecuencia tres veces superior ($\beta = 3$), implica muestrearla a 1.800 Hz. Este hecho nos proporciona una banda de transición del filtro antialiasing de $(f_s - W) - W = 1.200$ Hz.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

proceso a menudo es más barato que añadir n bits a los convertidores. Esto significa que para que un CAD de 21 bits funcione con la precisión de 24 bits es preciso sobremuestrear por un factor de 64.

Una tercera aplicación del sobremuestreo tiene por objetivo la reducción del ruido que puede tener la señal si esta no está correlacionada con el ruido. En este caso, sobremuestrear por un factor N y hacer la media reduce la varianza (potencia de ruido) en un factor $1/N$, y la relación señal-ruido mejora.

En cuanto al **submuestreo** o *undersampling*, consiste en muestrear por debajo de la frecuencia de Nyquist.

En el ámbito de las comunicaciones encontramos una aplicación relevante del submuestreo en las señales paso banda. En este caso, muestrear adecuadamente por debajo de la frecuencia de Nyquist permite recuperar la señal original. Esta técnica se utiliza para obtener directamente la señal discreta banda base de la señal analógica a frecuencia intermedia o *direct IF-to-digital-conversion* (FI). Para entender este concepto recordemos que a las señales reales corresponde una transformada de Fourier con simetría par en torno a cero; la banda negativa del espectro es una imagen especular del espectro de frecuencia positiva. El concepto siguiente que tenemos que recordar es que, al multiplicar la señal por el tren de deltas, al muestrear, replicamos el contenido espectral (tanto el de las frecuencias positivas como el de las negativas) en valores múltiples de la frecuencia de muestreo.

Para señales banda base con límite inferior f_L y límite superior f_H , la condición para un (sub)muestreo correcto se reduce a hacer que los desplazamientos a los múltiplos enteros de la frecuencia de muestreo f_s , tanto para la banda positiva (que va de f_L a f_H) como para la banda negativa (que va de $-f_H$ a $-f_L$), no se superpongan. Considerando un número natural n más grande que 1 ($n > 1$), esta condición se reduce a utilizar una frecuencia de muestreo f_s en los márgenes:

$$\frac{2f_H}{n} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{n-1} \quad 3.37$$

cuando n cumple:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Cartagena99

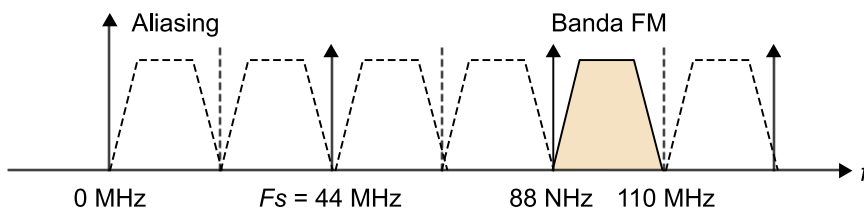
Cuanto mayor es n , menor puede ser la frecuencia de muestreo f_s . Dependiendo de la frecuencia de muestreo que se escoja, las réplicas más cercanas en la frecuencia cero pueden resultar invertidas (el componente de frecuencias positivas en la banda de las frecuencias negativas y a la inversa). Si ocurre esto se dice que el proceso de muestreo ha generado una inversión de espectro.

Es importante que al submuestrear una señal del mundo real, el circuito de muestreo tenga el ancho de banda suficiente para poder muestrear la señal original y cumpla, así, el criterio de Nyquist. Esto quiere decir que en el ejemplo 4 el CAD tiene que ser capaz de (es decir, lo bastante rápido para) capturar una señal con una frecuencia máxima de 108 MHz. A pesar de que se haga funcionar en 44 MHz, el CAD, según el criterio de Nyquist, tiene que poder funcionar como mínimo en 216 MHz. Notemos también que el filtro antialiasing tiene que ser paso banda (no serviría un filtro antialiasing paso bajo).

Ejemplo 5

Es bien sabido que en Estados Unidos la radio FM opera en la banda de frecuencias que va de $f_L = 88$ MHz a $f_H = 108$ MHz. El ancho de banda de FM es, por lo tanto, de 20 MHz. Según 3.37 y 3.38 tenemos que, para hacer submuestreo, n ha de cumplir $1 \leq n \leq 5,4$. Según esto, n puede ser 1, 2, 3, 4 o 5. El valor más grande es $n = 5$, que proporciona la frecuencia de muestreo más baja. Según la ecuación 3.37 f_s tiene que estar comprendida entre 43,2 MHz y 44 MHz. Cogiendo $f_s = 44$ MHz, situamos un alias justo en banda base, tal como está representado en la figura 11. Después recuperamos la señal original de este alias con un filtrado paso bajo.

Figura 11. Representación de los alias introducidos sobre la señal de FM (EE. UU.) cuando se submuestra en 44 MHz



El *dithering* es un proceso de adición de ruido que hay que añadir a cualquier señal que presente una amplitud muy baja o bien un nivel de periodicidad alto, antes del proceso de cuantificación. La finalidad es descorrelacionar el ruido de cuantificación con la señal de entrada y así evitar comportamientos no lineales (distorsión), puesto que por el hecho de muestrear se genera un patrón de errores regular en la señal muestreada, y aparece distorsión. Observamos este efecto en forma de frecuencias espurias en el espectro de frecuencia de la señal.

Muestrear la señal de FI directamente

Con la mejora de los convertidores AD y DA se está imponiendo la tendencia de muestrear la señal de FI directamente, y así eliminar la etapa de FI y atacar directamente la señal digital.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

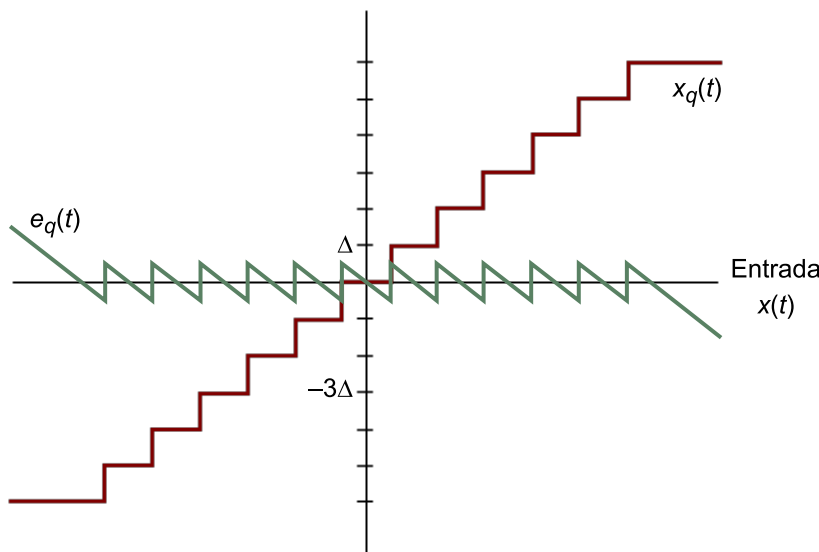
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

o *anterior* a la señal analógica de entrada en el convertidor AD es aproximada-

mente de 4,77 dB (el equivalente a multiplicar por 3 la potencia del ruido, es decir, $10\log(3) \approx 4,77$). Así pues, en un cuantificador de 16 bits, por ejemplo, la relación señal sinusoidal máxima a ruido de cuantificación (SQNR) es aproximadamente de 98,09 dB, pero en la práctica no puede presentar relaciones señal-ruido (SNR) superiores a 93,32 dB si se hace uso del *dithering*.

En la figura 12 se muestra la función de transferencia del proceso de cuantificación y el error de cuantificación. El conjunto de valores de entrada, representados en el eje horizontal, que están dentro de un determinado nivel (escalón de cuantificación), pasan a estar cuantificados con un único valor de salida, de forma que esta salida, $x_q(t)$, solo toma valores discretos. Así, para cada valor de entrada $x(t)$ se obtiene un valor de salida $x_q(t)$ y un error de cuantificación $e_q(t)$ que, si se suma al valor de salida, volvemos a obtener el valor de entrada. Observamos que el error es máximo cuando el valor de entrada es equidistante a sus dos niveles de cuantificación más cercanos. El error es cero cuando el valor de entrada equivale a un nivel de cuantificación y, por lo tanto, coincide con el nivel de salida. La amplitud máxima del error es de medio escalón de cuantificación (Δ = escalón o paso de cuantificación) mientras la señal de entrada se encuentre dentro del margen de cuantificación.

Figura 12. Representación de la función de transferencia de un cuantificador



En el eje de ordenadas están los niveles de cuantificación. Para cada $x(t)$, $x_q(t)$ representa la señal de cuantificación y $e_q(t)$, el error introducido.

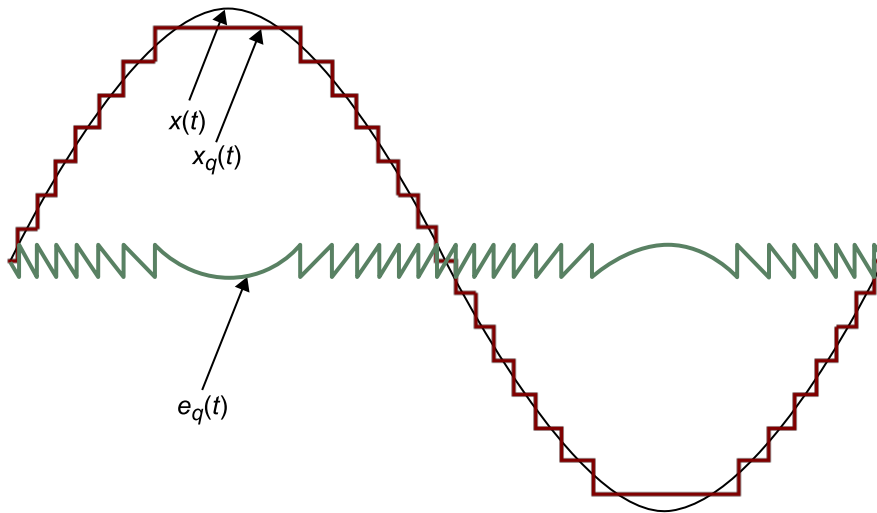
En la figura 13 se muestra una señal sinusoidal $x(t)$, la señal cuantificada $x_q(t)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

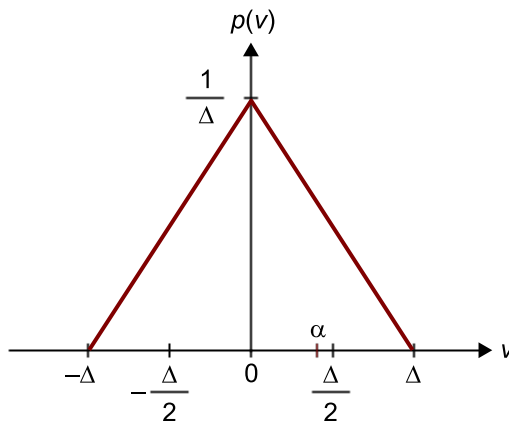
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Figura 13. Representación de la señal sinusoidal $x(t)$, la señal cuantificada $x_q(t)$ y el error de cuantificación $e_q(t)$



Con el objetivo de aleatorizar el error de cuantificación, a la señal de entrada se le añade el ruido analógico intencionado a la entrada de los convertidores AD. La densidad de probabilidad de este ruido puede ser de tipo uniforme o bien presentar una función de distribución triangular como la representada en la figura 14.

Figura 14. Función densidad de probabilidad de un ruido o *dither* triangular con varianza $\Delta^2/6$ y desviación estándar $\alpha = 0,41\Delta$



1.5. Espectro de la señal digital

Consideremos la transformada de Fourier de la señal digital banda base $s(t)$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

La densidad espectral de potencia de $S(f)$ se obtiene de la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de $s(t)$. $S(f)$ se puede relacionar con la densidad espectral de potencia del equivalente paso bajo $S_I(f)$ según la relación presentada en la ecuación 3.40 (Proakis, 1995).

$$S(f) = \frac{1}{2} [S_I(f - f_c) + S_I(-f - f_c)] \quad 3.40$$

Dado que:

$$S_I(f) = S_I(f) + S_Q(f) \quad 3.41$$

$S(f)$ también se puede relacionar con las densidades espectrales de los componentes en fase y en cuadratura $S_I(f)$ y $S_Q(f)$ segundos:

$$S(f) = \frac{1}{2} [S_I(f - f_c) + S_I(-f - f_c) + S_Q(f - f_c) + S_Q(-f - f_c)] \quad 3.42$$

A grandes rasgos, a pesar de que no lo vamos a justificar matemáticamente, la expresión de $S_I(f)$, y también de $S_I(f)$ y $S_Q(f)$, se obtiene partiendo de la base de que la secuencia de símbolos enviados constituyen un proceso estacionario que presenta una media y una función de autocorrelación periódicas en el tiempo formando lo que se conoce como *proceso cicloestacionario*. En estas condiciones, los símbolos complejos s_m enviados son equiprobables, estadísticamente independientes y no están correlacionados, y por lo tanto cumplen:

$$E[s_m^* s_n] = \begin{cases} \sigma_s^2 + \mu_s^2 & m = n \\ \mu_s^2 & m \neq n \end{cases} \quad 3.43$$

cuando la media μ_s es diferente de cero y:

$$E[s_m^* s_n] = \begin{cases} \sigma_s^2 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad 3.44$$

cuando μ_s vale cero.

Entonces $S_I(f)$ toma la forma:

Nota

El superíndice (*) de las ecuaciones 43 y 44 significa la operación conjugación compleja.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$\sigma_s^2, \mu_s^2, \sum_{m=1}^{\infty} (m)^2 / m$

Es importante notar que la densidad espectral de potencia del equivalente paso bajo presenta dos términos. El primero depende únicamente de las características espectrales del impulso conformador $g(t)$ y la forma de este impulso puede ser controlada por diseño. El segundo término se corresponde con un conjunto de frecuencias discretas equiespaciadas $1/T$. Cada uno de estos componentes tiene una potencia proporcional a $G(f)^2$ cuando es evaluado en $f = m/T$.

Es interesante observar que los componentes de frecuencia discretos desaparecen cuando la media de los símbolos es cero, lo cual se suele buscar en la mayoría de modulaciones de que trataremos. Para satisfacer esta condición los símbolos, por un lado, tienen que ser equiprobables y, por el otro, han de estar distribuidos de manera simétrica en el plano complejo.

Ejemplo 5

¿Cuál es la influencia en el espectro de la señal si el impulso conformador $g(t)$ es un impulso rectangular de amplitud A definido en el eje temporal entre 0 y T ?

Solución

Tenemos que la transformada de $g(t)$ es:

$$G(f) = AT \frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} e^{-j\pi f T}$$

que presenta ceros en los puntos en los que la función $\text{sen}(\cdot)$ se hace cero (exceptuando el origen en que $G(f)$, después de resolver la indeterminación, vemos que toma el valor AT). Esto pasa para $\pi f T = n\pi$, cuando $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, es decir, cada múltiplo de $\pm 1/T$. Tenemos, por lo tanto:

$$|G(f)|^2 = (AT)^2 \left(\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2$$

De forma que, de la expresión 3.45, tenemos:

$$S(f) = \sigma_s 2A^2 T \left(\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + \mu_s 2A^2 \delta(f)$$

donde observamos que del tren de deltas del segundo término de la ecuación 3.45, la única que no viene multiplicada por cero es la del origen. Recordando que esta función es par, tenemos finalmente, a partir de la ecuación 3.40:

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{1}{2} [S(f - f_c) + S(-f - f_c)] \\ &= \frac{\sigma_s 2A^2 T}{2} \left(\frac{\text{sen}(\pi T(f - f_c))}{\pi f T} \right)^2 + \frac{\mu_s 2A^2}{2} \delta(f - f_c) \\ &\quad + \frac{\sigma_s 2A^2 T}{2} \left(\frac{\text{sen}(\pi T(f + f_c))}{\pi f T} \right)^2 + \frac{\mu_s 2A^2}{2} \delta(f + f_c) \end{aligned}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

- Acceso múltiple por división de frecuencia

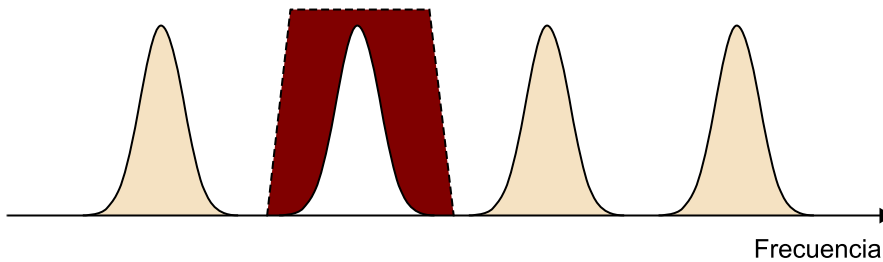
Cartagena99

- Acceso múltiple por división de tiempo
- Acceso múltiple por división de código

De manera simple, en un esquema de acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA¹) la señal de cada usuario se transmite en una banda de frecuencias diferente, tal como se representa en la figura 15. En el receptor la señal deseada se separa del resto utilizando filtros. Esta técnica puede ser usada en señales tanto analógicas como digitales.

⁽¹⁾Del inglés, *frequency division multiple acces*.

Figura 15. Representación del acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA)



En un esquema de acceso múltiple por división de tiempo (TDMA²) se establecen intervalos temporales que son ocupados de manera periódica por las señales de cada usuario, tal como se representa en la figura 16. Esta técnica únicamente se puede emplear con esquemas de señales digitales.

⁽²⁾Del inglés, *time division multiple acces*.

Figura 16. Representación del acceso múltiple por división de tiempo (TDMA)



En el acceso múltiple por división de código (CDMA³) todos los usuarios que acceden al medio utilizan toda la banda espectral disponible durante todo el tiempo. Para distinguir a los usuarios se asigna a cada uno de ellos una secuencia, un código diferente que, a pesar de que es periódico, tiene unas propiedades similares al ruido, y por eso se conocen como secuencias pseudoaleatorias. Estos códigos presentan una variación temporal mucho más rápida que la secuencia de información, con lo cual el contenido espectral que tienen alcanza una amplia porción del espectro, mucho más allá del espectro que ocupa la señal del usuario.

⁽³⁾Del inglés, *code division multiple acces*.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

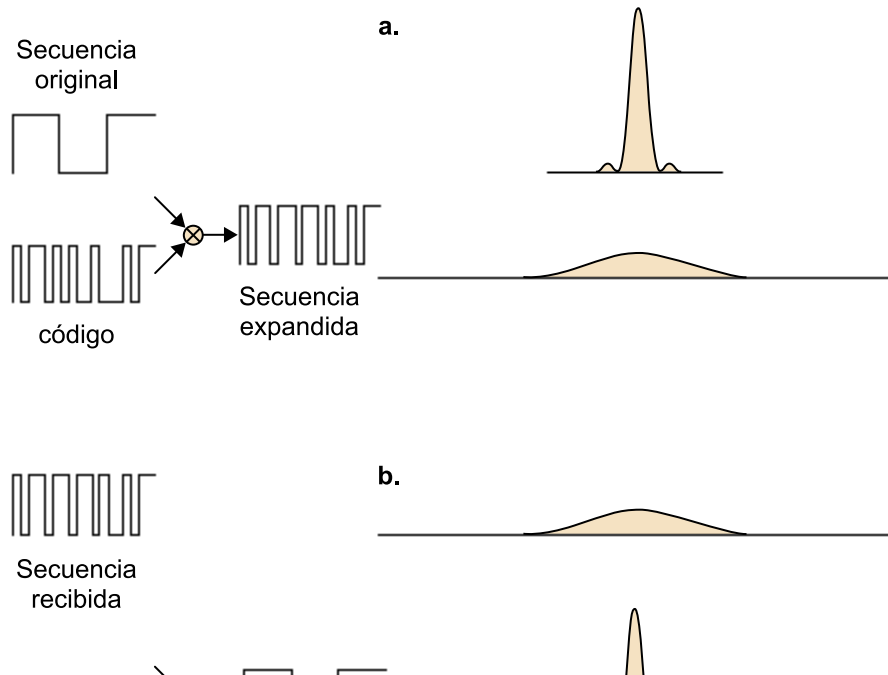
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Esta nueva señal, de espectro ensanchado, es la que se envía al medio. El resto de usuarios efectúan la misma operación con códigos diferentes y también envían la misma señal al medio.

Al lado del receptor llega la superposición de todas las señales, de forma que para extraer la señal de interés del conjunto recibido, el receptor genera el mismo código –por lo tanto, es capaz de sincronizarlo– y lo multiplica por el conjunto de la señal recibida, de forma que la señal codificada con el mismo código vuelve a adoptar la forma original, tal como se representa en el lado derecho de la figura 16, y vuelve a concentrar la potencia en una banda estrecha. Las señales de los otros usuarios, como están multiplicadas por un código que no es el suyo, mantienen las mismas características de espectro ensanchado, con lo cual, desde el punto de vista de la señal de interés, se ven como un nivel de ruido residual. Entonces, la señal deseada se separa con un filtro paso bajo en el que la contribución de las señales ensanchadas del resto de usuarios se ve como un ruido residual.

Se dice que este tipo de sistemas CDMA está limitado por interferencia, puesto que el número máximo de usuarios que puede acomodar depende de la relación señal-ruido mínima con la cual el receptor puede trabajar.

Figura 17. Acceso múltiple por división de código (CDMA)



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

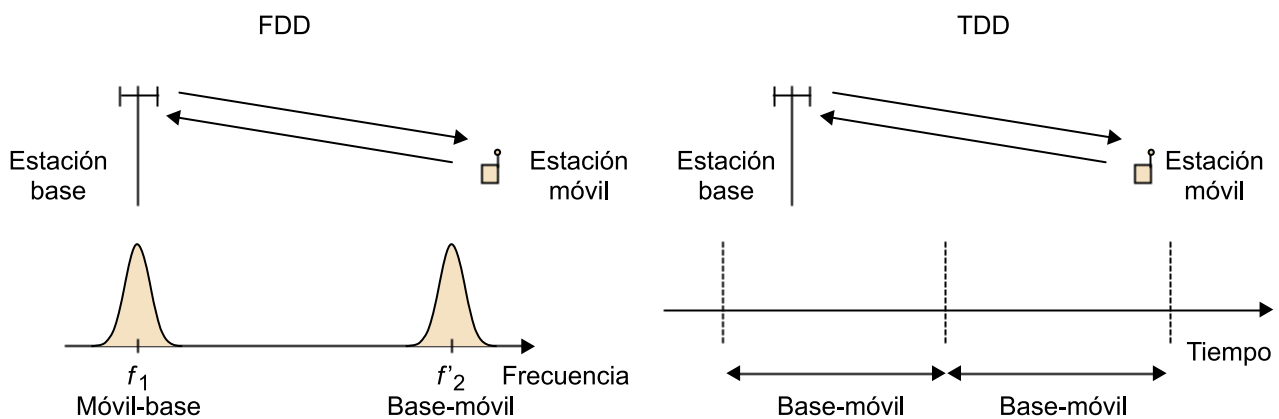
Más allá de la manera como los usuarios comparten el medio, hay que distinguir de qué manera los usuarios establecen la comunicación bidireccional. La manera como se organizan ambos sentidos de la comunicación, recibe el nombre de *dúplex*. Utilizando los términos de la telefonía móvil, la comunicación del usuario hacia la estación base recibe el nombre de **enlace ascendente**, mientras que la comunicación de la estación base al móvil recibe el de **enlace descendente**.

El dúplex por división de frecuencia (FDD⁴) consiste en reservar bandas de frecuencia diferentes para el enlace ascendente y el descendente. El dúplex por división de tiempo (TDD⁵) consiste en repartir el tiempo disponible entre el enlace descendente y el ascendente, acordando, por ejemplo, que se alternarán el uso del canal cada 20 ms. En la figura 18 se representa el dúplex de manera gráfica.

⁽⁴⁾Del inglés, *frequency division duplex*.

⁽⁵⁾Del inglés, *time division duplex*.

Figura 18. Esquemas de dúplex básicos



A la izquierda se presenta el esquema de dúplex por división de frecuencia y a la derecha, el esquema de dúplex por división de tiempo

Actividad 2

Haced una indagación bibliográfica para determinar qué métodos de acceso múltiple y de dúplex utilizan los estándares CT2, DECT, PHS, IS-54, GSM, IS-95, PDC, UMTS, IMT-2000. Decid también cuál es la principal región de utilización de cada uno de estos estándares.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

2. Subsistemas digitales

2.1. Mezcladores digitales: DDC y DUC

Los mezcladores que trabajan con señales digitales son conocidos con las siglas DDC⁶ y DUC⁷. Los DDC y los DUC son elementos clave de muchos receptores digitales y en especial de la radio definida por software.

⁽⁶⁾DDC es la abreviatura de *digital down converter*.

⁽⁷⁾DUC es la abreviatura de *digital up converter*.

Los DDC convierten una señal paso banda real muestreada previamente en una señal banda base compleja centrada en la frecuencia cero. En este caso, además del desplazamiento del espectro, la señal se diezma para ser representada en una frecuencia de muestreo inferior y procesada de manera mucho más eficiente, y eliminar así muestras redundantes. El proceso de diezmado se hace con filtros.

Los DUC efectúan el proceso contrario: parten del componente en fase y el componente en cuadratura de una señal banda base y los convierten en una señal paso banda real. En este caso también hay un proceso de interpolación de las muestras.

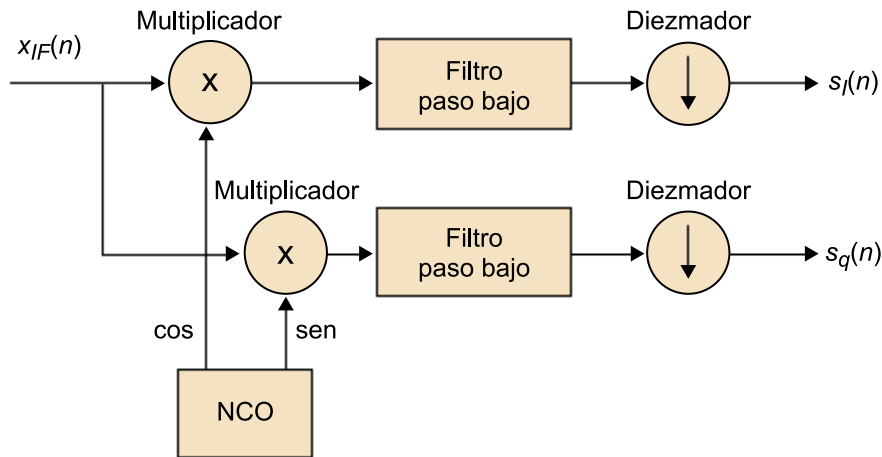
En la figura 19 mostramos el esquema de un DDC. Los elementos básicos son un par de multiplicadores, los filtros paso bajo, los diezmadores y el oscilador controlado numéricamente (NCO⁸), que permite sintetizar un coseno y un seno variables según un valor numérico. En el esquema de la figura 19 vemos que el NCO permite sintetizar un coseno y un seno variables según un valor numérico. Por medio de un par de multiplicadores se multiplica directamente la señal paso banda por las señales sinusoidales en fase y en cuadratura con el motivo de desplazar los espectros, y se sitúa uno de los alias de la señal en la zona de banda base. El filtro paso bajo deja pasar únicamente este alias y elimina el resto de alias de frecuencias superiores. La salida paso bajo de los filtros es diezmada para que los módulos que procesan las salidas que vienen a continuación puedan trabajar en frecuencias de reloj inferiores, y por lo tanto, con menos muestras. El resultado es el componente en fase y el componente

⁽⁸⁾Del inglés, *number controlled oscillator*.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 19. Esquema de un *digital down converter* (DDC)

El NCO es uno de los componentes críticos del sistema; la señal sinusoidal digital generada, cuando es mezclada con la señal de entrada, desplaza el espectro de la señal a la posición deseada. Como sabemos, el desplazamiento de la señal en el espectro de frecuencias es igual a la frecuencia de las señales sinusoidales. Si la frecuencia de esta señal portadora no es lo bastante precisa o esta señal presenta espurios, las prestaciones del circuito decaen.

Básicamente, un NCO consta de un acumulador de fase y un convertidor fase-amplitud implementado utilizando una memoria ROM que guarda las muestras digitales de una señal sinusoidal. Dada la simetría de las funciones sinusoidales, esta tabla se puede reducir a un factor 4 si se guardan solo las muestras del primer cuadrante. Esta misma tabla se puede utilizar para generar las señales del seno y el coseno simultáneamente si esta memoria admite dos lecturas por ciclo de reloj. Si lo que se busca es mucha precisión, estas memorias tienen que ser muy grandes. Una alternativa a esta implementación consiste en generar el seno y el coseno en cada instante de reloj. Esto se puede llevar a cabo con un algoritmo simple basado en sumas y desplazamientos que permiten hacer la rotación de un vector unitario en el plano complejo. Este algoritmo se denomina *computación digital por rotación de coordenadas* (Cordic⁹) y es fácil de implementar por hardware. El algoritmo genera simultáneamente el valor del seno y el coseno por rotación de un vector unitario mediante series sucesivas de pequeñas rotaciones elementales.

⁽⁹⁾Del inglés, *coordinate rotation digital computer*.

Ved también

En el subapartado 2.2 de este módulo se estudian algunas características de los NCO.

La función del mezclador consiste en multiplicar la señal de entrada por la sinusoida generada localmente. La implementación directa utiliza multiplica-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

miento. En una implementación sobre FPGA el algoritmo Cordic ocupa aproximadamente la misma área de silicio que el par de multiplicadores (considerando en ambos casos entradas del número de bits más grande).

A la salida del multiplicador, la señal tiene que ser filtrada para eliminar la porción del espectro que contiene la señal de interés. Típicamente se necesita un filtro de banda estrecha con una alta capacidad de rechazo fuera de las bandas de interés. Esto representa un filtro complejo y caro si se hace a la frecuencia de muestreo de la señal de entrada. Las implementaciones eficientes utilizan filtros de tasa múltiple¹⁰ encadenados de forma que las operaciones de filtrado y diezmado se van combinando en diferentes etapas. En un primer paso, el filtro realiza un proceso intensivo de diezmado para dejar la señal de salida muestreada a una tasa muy inferior. Para eso se utiliza un filtro de baja complejidad que necesita un cálculo muy intensivo. Después, se limpia la señal utilizando un segundo filtro más complicado, pero que trabaja a una frecuencia de reloj bastante inferior. Este filtro todavía puede diezmar la señal en un factor 2 o 4. Para efectuar este proceso, normalmente se eligen filtros de respuesta impulsional finita (FIR¹¹).

⁽¹⁰⁾Del inglés, *multirate*.

⁽¹¹⁾En inglés, *finite impulse response*.

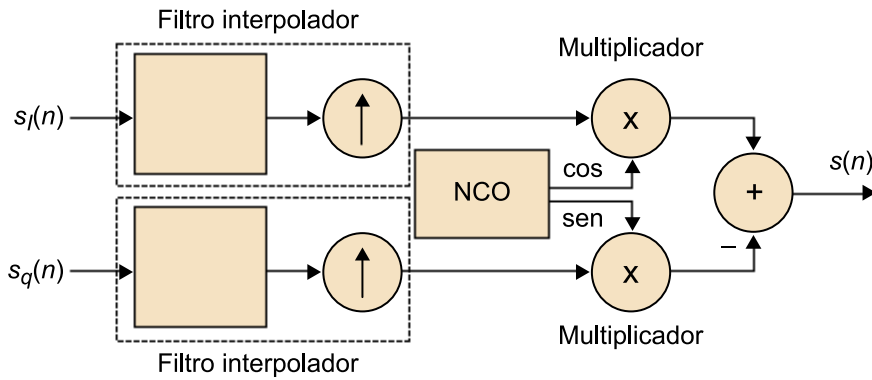
Por otro lado, el DUC (esquema presentado en la figura 20) es un circuito digital que implementa la conversión de una señal banda base digital compleja a una señal paso banda real. La señal banda base compleja, muestreada a baja frecuencia, se filtra, se convierte y se interpola para obtener una representación a una frecuencia de muestreo superior antes de ser desplazada en frecuencia por la señal del NCO. A menudo, el filtrado de los DUC se efectúa por partes junto con la interpolación. Así, un primer filtro limpia los componentes en fase y en cuadratura de las señales y a continuación se realiza el proceso de interpolación encadenando consecutivamente filtros de tasa múltiple, de forma que los filtros más complicados son los que trabajan con un reloj más bajo. Los filtros que trabajan con un reloj elevado tienen que ser tan simples como sea posible. El proceso de interpolación se hace en los mismos filtros. Posteriormente, se multiplica la salida de los filtros por la señal sinusoidal generada por el NCO para extraer finalmente la señal de salida. La suma con los signos correspondientes (véase la expresión 3.3) de ambos componentes proporciona la señal de salida.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 20. Esquema de un *digital up converter* (DUC)



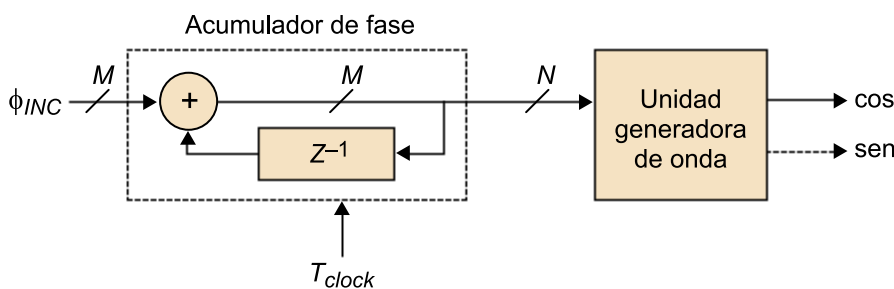
2.2. Osciladores controlados numéricamente

Los osciladores controlados numéricamente (NCO) son circuitos totalmente digitales capaces de generar señales sinusoidales con un nivel muy bajo de espurios.

Los osciladores controlados numéricamente son útiles a la hora de generar señales sinusoidales de frecuencia variable sin discontinuidades y de fase continua. Encontramos los NCO en PLL digitales, sistemas radar, circuitos moduladores y demoduladores digitales (PSK, FSK, etc.) y en los DDC y los DUC. El funcionamiento de un NCO es simple. En la figura 21 vemos su esquema básico.

Ved también
Los DDC y los DUC se estudian en el subapartado 2.1 de este módulo.

Figura 21. Esquema básico de un NCO



Como se aprecia, un valor de fase ϕ_{INC} (muy preciso) a la entrada del circuito se acumula en el tiempo. De este modo se dispone de una cuidadosa localización de la fase de una sinusoide, que varía de manera continua.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

proporcionar un determinado valor de amplitud almacenado normalmente en una tabla de memoria.

A cada clic de reloj el acumulador de fase crea un valor de fase que es una palabra módulo 2^M , la cual se convierte en un valor de amplitud en el bloque siguiente. En un acumulador módulo 2^M , cuando el valor llega a $2^M - 1$, al incrementar en una unidad su valor, pasa al valor 0. El valor M , el número de bits con que codificamos la salida del acumulador, proporciona la resolución de frecuencia del NCO y normalmente es un valor más grande que el número N de bits necesarios para dirigir las 2^N palabras de memoria que implementan el convertidor fase-amplitud. Si la capacidad de la memoria es de 2^N , $N < M$, la palabra que sale del acumulador de fase se trunca a N bits. La salida de esta memoria es una senoide con la frecuencia definida por el incremento de fase que hay a la entrada del circuito.

La relación entre la fase de entrada ϕ_{INC} y la frecuencia resultante f_o de la senoide viene dada por:

$$f_o = \frac{\phi_{INC} f_{clock}}{2^M} \text{ [Hz]} \quad 3.46$$

donde M es la precisión con la que trabaja el acumulador, y f_{clock} la frecuencia del reloj ($1/T_{clock}$).

La mínima frecuencia de salida generable se tiene cuando $\phi_{INC} = 1$, y se conoce como *frecuencia de resolución del NCO*, a saber:

$$f_{res} = \frac{f_{clock}}{2^M} \text{ [Hz]} \quad 3.47$$

El truncamiento de la palabra que representa la fase a la salida del acumulador no afecta a la precisión de la frecuencia, pero produce un error que varía en el tiempo de manera periódica y es la principal fuente de espurios. Un mecanismo adicional que contribuye a la generación de espurios es la longitud de palabra finita, de P bits, que se utiliza en el convertidor fase-amplitud (unidad generadora de onda) para representar la amplitud de la senoide.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

de bits P que utilizamos para representar la amplitud de la sinusoide, se incrementa el SNR. La ecuación 3.48 estima el SNR de una sinusoide representada con una precisión de P bits.

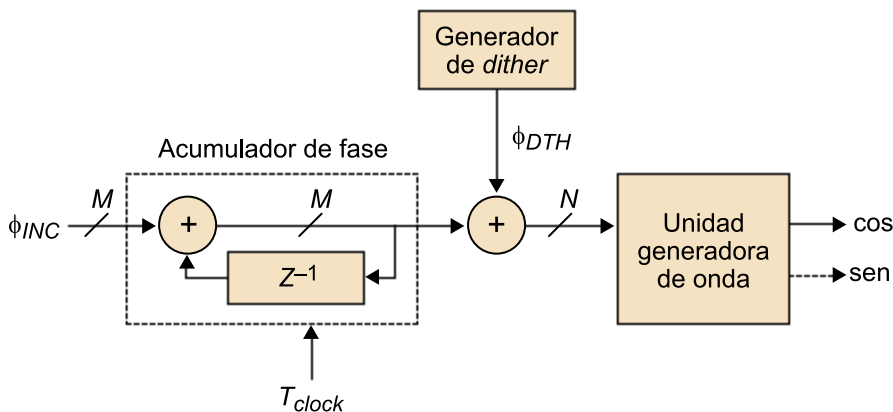
$$SNR = 6P - 1,8 \text{ [dB]} \quad 3.48$$

Por lo tanto, por cada bit adicional a la salida se obtienen 6 dB adicionales en el SNR.

El SFDR de una señal sinusoidal es la relación entre la potencia del componente frecuencial (componente sintetizado) respecto al componente espurio de más potencia. Los espurios pueden causar productos de intermodulación y réplicas no deseadas de la señal de interés en el espectro, y dificultar así la recepción de la señal.

Una técnica que se utiliza para reducir sustancialmente los espurios originados por el truncamiento de la palabra de la fase, como ya hemos comentado, consiste en añadir ruido intencionado o *dither* antes del proceso de truncamiento. Si queremos trancar la palabra a un número N de bits, la amplitud de este ruido afecta al bit 2^{N-1} y se añade antes del proceso de truncamiento tal como se representa en la figura 22. Este proceso elimina buena parte de las periodicidades del error de fase y, por lo tanto, reduce la magnitud del espurio principal en torno a 12 dB.

Figura 22. Esquema de un NCO con *dithering*



Finalmente, la máxima frecuencia que puede generar un NCO está limitada por la frecuencia de Nyquist a la mitad de la frecuencia de operación del sis-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

2.3. El lazo de seguimiento de fase digital

Un lazo de seguimiento de fase (PLL¹³) es un sistema en lazo cerrado que se utiliza para sincronizar la frecuencia y la fase de una señal generada localmente con una señal de entrada. Un PLL tiene tres componentes básicos: el detector de fase, el filtro de lazo y el oscilador controlado por tensión.

⁽¹³⁾Del inglés, *phase-locked loop*.

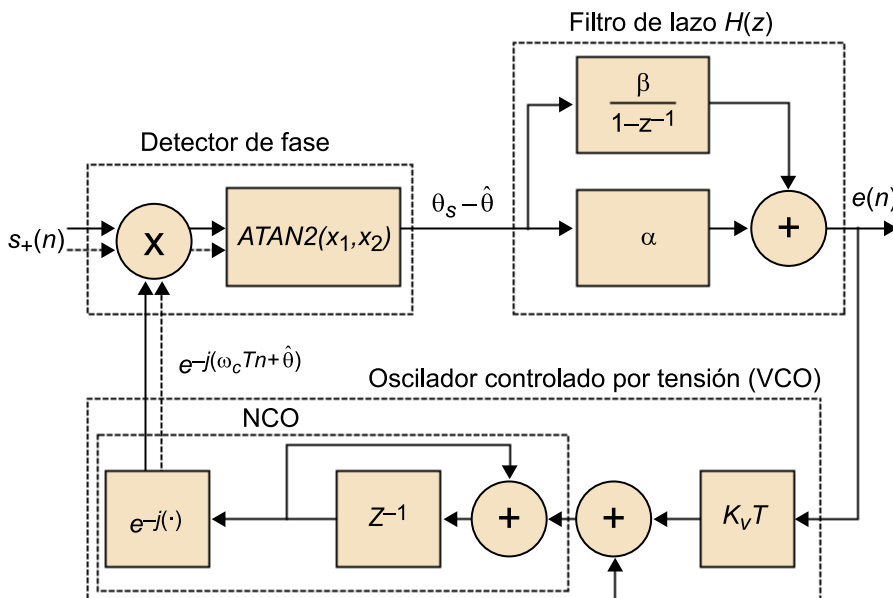
El oscilador controlado por tensión (VCO¹⁴) es una de las partes más importantes del PLL. La manera de implementar el VCO determina el tipo de PLL. Así, distinguimos los PLL analógicos, cuando no tienen ningún componente digital, los PLL digitales, en los que muchas veces solo tenemos el comparador de fase digital, y los PLL que realmente tienen todas las partes digitales, los cuales a menudo se conocen como PLL totalmente digitales (ADPLL¹⁵). Un cuarto tipo de PLL son los constituidos íntegramente por software, que se denominan *software PLL* (SPLL).

⁽¹⁴⁾Del inglés, *voltage controlled oscillator*.

⁽¹⁵⁾Del inglés, *all digital PLL*.

En este subapartado estudiaremos el ADPLL, que en adelante denominaremos PLL. En el esquema de la figura 23 encontramos una posible configuración de éstos.

Figura 23. Estructura de un PLL digital



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Notemos antes de nada que los PLL digitales trabajan con señales complejas, que son las utilizadas en el procesamiento banda base de los equipos de comunicaciones. Consideramos que la señal de entrada del PLL del esquema de la figura 23 es la señal analítica $s_+(n)$ de la señal sinusoidal de la que queremos recuperar la fase, es decir, de $s(n)$. Entonces, si la señal $s(n)$ es:

$$s(n) = A_c \cos(\omega_c T n + \theta_s(n)) \quad 3.49$$

donde A_c es la amplitud, T el tiempo de muestreo, ω_c la pulsación –que consideramos conocida– y $\theta_s(n)$ la fase –que es desconocida y puede ir variando con n –, la finalidad del PLL es estimar $\theta_s(n)$.

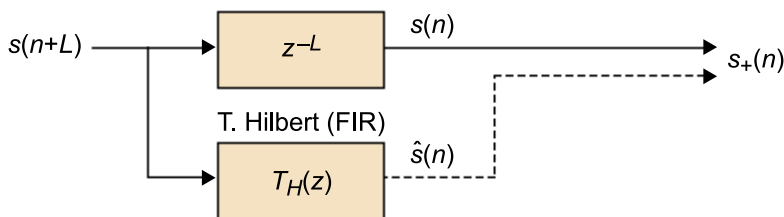
La correspondiente señal analítica de $s(n)$, $s_+(n)$, es:

$$\begin{aligned} s_+(n) &= s(n) + j\widehat{s}(n) \\ &= A_c \cos(\omega_c T n + \theta_s(n)) + A_c \sin(\omega_c T n + \theta_s(n)) \\ &= A_c e^{j(\omega_c T n + \theta_s(n))} \end{aligned} \quad 3.50$$

donde $\widehat{s}(n)$ es la transformada de Hilbert de $s(n)$.

Es importante recordar que en la práctica los transformadores de Hilbert se hacen con filtros FIR (de respuesta impulsional finita). La señal analítica se puede obtener a la práctica a partir de $s(n)$ con un circuito cuyo esquema vemos en la figura 24, en el que consideramos que el transformador de Hilbert presenta un retraso de L muestras y, por lo tanto, hay que retrasar la señal $s(n)$ en el mismo número de muestras.

Figura 24. Relación entre la señal $s(n)$, real, y la señal analítica $s_+(n)$



Vista esta equivalencia, analizamos el PLL digital, que no difiere mucho del PLL analógico. De acuerdo con la figura 23, a partir de ahora utilizaremos la convención de representar las señales complejas con dos líneas, una continua para la parte real y una discontinua para la imaginaria.

Reflexión

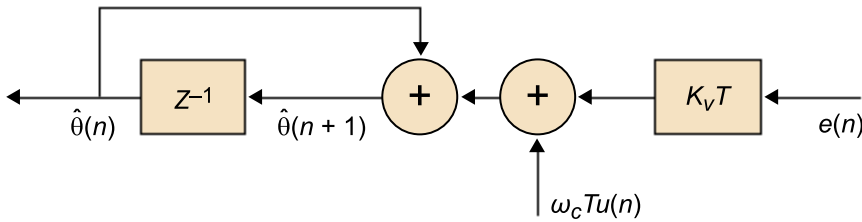
Haremos aquí un tratamiento similar al que efectuamos en el apartado 6 del módulo "Subsistemas de radiocomunicaciones analógicas" de este módulo.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 25. Parte de la estructura del oscilador controlado por tensión (VCO)



Considerando la variable $\widehat{\theta}(n+1)$ de la figura 25, la ecuación en diferencias siguiente es inmediata:

$$\widehat{\theta}(n+1) = \widehat{\theta}(n) + \omega_c T u(n) + K_v T e(n) \quad 3.51$$

y la correspondiente transformada Z:

$$z\widehat{\theta}(z) = \widehat{\theta}(z) + \omega_c T \frac{z}{z-1} + K_v T E(z) \quad 3.52$$

De la expresión 3.51, observamos que la ecuación en diferencias que nos proporciona $\widehat{\theta}(n)$ depende de dos entradas: $e(n)$ y $u(n)$. Como dispone de dos entradas no podemos encontrar una función de transferencia, pero podemos hallar $\widehat{\theta}(z)$ aplicando superposición.

$\widehat{\theta}(z)$ se puede expresar como la suma de $\widehat{\theta}_1(z)$ contribución de la entrada $e(n)$ cuando $u(n) = 0$, y de $\widehat{\theta}_2(z)$ contribución de la entrada $u(n)$ cuando $e(n) = 0$. Tenemos, por lo tanto:

$$\widehat{\theta}(z) = \widehat{\theta}_1(z) + \widehat{\theta}_2(z) \quad 3.53$$

Empezamos calculando $\widehat{\theta}_1(z)$ como la contribución a $\widehat{\theta}(n)$ cuando la entrada $u(n) = 0$. Eliminando el término central de la parte derecha de la igualdad de la ecuación 3.52, el resultado siguiente aparece de manera directa. Esto es:

$$\widehat{\theta}_1(z) = \frac{K_v T}{[z-1]} E(z) = H_{pb}(z) E(z) \quad 3.54$$

donde $H_{pb}(z)$ es un filtro paso bajo con un polo en su origen. A continuación analizamos $\widehat{\theta}_2(z)$ la contribución a $\widehat{\theta}(n)$ cuando la entrada $e(n) = 0$. Se obtiene:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Cartagena99

Si tenemos presente la relación:

$$na^n u(n) \xleftrightarrow{Z} \frac{az}{(z-a)^2} \quad 3.57$$

podemos expresar la secuencia discreta $\widehat{\theta}(n)$ de la manera siguiente:

$$\widehat{\theta}(n) = h_{pb}(n) * e(n) + n\omega_c T u(n) \quad 3.58$$

con lo cual vemos que la estimación de fase $\widehat{\theta}(n)$ está formada por el término de frecuencia conocida $n\omega_c T u(n)$ y el término suavizado del error obtenido, después de hacerlo pasar por el filtro paso bajo $h_{pb}(n)$.

La estimación de fase $\widehat{\theta}(n)$ es la entrada en una memoria LUT (*lookup table*) cuya salida proporciona los valores de las señales en cuadratura, representadas por el bloque con función de transferencia $e^{-j(\cdot)}$. Notemos en este punto que la amplitud de la exponencial vale 1. Esta salida alimenta el comparador de fase.

El comparador de fase (véase la figura 23) está formado por un multiplicador complejo y un bloque que proporciona el valor de fase cuando la entrada es la salida del multiplicador complejo. La salida $p(n)$ del multiplicador en formato exponencial es:

$$p(n) = A_c e^{j(\theta_s(n) - \widehat{\theta}(n))} \quad 3.59$$

donde A_c y $\theta_s(n)$ son la amplitud y la fase de la señal recibida. El error de fase entre la portadora que recibimos y la portadora generada internamente por el VCO lo encontramos en el exponente de $p(n)$. El siguiente bloque tiene que recuperar esta fase. La operación consiste en calcular la arcotangente del cociente entre la parte imaginaria y la parte real. Esta arcotangente, representada en la figura 23 con el símbolo $\text{arccotan}(\cdot)$, se calcula en dos cuadrantes para representar correctamente el signo de los ángulos. El error de fase es:

$$\theta_s(n) - \widehat{\theta}(n) = \text{arccotan} \left[\frac{\text{Im}\{p(n)\}}{\text{Re}\{p(n)\}} \right] \quad 3.60$$

Para que el cálculo de la arcotangente sea suficientemente rápido se suele hacer

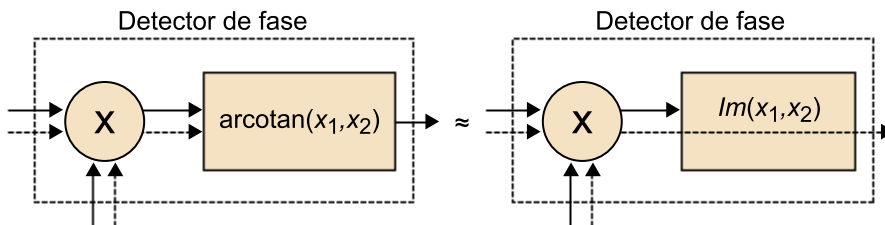


**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Esta aproximación mejora a medida que el argumento de la función $\text{sen}(\cdot)$ se aproxima a cero. Aún así, en la parte derecha de la figura 26 mostramos una posible implementación del detector de fase todavía más simple, en la que la función arcotangente se aproxima directamente por la parte imaginaria.

Figura 26. Aproximación de baja complejidad para el estimador de fase de un ADPLL



Consideremos a continuación la estructura del filtro de lazo, representado en la figura 23, que está compuesto por una parte proporcional y una parte integral. Con la parte proporcional, dependiente de la constante α , únicamente se puede recuperar la fase de la señal en el caso de que la frecuencia de la señal sea conocida. La parte integral, dependiente de la constante β , permite recuperar tanto desvíos de frecuencia como la fase de la señal. La función de transferencia del filtro toma la forma:

$$H(z) = \alpha + \frac{\beta}{1-z^{-1}} = (\alpha + \beta) \frac{1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta} z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad 3.62$$

El filtro determina las características del PLL. Cuando $\alpha \neq 0$ y $\beta = 0$ hablamos de PLL de primer orden. Cuando $\beta \neq 0$ hablamos de PLL de segundo orden.

El PLL es un circuito no lineal debido a las discontinuidades del comparador de fase. El análisis de un sistema no lineal en lazo cerrado a menudo resulta complicado porque, como hemos dicho, la diferencia de fase $\theta_s(n) - \hat{\theta}(n)$ ejerce una influencia no lineal sobre el lazo, tal como se ha visto en las ecuaciones 3.60 o 3.61. Sin embargo, en este tipo de sistemas hay dos modos básicos de operación:

- El **modo de adquisición**, proceso que transcurre desde el estado inicial hasta que el error es suficientemente pequeño, y
- el **modo de seguimiento**, en el que el error es suficientemente pequeño para considerar el modelo lineal del PLL.

Otras estructuras en lazo cerrado

Algunas otras estructuras en lazo cerrado completamente digitales, muy utilizadas en el campo de las comunicaciones, son el lazo de Costas, o *Costas loop*, que presenta ciertos parecidos con el PLL, y el filtro de Kalman, un modelo simple de lo que es el PLL mismo.

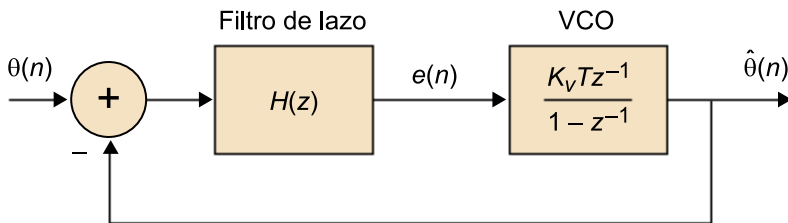
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Entonces, en estas condiciones, el PLL puede ser representado por su modelo linealizado, tal como se muestra en la figura 27, en el que la expresión del VCO se obtiene de 3.51 imponiendo $u(n) = 0$ (se busca solo la contribución de $e(n)$ sobre $\hat{\theta}(n)$) y se encuentra la función de transferencia aplicando la transformada Z a ambos lados.

Figura 27. Modelo lineal de un PLL digital



La función de transferencia del PLL linealizado relaciona la fase recuperada respecto a la fase de la señal.

En estas condiciones, el PLL se comporta como un filtro lineal que actúa sobre la fase. Notemos que su función de transferencia $T(z)$, que relaciona la fase de salida $\hat{\theta}(n)$ con la fase de entrada $\theta(n)$, depende del tipo de filtro $H(z)$. El orden del PLL es el número de impulsos de su función de transferencia.

Consideramos un PLL como un mecanismo capaz de reproducir la fase de una señal de entrada, eliminando ruido y filtrando las variaciones de la señal que caen fuera del ancho de banda del PLL. La selección del ancho de banda del PLL representa un compromiso en la práctica. Por una parte, se quiere un ancho de banda suficientemente grande para seguir cualquier variación temporal de la fase de la señal de entrada, acelerando la fase de adquisición, lo cual es interesante cuando las transmisiones se producen a ráfagas. Por otra parte, un ancho de banda más grande permite la entrada de más ruido en el lazo, lo cual afecta a la estimación de la fase. La reducción del ancho de banda proporciona una señal más limpia al precio de retardar la fase de adquisición. La pureza de las oscilaciones está determinada por la cantidad de ruido de la fase que traen incorporado.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3. Modulaciones digitales

El sistema de comunicaciones digital se puede clasificar según la banda del espectro que utiliza.

Si se utiliza la banda de frecuencias más baja, esto es, la banda de frecuencias producida directamente por un transductor, como un micrófono, una cámara o cualquiera otro dispositivo generador de señal, las señales y los canales reciben el nombre de *banda base*. Si, como es muy habitual, dado que los recursos espectrales son escasos, los canales disponibles están en bandas de frecuencia más elevadas, las señales, sistemas o canales que se utilizan reciben el nombre de *paso banda*.

Los canales también se distinguen según si están limitados en frecuencia o no lo están. Debido a las limitaciones espectrales, en la práctica los sistemas de comunicaciones operan con limitación de ancho de banda.

3.1. Transmisión digital banda base

A continuación presentamos la descripción general de un sistema de modulación de amplitud de los impulsos (PAM⁽¹⁶⁾) que funciona en banda base, como paso previo al estudio de los sistemas paso banda.

⁽¹⁶⁾Del inglés, *pulse amplitude modulation*.

En un sistema de impulsos modulados por amplitud, los símbolos de información se transmiten a intervalos discretos uniformemente espaciados de tiempo. En este caso la señal portadora es un tren de impulsos en el dominio temporal. El ritmo de símbolos que llegan por unidad de tiempo se conoce como velocidad de señalización. La amplitud de cada impulso se determina después de hacer una correspondencia entre los niveles de amplitud disponibles y los símbolos que se tienen que enviar. En el receptor la información se recupera midiendo la amplitud de cada impulso y deshaciendo la correspondencia o el mapeo anterior.

Si los sistemas no tuvieran límite de banda se podría trabajar con impulsos

⁽¹⁷⁾En inglés, *symbol rate*.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

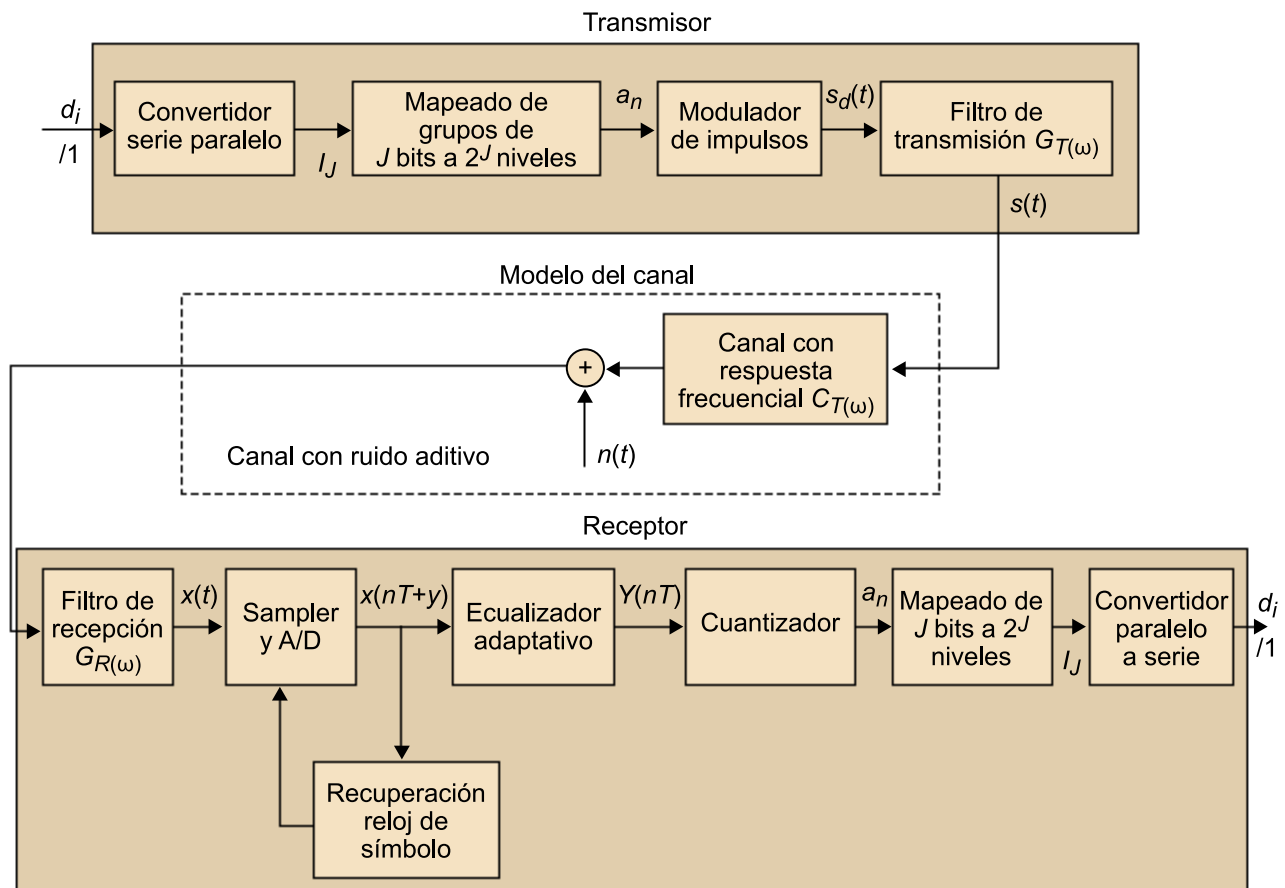
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

a la velocidad de señalización o velocidad de símbolo¹⁷ no se originen interferencias. Estas interferencias se conocen como interferencias intersimbólicas (ISI¹⁸).

En la figura 28 presentamos el diagrama de bloques de un sistema PAM en banda base típico. Veamos su funcionamiento a partir del esquema de esta figura. La entrada del emisor d_i es una secuencia de datos binaria que llega a una velocidad de R_d bps. Los bits de entrada están agrupados formando palabras de J bits por medio de una conversión de serie a paralelo para mapearlos en una secuencia de símbolos a_n que, a su vez, han sido extraídos de un alfabeto de $M = 2^J$ niveles (de voltaje). Los símbolos, por tanto, se generan a una velocidad de $f_s = R_d / J$ símbolos por segundo.

Figura 28. Diagrama simplificado de un sistema de comunicaciones PAM



Con la letra T designamos el tiempo entre símbolos; $T = 1/f_s$. τ representa un



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Una manera típica de escogerlos, con una separación de saltos de tensión de $2v$, es:

$$a_i = v(2i - 1) \text{ para } i = -\frac{M}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{M}{2} \quad 3.64$$

Esto se corresponde con un nivel de tensión mínimo de $-(M - 1)v$ cuando $i = 1 - M/2$ y con un nivel máximo de $(M - 1)v$ que obtenemos por $i = M/2$.

Resulta matemáticamente conveniente representar la secuencia de símbolos $s_d(t)$ por medio de un tren de deltas de Dirac:

$$s_d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t - kT) \quad 3.65$$

El bloque modulador de impulsos realiza esta función. Este tren de impulsos se aplica al filtro de transmisión, que presenta una respuesta impulsional de valor $g_T(t)$ que limita la señal en el ancho de banda del canal, puesto que, tal como hemos dicho anteriormente, en el mundo real se trabaja con un ancho de banda limitado. La señal transmitida resultante es:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g_T(t - kT) \quad 3.66$$

La señal $s(t)$ es una superposición de impulsos modulados en amplitud y desplazados temporalmente a intervalos kT . La combinación del modulador de impulsos y el filtro de transmisión se corresponde con el modelo matemático del convertidor digital seguido de un filtro paso bajo.

En este sistema de comunicaciones se ha modelado el canal a partir de su respuesta impulsional $g(t)$, que consideramos invariante en el tiempo (esta asunción no siempre es cierta). La respuesta frecuencial combinada del filtro del emisor ($G_T(\omega)$), del canal ($C(\omega)$) y del filtro receptor ($G_R(\omega)$) presenta la forma:

$$G(\omega) = G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega) \quad 3.67$$

o, dicho de otro modo, en el dominio de tiempo:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$x(t) = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT) + n(t) \right) \quad 3.69$$

donde $n(t)$ se corresponde con el ruido que nos ha añadido el canal (véase la figura 28) y también ha sido filtrado por el filtro receptor. A pesar de que el ruido queda filtrado, continúa siendo ruido, y por eso se mantiene la nomenclatura genérica de $n(t)$.

Es importante notar que lo que se quiere en el receptor es que los impulsos $g(t)$ que llegan, una vez muestreados en los instantes de muestreo nT , no interfieran entre sí. Esto solo se consigue si en los instantes de muestreo los impulsos presentan la propiedad siguiente:

$$g(nT) = \delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{para } n = 0 \\ 0 & \text{para } n \neq 0 \end{cases} \quad 3.70$$

Cuando se cumple esta propiedad, se dice que el sistema está libre de interferencia intersimbólica. En este caso, es fácil ver que $x(nT) = a_n$.

Los filtros de transmisión y de recepción se diseñan para obtener un filtro combinado que no presente ISI bajo la asunción de que la respuesta en frecuencia del canal no varía en el tiempo. En este caso, el canal no introduce distorsión.

La salida del filtro de recepción se muestrea a una frecuencia que es mayor que la frecuencia f_s . Típicamente, el factor N de sobremuestreo es de 3 o 4. Por lo tanto, el correspondiente tiempo de muestreo T_o es $T_o = T/N$. Como las referencias temporales del emisor y el receptor no suelen estar sincronizadas, y como también puede haber desviaciones de frecuencia y de fase, estas muestras son utilizadas por el sistema de recuperación de reloj para restablecer el sincronismo.

Muchas veces la respuesta del canal tampoco se conoce de manera exacta, o está sometida a variaciones lentas en el tiempo. El ecualizador adaptativo es un filtro que compensa automáticamente las características no ideales del canal, además de corregir ligeramente las desviaciones de los filtros de transmisión y de recepción respecto a sus valores nominales. La salida del ecualizador se

Ved también

En el subapartado 3.1.1 se explica el criterio de Nyquist, que establece las condiciones para evitar el ISI.



Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

3.1.1. Criterio de Nyquist para la cancelación de ISI

Veamos cuál es la condición que tienen que cumplir los impulsos $g(t)$ para satisfacer esta propiedad. Siempre podemos escribir los impulsos $g(t)$, para $t = nT$, utilizando la transformada inversa de Fourier, como por ejemplo:

$$g(nT) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega \Big|_{t=nT} \quad 3.71$$

En este punto tenemos presente que $g(nT)$ son las muestras resultado de muestrear el impulso a la velocidad de señalización o velocidad de símbolo.

Observemos la relación:

$$\omega_s = 2\pi f_s = \frac{2\pi}{T} \quad 3.72$$

Entonces, la integral anterior se puede calcular dividiendo el eje ω en el conjunto infinito de intervalos:

$$\left(-\frac{\omega_s}{2} - k\omega_s, \frac{\omega_s}{2} - k\omega_s\right) \text{ donde } k = -\infty, \dots, \infty \quad 3.73$$

De forma que tenemos:

$$g(nT) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \frac{1}{\omega_s T} \int_{-\frac{\omega_s}{2} - k\omega_s}^{\frac{\omega_s}{2} - k\omega_s} G(\omega) e^{j\omega nT} d\omega \quad 3.74$$

Y si sobre esta expresión planteamos el cambio de variables $\omega' = \omega + k\omega_s$, tendremos:

$$g(nT) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \frac{1}{\omega_s} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} \frac{1}{T} G(\omega' - k\omega_s) e^{j(\omega' - k\omega_s)nT} d\omega' \quad 3.75$$

Vemos que:

$$e^{-j\omega' nT} e^{j2\pi k n} = 1 \quad 3.76$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Antes de continuar el desarrollo de la expresión, recordemos que la transformada de Fourier de una delta discreta vale 1. Luego, la delta discreta se puede escribir como la transformada inversa de Fourier de 1 de la manera siguiente:

$$\delta(n) = F^{-1}[1] = \int_{-\infty}^{\infty} 1e^{j\omega nT} d\omega' \quad 3.78$$

En el receptor, después de muestrear el impulso, nos interesa que aparezca una única muestra en el instante donde está centrado el impulso, y en el resto de instantes de muestreo, espacio reservado a otros impulsos, son de esperar valores de cero. Este hecho significa que el impulso que analizamos, el del instante n , no se ensancha y no aparece en los instantes $n + 1$, $n + 2$, etc. Vemos, por lo tanto, que la condición necesaria para que los símbolos no interfieran entre sí es que la señal muestreada $g(nT)$ sea una delta. Si nos fijamos en la expresión 3.77, determinamos que para que ocurra esto ha de cumplirse:

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} G(\omega' - k\omega_s) = C \quad 3.79$$

donde C es una constante. Es decir, según establece el criterio de Nyquist, la superposición de los alias de los espectros frecuenciales de $G(\omega)$ ha de presentar un valor constante para evitar el ISI.

3.1.2. Filtros conformadores banda base coseno realzado

Los requisitos para evitar el ISI solo afectan al conjunto de respuestas impulsionales que conforman el impulso $g(t)$, o $G(\omega)$ en el dominio frecuencial, tal como acabamos de ver. De hecho, hay un número infinito de impulsos que satisfacen esta restricción. Por ejemplo, la primera propuesta es que $g(t)$ sea un impulso rectangular de duración T y amplitud A . Su transformada de Fourier es una función *sinc*:

$$G(f) = AT \frac{\text{sen}(\pi ft)}{\pi ft} e^{-j\pi ft} \quad 3.80$$

que, como se puede comprobar, cumple la condición de la ecuación 3.79. El impulso rectangular no produce ISI, pero su inconveniente radica en el hecho de que presenta un espectro de potencia con gran parte de la potencia distri-

Ved también

En el subapartado 3.1.2 de este módulo se estudian diferentes maneras de cumplir el criterio de Nyquist.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

te (de manera proporcional a $1/t$), la ventana ha de ser excesivamente grande; además, este impulso produciría un alto ISI en presencia de imprecisiones en el proceso de muestreo.

La solución que se adopta es utilizar la familia de impulsos coseno realzado, que cumplen el criterio de Nyquist. La expresión que define este tipo de impulsos en el dominio del tiempo es:

$$g(t) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega_s}{2} t\right) \cos\left(\alpha \frac{\omega_s}{2} t\right)}{\left(\frac{\omega_s}{2} t\right) 1 - 4\left(\frac{\alpha t}{T}\right)^2} \quad 3.81$$

donde α es una constante que toma valores en el intervalo $[0,1]$ y se denomina *factor de exceso de banda* o *factor de ondulación*¹⁹ por la relación que tiene con el aumento de banda respecto al término $\omega_s/2$. Su respuesta en frecuencia presenta la forma:

⁽¹⁹⁾En inglés, *roll-off factor*.

$$G(\omega) = \begin{cases} T & \text{para } |\omega| \leq (1-\alpha)\frac{\omega_s}{2} \\ \frac{T}{2} \left(1 - \text{sen}\left[\frac{T}{2\alpha} \left(|\omega| - \frac{\omega_s}{2}\right)\right]\right) & \text{para } (1-\alpha)\frac{\omega_s}{2} \leq |\omega| \leq (1+\alpha)\frac{\omega_s}{2} \\ 0 & \text{para } |\omega| > (1+\alpha)\frac{\omega_s}{2} \end{cases} \quad 3.82$$

En estos tipos de impulsos, para $\alpha > 0$, su amplitud decae mucho más rápidamente en el tiempo que la amplitud de un impulso de tipo *sinc* y, por lo tanto, produce menos ISI en presencia de *jitter* (errores en los instantes de muestreo).

Como última consideración es importante observar que la forma del impulso tiene que ser la correspondiente a toda la cadena de filtrado del sistema de comunicaciones, incluidos tanto el emisor como el receptor, y por lo tanto, hay que distribuir este filtrado entre ambos extremos. Cuando la respuesta del canal es plana y solo añade ruido gaussiano blanco se puede demostrar que la distribución óptima es la equipartición del filtrado entre el emisor y el receptor. En este caso:

$$|G_T(\omega)| = |G_R(\omega)| = |G(\omega)|^{\frac{1}{2}} \quad 3.83$$

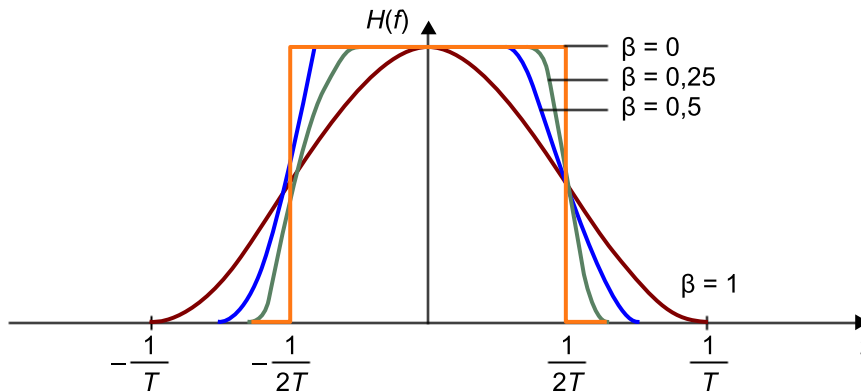
En este caso, las fases de los filtros pueden ser cualesquiera siempre que la



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Figura 29. Impulsos coseno realizado para diferentes valores de factor de exceso de banda



3.2. Transmisión paso banda. Modulaciones ASK, PSK y FSK

Cuando la transmisión de la información digital se hace sobre canales de comunicación paso banda, el modulador mapea la información digital sobre formas de onda adaptadas a las características del canal. El proceso es parecido al caso del emisor PAM banda base. A la entrada del emisor, los datos binarios serie d_i que llegan a la velocidad de R_b bps son convertidos de serie a paralelo para formar grupos de palabras de J bits. Cada palabra de J bits se asocia a un símbolo que se escoge de un conjunto de 2^J símbolos disponibles que denominamos *alfabeto*. La velocidad de señalización de los símbolos decrece en un factor J respecto a la velocidad de transmisión. La velocidad de señalización es, por lo tanto, de $f_s = R_b/J$ baudios. Del mismo modo que en las modulaciones PAM, utilizamos $T = 1/f_s$ para referirnos al período de símbolo. El alfabeto consiste en parejas de números reales que representan puntos en un espacio bidimensional que se denomina *constelación de la señal*. Es conveniente considerar este espacio bidimensional como un plano complejo y representar la secuencia de símbolos como una secuencia de números complejos $c_n = a_n + jb_n$, en la que la parte real, a_n , es el componente en fase, o componente I , y la parte imaginaria, b_n , es el componente en cuadratura, o componente Q , tal como hemos descrito en el subapartado 1.2.

De manera general, los componentes en fase y en cuadratura pasan cada uno a través de un modulador de impulsos (del mismo modo que los impulsos modulados por amplitud), y a continuación, a través de filtros conformadores banda base idénticos con respuesta impulsional $g_T(t)$. Las propiedades requeridas para $g_T(t)$ son exactamente las mismas que para el caso estudiado en las

Ved también

El caso del emisor PAM banda base se estudia en el subapartado 3.1 de este módulo.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

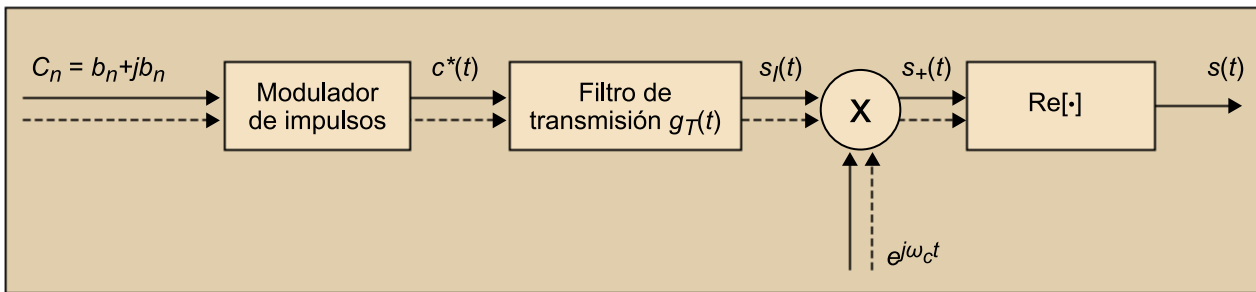
$$s_Q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k g_T(t - kT) \quad 3.85$$

donde $s_I(t)$ y $s_Q(t)$ son los componentes en fase y en cuadratura de la señal $s(t)$, que, como hemos visto, se construye utilizando la expresión:

$$s(t) = s_I(t)\cos(\omega_c t) - s_Q(t)\text{sen}(\omega_c t) \quad 3.86$$

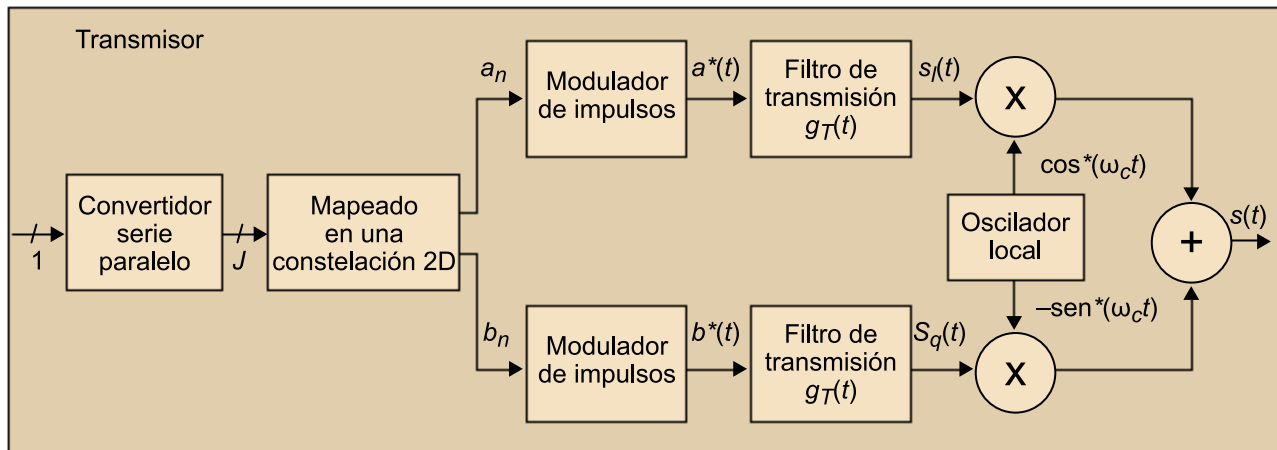
En la figura 30 mostramos el esquema de un emisor paso banda utilizando la notación de señales complejas. Para seguirlo tenemos que consultar la ecuación 3.14. En la figura 31 el mismo esquema aparece en términos del componente en fase y en cuadratura.

Figura 30. Diagrama simplificado de un emisor paso banda utilizando la notación de señales complejas



La secuencia c_n se corresponde con el conjunto de símbolos que se transmiten, $c^*(t)$ es la señal compleja formada por el tren de deltas ponderado según el valor de c_n , $s(t)$ es el equivalente paso bajo, $s_+(t)$ es la señal analítica y $s(t)$ es la señal transmitida, que es real.

Figura 31. Esquema simplificado de un emisor paso banda que muestra el detalle de su componente en fase y su componente en cuadratura



Las formas de onda $s(t)$ pueden diferir en valores discretos de amplitud, fre-



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2.1. Modulaciones ASK

El primer tipo de modulaciones paso banda que estudiamos son los impulsos modulados por amplitud. Estas modulaciones se conocen por la sigla ASK⁽²⁰⁾. La expresión matemática del símbolo es:

⁽²⁰⁾ASK es la sigla en inglés de *amplitude shift keying*.

$$s_m(t) = \text{Re}[A_m g(t) e^{j\omega_c t}] = A_m g(t) \cos(\omega_c t), m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad 0 \leq t \leq T \quad 3.87$$

donde m indexa las diferentes formas de onda que se pueden transmitir, $g(t)$ es la expresión real en el dominio temporal del impulso conformador y ω_c , la pulsación de la portadora.

La modulación digital de amplitud más básica es la conocida como OOK⁽²¹⁾ o ASK binaria, en la que el mapeo de la información en la amplitud acaba siendo:

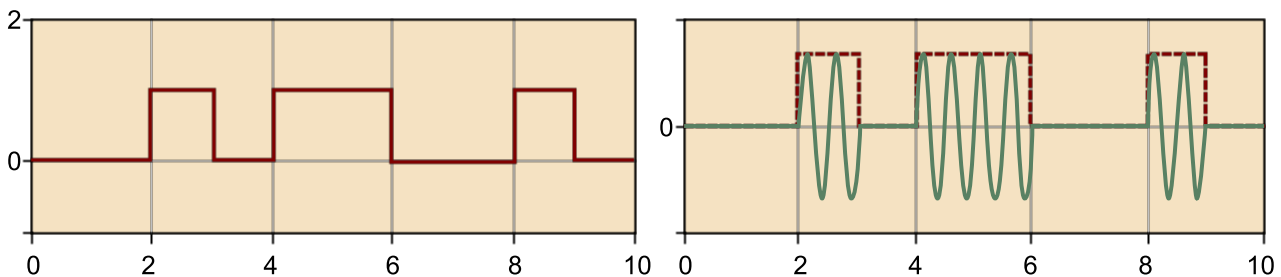
⁽²¹⁾OOK es la abreviatura de *on-off keying*.

$$A_m = (m - 1)A, \quad m \in \{1, 2\} \quad 3.88$$

donde A es el nivel de amplitud.

Según esta técnica, enviamos una frecuencia para indicar un 1 y no enviamos nada para representar un cero. En la figura 32 vemos la forma de onda de la señal OOK.

Figura 32. A la izquierda, señal banda base; a la derecha, la forma de onda de la señal ASK binaria



La extensión directa del mapeo anterior que prevé más niveles es la siguiente:

$$A_m = (m - 1)A, \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad 3.89$$

Este mapeo permite mantener la simplicidad en los receptores, pero tiene el inconveniente de que la constelación no es simétrica, lo cual implica que...



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

donde $2A$ es la distancia entre dos símbolos adyacentes y $M = 2^J$, donde J es el grupo de bits que se envían en un símbolo. Las modulaciones ASK con este tipo de mapeo también se conocen como *modulaciones paso banda de amplitud de impulsos*⁽²²⁾.

⁽²²⁾En inglés, *bandpass PAM modulations*.

La velocidad de transmisión de un símbolo ASK es de R_b/J símbolos por segundo. Esta es, por tanto, la velocidad a la que se producen los cambios de la amplitud de la portadora que llevan información que se tiene que transmitir.

Los intervalos temporales $T_s = 1/R_b$ y $T = J/R_b$ se denominan *tiempo de bit* y *tiempo de símbolo*, respectivamente.

Las señales M-ASK o *bandpass PAM* tienen la energía mostrada en la ecuación 3.91:

$$E_m = \int_0^T s_m^2(t) dt = \frac{1}{2} A_m^2 \int_0^T g^2(t) dt = \frac{1}{2} A_m^2 E_g \quad 3.91$$

donde E_g es la energía del impulso $g(t)$.

Las señales ASK son unidimensionales y pueden ser representadas de manera general según:

$$s_m(t) = s_m f(t), \quad \text{donde} \quad f(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \cos \omega_c t \quad 3.92$$

en que, como se aprecia, $f(t)$ es una señal de energía unitaria.

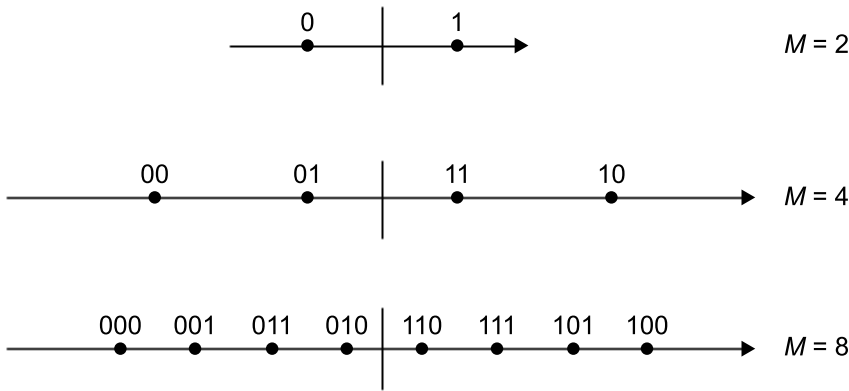
El mapeo de J bits en una de las $M = 2^J$ formas de onda posibles se puede hacer de muchas maneras. La mejor de todas ellas consiste en asignar a las formas de onda que tienen amplitudes consecutivas conjuntos de J bits que solo difieren en un único bit, según lo que se conoce como codificación de Gray. En estas condiciones, cuando se produce el error más común, que consiste en fallar una forma de onda de la señal por su vecina, solo falla uno de los J bits que trae. Véase la figura 33.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 33. Constelaciones de señal ASK para los casos $M = 2$, $M = 4$ y $M = 8$



Vemos que la distancia euclidiana entre cualquier par de puntos es:

$$d_{mn} = \sqrt{(s_m - s_n)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} E_g |A_m - A_n|^2} = A \sqrt{2 E_g} |m - n| \quad 3.93$$

Por lo tanto, la distancia entre dos pares de puntos de señal adyacentes –la distancia mínima– es:

$$d_{min}^e = A \sqrt{2 E_g} \quad 3.94$$

Las modulaciones ASK tienen el inconveniente de que son muy sensibles al ruido. Se suelen utilizar en comunicaciones ópticas, ya que las fibras ópticas permiten trabajar con buenas relaciones señal-ruido.

Tal como veremos en el subapartado siguiente, la información puede ir en la fase de las señales.

3.2.2. Modulaciones PSK

En las modulaciones digitales de fase (PSK²³) las M formas de onda de la señal se representan con cualquiera de las tres expresiones equivalentes presentadas a continuación:

⁽²³⁾Del inglés, *phase shift keying*.

$$\begin{aligned} s_m(t) &= \text{Re} \left[g(t) e^{j2\pi \frac{m-1}{M}} e^{j\omega_c t} \right] \\ &= g(t) \cos \left(\omega_c t + \frac{2\pi}{M} (m-1) \right) \\ &= g(t) \cos \left(\frac{2\pi}{M} (m-1) \right) \cos(\omega_c t) - g(t) \sin \left(\frac{2\pi}{M} (m-1) \right) \sin(\omega_c t) \end{aligned} \quad 3.95$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

La distancia euclidiana entre dos puntos de la constelación es:

$$d_{mn} = |s_m - s_n| = \left[E_g \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{M} (m - n) \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad 3.100$$

La distancia euclidiana mínima se corresponde con el caso de señales de fases adyacentes, esto es, cuando $m - n = 1$, y vale:

$$d_{\min}^e = \sqrt{E_g \left(1 - \cos \frac{2\pi}{M} \right)} \quad 3.101$$

La combinación $M = 4$ se utiliza mucho en la práctica y se conoce con el nombre de *QPSK*.

QPSK

Encontramos representada una posible constelación QPSK en la parte central de la figura 35.

3.2.3. Modulaciones FSK

Las modulaciones digitales de frecuencia (FSK⁽²⁵⁾) transmiten la información a la frecuencia que puede tomar un conjunto de valores discretos en el entorno de la frecuencia portadora. En este caso, las M formas de onda de la señal se pueden describir con cualquiera de las tres expresiones equivalentes:

$$\begin{aligned} s_m(t) &= \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j2\pi f_d I_m} e^{j\omega_c t} \} \\ &= g(t) \cos(\omega_c t + 2\pi f_d I_m t) \\ &= g(t) \cos(2\pi f_d I_m t) \cos(\omega_c t) - g(t) \sin(2\pi f_d I_m t) \sin(\omega_c t) \end{aligned} \quad 3.102$$

para $0 \leq t \leq T$ donde $g(t)$ es la expresión real en el dominio temporal del impulso conformador, f_d representa el salto de frecuencia mínimo e I_m , el conjunto de valores:

$$I_m = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \frac{M}{2} \quad 3.103$$

El cambio repentino de una frecuencia a otra se puede hacer conmutando la salida de M osciladores sintonizados en las frecuencias deseadas cada T segundos. Sin embargo, la conmutación entre osciladores provoca que el espectro de la señal presente grandes lóbulos laterales que se expanden fuera de la banda de interés y originan interferencias. Aunque sea una modulación sencilla de

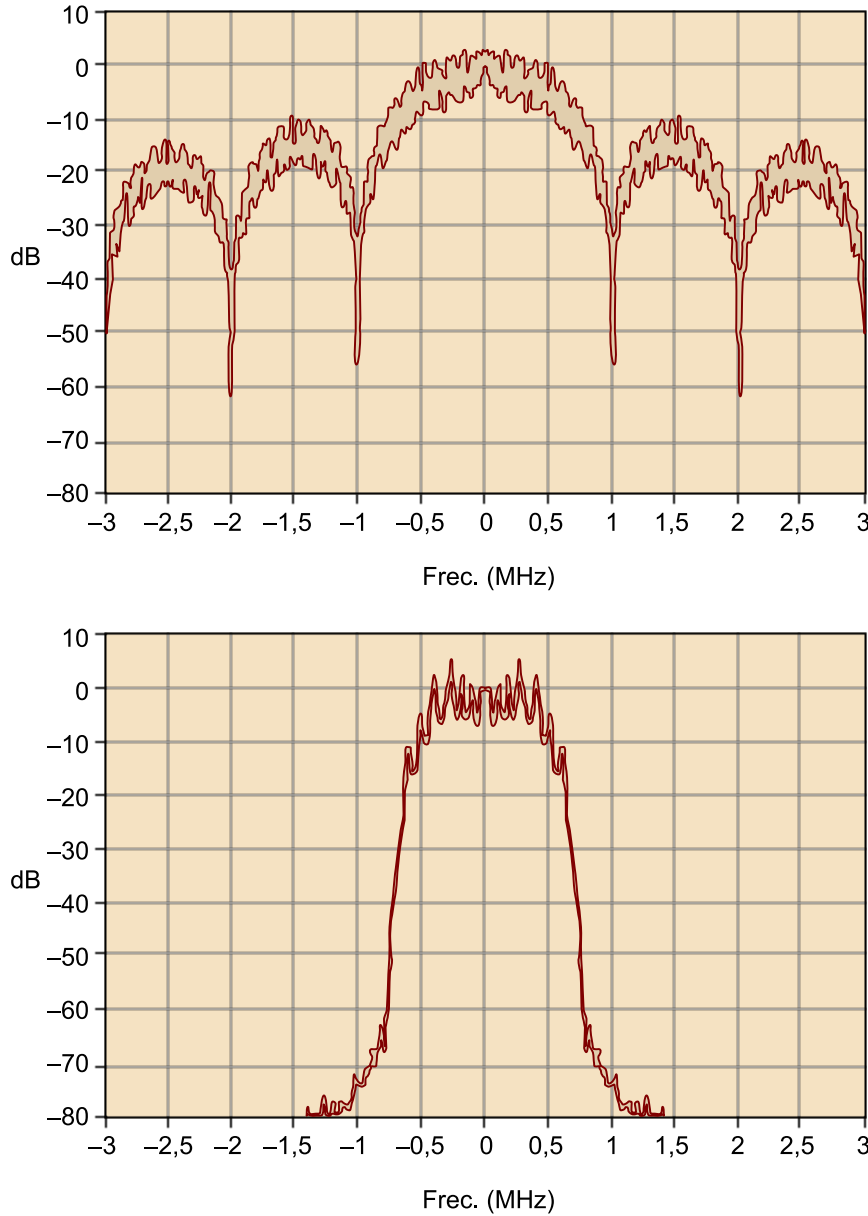
⁽²⁵⁾Del inglés, *frequencies shift keying*.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

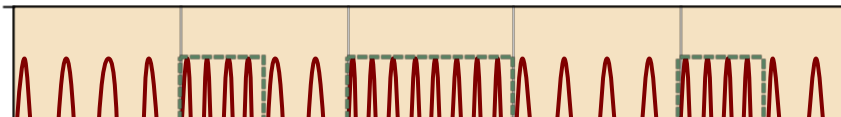
Figura 36



A la izquierda, espectro de una señal BPSK de 1 Mbps con filtro conformador rectangular; a la derecha, la misma señal con un filtro conformador coseno realizado de $\alpha = 0,5$.

Alternativamente, la información puede aparecer a la frecuencia de la señal.

Figura 37. En trazo discontinuo, una señal banda base; en trazo continuo, una señal FSK de dos niveles



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

3.3. Transmisión paso banda. Modulaciones QAM y GMSK

En este subapartado presentaremos por un lado las modulaciones QAM, que llevan la información tanto en la frecuencia como en la fase y presentan un esquema de modulación más complejo, y por el otro las modulaciones GMSK, bastante utilizadas en la práctica, que, como veremos, incorporan un primer nivel de memoria (cada símbolo depende del símbolo anterior).

3.3.1. Modulaciones QAM

Las modulaciones QAM²⁶ utilizan dos portadoras en cuadratura para transmitir la información. La correspondiente forma de onda de la señal puede ser expresada de la manera siguiente:

⁽²⁶⁾QAM es la abreviatura de *quadrature amplitude modulation*.

$$s_m(t) = \operatorname{Re}\{(a_m + jb_m)g(t)e^{j\omega_c t}\} = a_m g(t)\cos(\omega_c t) - b_m g(t)\operatorname{sen}(\omega_c t) \quad 3.104$$

para $0 \leq t \leq T$, donde $m = 1, 2, \dots, M$ y en que $g(t)$ es el impulso conformador. Equivalentemente:

$$s_m(t) = \operatorname{Re}\{V_m e^{j\theta_m} g(t) e^{j\omega_c t}\} = V_m g(t)\cos(\omega_c t + \theta_m) \quad 3.105$$

donde V_m y θ_m se relacionan con a_m y b_m según:

$$V_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \quad y \quad \theta_m = \tan^{-1}\left(\frac{b_m}{a_m}\right) \quad 3.106$$

De estas expresiones se puede interpretar que la información se transmite tanto en la fase como en la amplitud. Las señales QAM pueden ser vistas como una combinación lineal de dos funciones ortonormales $f_1(t)$ y $f_2(t)$. A saber:

$$s_m(t) = s_{m1}f_1(t) + s_{m2}f_2(t), \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} f_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t)\cos\omega_c t \\ f_2(t) &= -\sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t)\operatorname{sen}\omega_c t \end{aligned} \quad 3.107$$

en que:

$$s_{m1} = a_m \sqrt{\frac{1}{2} E_g} \quad y \quad s_{m2} = b_m \sqrt{\frac{1}{2} E_g} \quad 3.108$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

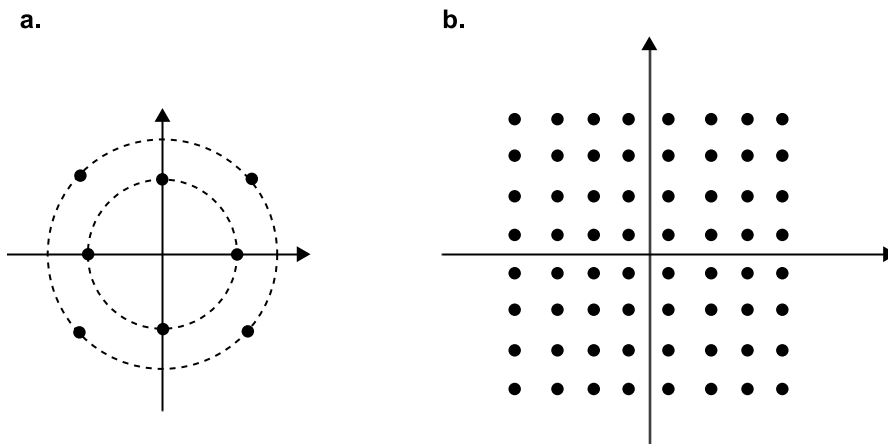
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

En el supuesto de que la constelación presente una distribución rectangular, como es el caso de la figura 38a, y por tanto a_m y b_m sigan la misma relación de amplitudes descrita en 3.90 para el caso de A_m , la distancia euclidiana mínima entre puntos adyacentes pasa a ser:

$$d_{\min}^e = A\sqrt{2E_g} \quad 3.110$$

que es el mismo resultado que hemos encontrado para las modulaciones paso banda de amplitud de impulsos.

Figura 38. Constelaciones QAM. a. Para $M = 8$. b. Para $M = 64$



3.3.2. Modulaciones GMSK

Las modulaciones GMSK⁽²⁷⁾ forman parte del conjunto de modulaciones que tienen memoria y, por lo tanto, las expresiones de la forma de onda de la señal en el instante n dependen de lo que se ha enviado anteriormente.

⁽²⁷⁾GMSK es la abreviatura de *gaussian minimum shift keying*.

De hecho, son una variante de las modulaciones MSK⁽²⁸⁾. Las modulaciones MSK pueden ser interpretadas tanto desde el punto de vista de las modulaciones FSK y ASK binarias, como del de las PSK. Nosotros presentamos MSK como la combinación de dos modulaciones PSK binarias en la cual modulamos los bits pares en el componente en fase, y los impares en el componente en cuadratura, a la vez que utilizamos un impulso conformador $g(t)$ sinusoidal:

⁽²⁸⁾MSK es la abreviatura de *minimum shift keying*.

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_g}{T_s}} \left\{ \left[\sum_{k=-\infty}^{n-\infty} a_{2m} g(t-2T) \right] \cos(\omega_c t) + \left[\sum_{k=-\infty}^{n-\infty} a_{2m+1} g(t-2T) \right] \text{sen}(\omega_c t) \right\} \quad 3.111$$

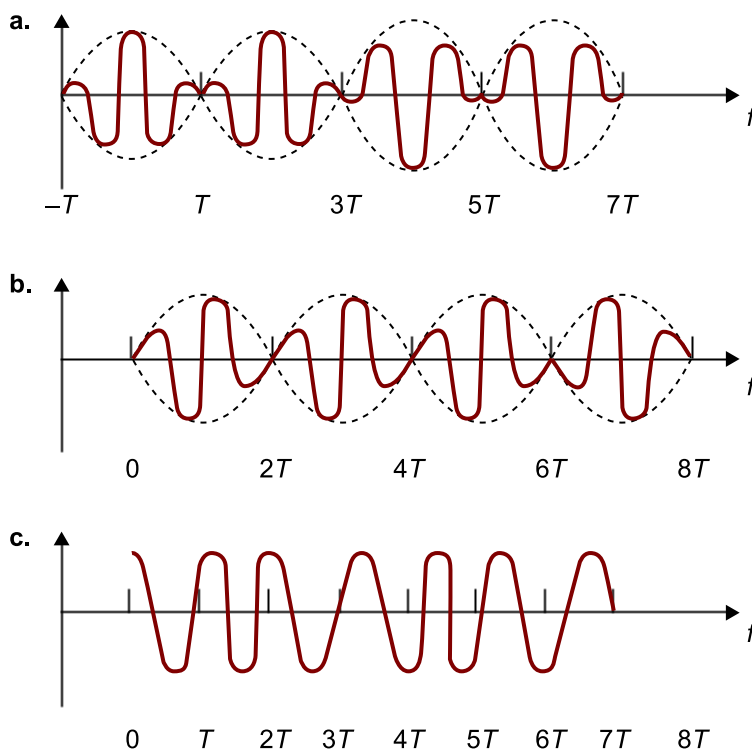
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Vemos que, a diferencia de las otras definiciones de $s(t)$, aquí no nos limitamos a representar una señal en el intervalo temporal $0 \leq t \leq T$, sino que representamos todo el tren de impulsos. Observamos que la señal $s(t)$ está formada por dos señales PSK binarias o ASK binarias moduladas en cuadratura a una velocidad de 1 bit cada $2T$. Los bits de información pares $\{a^{2m}\}$ se transmiten modulando la portadora coseno, mientras que los bits de información impares modulan la portadora seno. Vemos que las portadoras en cuadratura están desplazadas un tiempo T y que la velocidad de transmisión para cada portadora es de $0,5T$. En la figura 39 se ve la modulación MSK como el resultado de la suma de dos modulaciones PSK o ASK binarias desplazadas T .

Figura 39



En la parte superior y central se presentan las dos modulaciones binarias desplazadas T una respecto a la otra, la suma de las cuales nos proporciona la señal MSK presentada en la parte inferior.

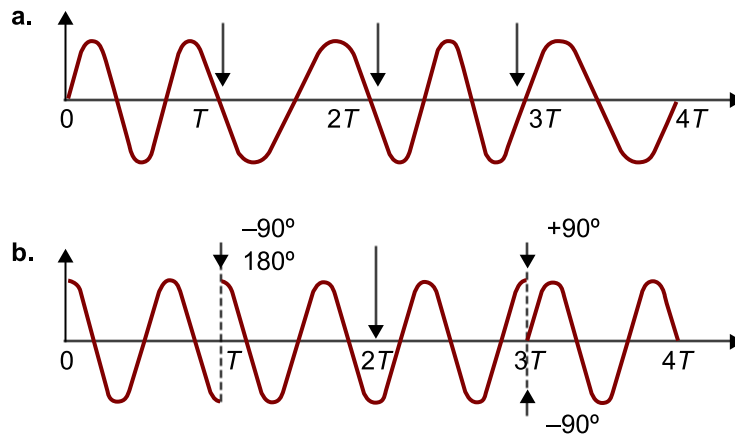
Lo que es interesante de las modulaciones MSK, si las comparamos, por ejemplo, con las QPSK, es que no presentan discontinuidad de fase. Este fenómeno se ve representado en la figura 40.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Figura 40



a. Representación de la señal MSK.
 b. Representación de la señal QPSK.
 Obsérvese que la señal MSK no presenta las discontinuidades de fase que sí presenta la QPSK

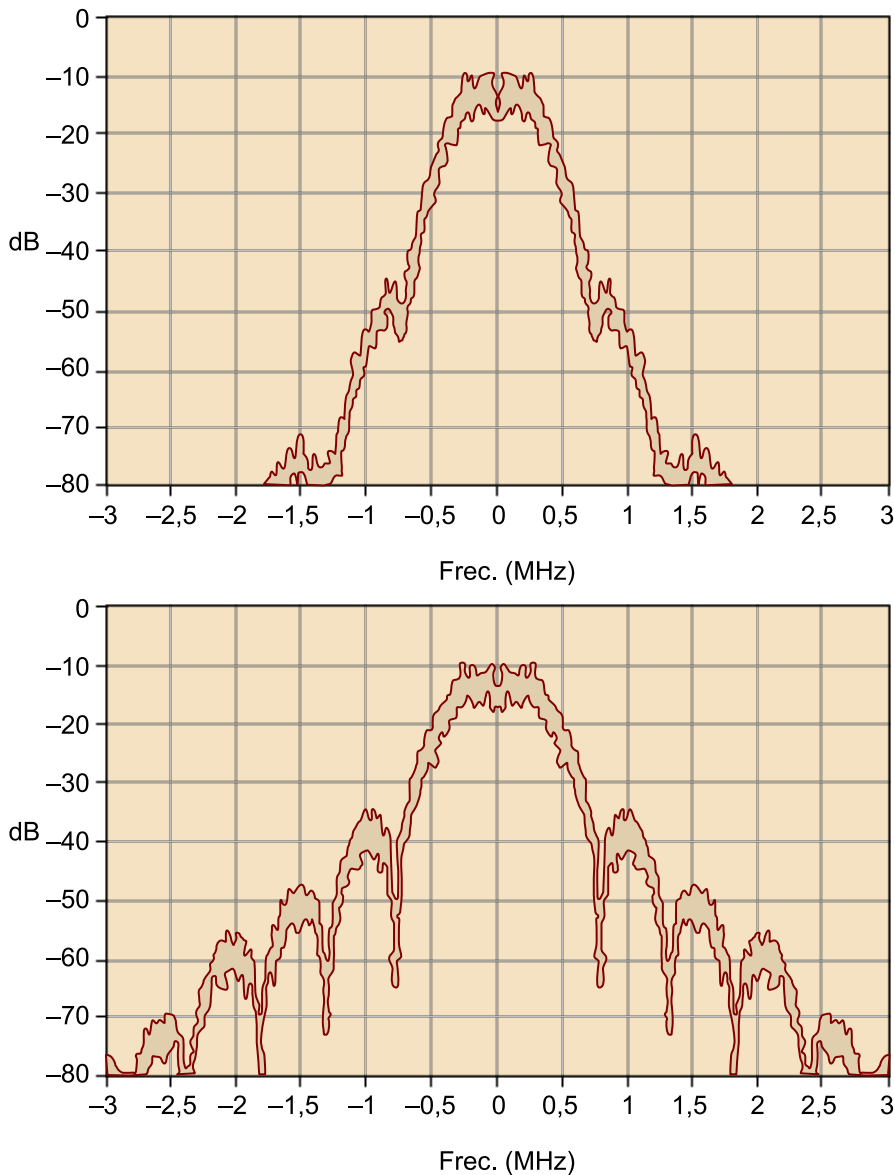
El espectro de las modulaciones MSK no presenta todavía un comportamiento lo bastante satisfactorio; la radiación que envía por los lóbulos laterales es demasiado elevada y origina interferencias en los canales vecinos cuando se utiliza en canales de comunicaciones móviles. Por eso se hace una pequeña modificación en la señal MSK: se introduce una distorsión por medio de un filtrado gaussiano aplicado a la señal. Las consecuencias de este filtrado son que el lóbulo principal del espectro es más estrecho que el que presenta MSK y la caída de los lóbulos secundarios es más pronunciada. Cuanto menos ancho de banda del filtro gaussiano hay, más grande es la caída de los lóbulos laterales del espectro. Otra consecuencia, esta vez no deseada, de la introducción del filtro gaussiano es la aparición de interferencia intersimbólica. Cuanto más pequeño es el ancho de banda del filtro gaussiano, mayor es también este efecto no deseado. Al final se adopta una solución de compromiso. Una de las aplicaciones más importantes de las modulaciones GMSK se encuentra en las comunicaciones GSM.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Figura 41. Comparativa espectral de la señal GMSK (izquierda) respecto a la señal MSK (derecha)



3.3.3. Consideraciones generales

A continuación daremos algunas indicaciones generales sobre los diferentes esquemas de modulación.

Los receptores se clasifican en coherentes y no coherentes según si necesitan conocer, y por lo tanto estimar, la fase de las señales o no. La detección cohe-

Observación

Para terminar el apartado 3, presentaremos una serie de aspectos relativos a las modulaciones digitales. Por eso titulamos este subapartado "Consideraciones generales". De al



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

El hecho de que las modulaciones sean de envolvente constante simplifica mucho la implementación de los receptores porque podemos utilizar amplificadores no lineales que son de bajo coste. Las modulaciones con información en la envolvente tienen que utilizar amplificadores lineales notablemente más costosos.

En general hay tres parámetros importantes fuertemente relacionados en los sistemas de comunicaciones:

- la velocidad de transmisión R_b ,
- el ancho de banda utilizado B del canal, y
- la relación señal-ruido SNR en esta señal.

La interrelación es evidente. Por ejemplo, incrementar el SNR permite obtener probabilidades de error más bajas, incrementar la velocidad de transmisión empeora la probabilidad de error e incrementar el ancho de banda permite un incremento de la velocidad de transmisión.

A partir de las señales de un sistema de comunicaciones podemos encontrar su constelación representando cada una de estas señales como un vector en un espacio euclidiano según bases ortogonales. Entonces, dada la constelación, se puede estimar su rendimiento en términos de la probabilidad de error de símbolo o probabilidad de error de bits, si conocemos parámetros del ruido. La probabilidad de error depende de la mínima distancia entre los puntos de esta constelación.

Utilizamos el cociente E_b/N_0 como una figura de mérito de los sistemas de comunicaciones, puesto que proporciona una buena comparación de la eficiencia energética de los esquemas de modulación. E_b es la energía por bit y N_0 está relacionado con la densidad espectral de potencia del ruido (también a la entrada del receptor). La densidad de potencia del ruido para ruido blanco gaussiano (AWGN) es constante y vale $N_0/2$. A veces, el término E_b/N_0 se conoce como SNR por bit. La relación señal-ruido a la entrada se puede expresar según E_b/N_0 , puesto que:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{in} = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \frac{R_b}{B} \quad 3.113$$

Energía por bit

La energía por bit es la energía que contiene la señal en el intervalo de un bit en la entrada del receptor.



Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Tabla 2. Comparativa de las probabilidades de error de diferentes esquemas de modulación en iguales condiciones de E_b/N_0

Tipo de modulación	ASK (binaria)	BPSK	FSK	QPSK	MSK
Probabilidad de error	$Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right]$	$Q\left[\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right]$	$Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right]$	$Q\left[\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right]$	$Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right]$

A continuación mostramos la comparativa entre esquemas de modulación en términos de sus probabilidades de error de bit (BER)²⁹ según E_b/N_0 cuando se utiliza el mismo impulso conformador en canales de ruido gaussiano blanco (figuras 42 y 43).

⁽²⁹⁾Del inglés, *bit error rate*.

Figura 42. Probabilidad de error de bit (BER) en escala logarítmica de las modulaciones BPSK y QPSK, 8-PSK, 16-PSK, FSK y ASK (binaria) y 4-ASK

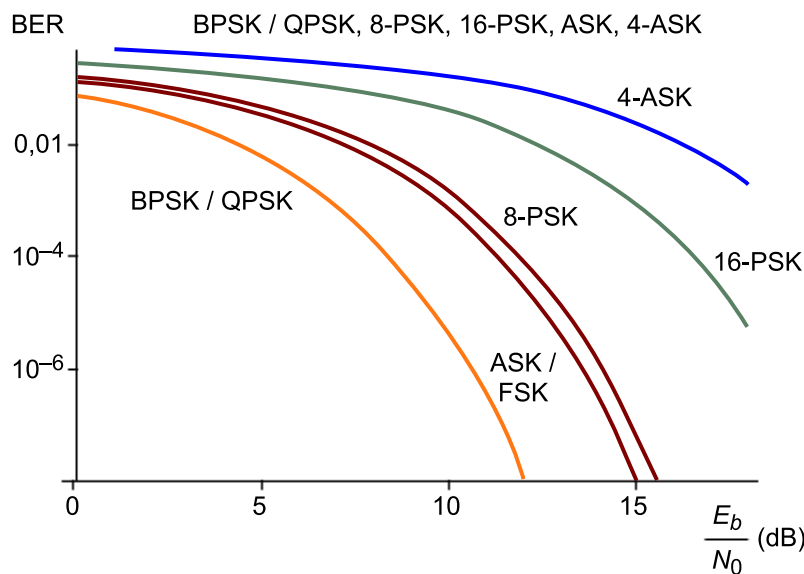
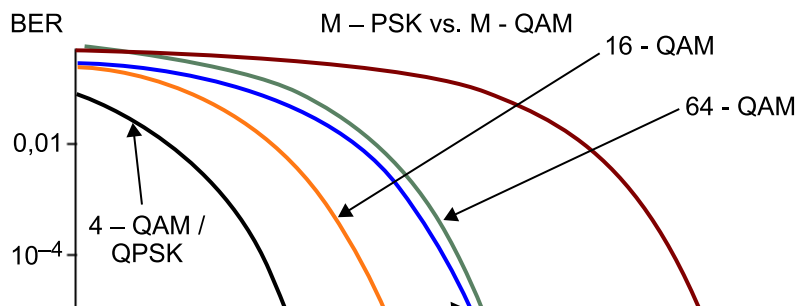


Figura 43. Probabilidad de error de bit (BER) en escala logarítmica de las modulaciones QPSK, 4-QAM, 16-QAM, 16-PSK, 64-QAM, 16-PSK y 64-PSK



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Finalmente, a pesar de que no lo justificaremos matemáticamente, queremos hacer notar que el ancho de banda requerido para cada esquema de modulación se puede aproximar para valores que dependen principalmente de la velocidad de transmisión R_b . Así, para los esquemas de modulación básicos ASK y BPSK, tenemos que el ancho de banda requerido se aproxima por:

$$B = (1+r)R_b \quad 3.115$$

donde r es un parámetro que varía entre 0 y 1 y depende del tipo de filtrado de la señal, mientras que para FSK, que utiliza dos frecuencias f_2 y f_1 , la expresión se suele aproximar por:

$$B = \Delta f + (1+r)R_b, \text{ donde } \Delta f = f_2 - f_1 \quad 3.116$$

Actividad 3

En este apartado hemos visto los esquemas básicos de las modulaciones digitales. Dentro de esta categoría hay esquemas de modulación más complejos y eficientes. Un ejemplo de lo que comentamos son las modulaciones OFDM (multiplexación por división ortogonal de frecuencia u *orthogonal frequency division multiplexing*). La aparición de estas modulaciones representó una revolución en el campo de las comunicaciones.

En esta actividad opcional os pedimos que hagáis una pequeña indagación para ver cómo funcionan y sobre todo para enumerar el conjunto de estándares (y estándares de hecho) que las adoptan para la capa física.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4. Tecnologías digitales

4.1. Procesadores digitales de señal

Los procesadores digitales de señal (DSP³⁰) se diferencian de los microprocesadores ordinarios en el hecho de estar diseñados específicamente para realizar operaciones masivas de sumas y productos, que son las operaciones básicas requeridas por la mayoría de los algoritmos de procesamiento de señal. Por lo tanto, en el hardware contienen multiplicadores y sumadores en paralelo y otras funciones específicas para el procesamiento de la señal que se tendrían que programar en otro tipo de microprocesador. Los DSP se caracterizan por la estrategia de diseño RISC³¹. El conjunto, reducido pero muy optimizado, de instrucciones de un procesador RISC puede ser memorizado por un programador, de forma que, caso de ser necesario, este programador puede hacer porciones de código en ensamblador muy optimizadas. Los compiladores de arquitecturas RISC también ofrecen opciones eficientes de optimización cuando la programación se hace en un lenguaje de alto nivel.

Los DSP programables pueden implementar de una manera sencilla complicados algoritmos, tanto lineales como no lineales, y conmutar funciones simplemente ejecutando diferentes porciones de código. La complejidad de los algoritmos implementables solo está limitada por la imaginación del programador y la velocidad de procesamiento del DSP. Una vez ha sido depurado el programa, su funcionamiento a lo largo del tiempo, salvo que se produzca un fallo excepcional, en la misma línea que toda la electrónica digital. Por el contrario, como sabemos, el hardware analógico está sujeto a variaciones debidas al envejecimiento de los componentes y los cambios de temperatura. Además, los componentes analógicos suelen requerir más espacio dentro de una placa y a menudo tienen que ser calibrados una vez han sido insertados. Por otro lado, los circuitos analógicos se diseñan para hacer una función específica y no disponen de la flexibilidad de un DSP programable. Otra ventaja de los DSP es que pueden introducir pequeñas variaciones en las funciones o arreglar pequeños errores de funcionamiento simplemente cambiando unas cuantas líneas de código en una memoria ROM o EPROM, mientras que unos cambios

⁽³⁰⁾Del inglés, *digital signal processors*.

⁽³¹⁾RISC es la abreviatura de *reduced instruction set computing*.

Origen de los DSP

Los procesadores digitales de señal fueron introducidos a principios de los ochenta. Originalmente, los fabricantes más importantes fueron Texas Instruments, Motorola, AT&T, Analog Devices y NEC.

Usos de los DSP

Los DSP de bajo coste hicieron económicamente viable la implementación de muchas técnicas digitales que anteriormente se hacían con costosos circuitos analógicos; las ventajas fueron notables en aplicaciones de audio y en la realización de módems telefónicos.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

la década de los noventa, este coste se fue reduciendo hasta llegar a rasar el valor de un dólar. Ello permitió reducir los tamaños de las placas, limitar su consumo y disminuir también su complejidad y su coste de fabricación.

Los DSP han evolucionado desde el comienzo a medida que el mercado pedía nuevas funcionalidades. Se incrementaron los espacios internos de RAM y ROM y se fueron introduciendo nuevas funciones directamente por hardware, como por ejemplo el direccionamiento *bitreversed*, necesario para la implementación de algoritmos de la transformada rápida de Fourier (FFT⁽³³⁾), el direccionamiento circular, puertos serie, *timers*, controladores de acceso directo a memoria (DMA⁽³⁴⁾), y también una sofisticada jerarquía de interrupciones. Algunos modelos incorporaban los convertidores AD y DA en el mismo chip y el conjunto de instrucciones creció significativamente.

⁽³³⁾Del inglés, *fast Fourier transform*.

⁽³⁴⁾Del inglés, *direct memory access*.

En 1995, los DSP de punto fijo de Texas Instruments, los TMS320C5x, ya operaban a 57 MIPS con un coste de salida de 31 dólares si se compraban en grandes cantidades. La velocidad de los DSP se fue incrementando rápidamente gracias a las mejoras que proporcionó la tecnología CMOS en cuanto a miniaturización. Paralelamente se redujeron los consumos y los nuevos chips utilizaron tensiones de alimentación inferiores.

Otro momento importante en la historia de los DSP se produce hacia 1986, cuando AT&T introdujo el primer DSP comercial que trabajaba con aritmética de coma flotante. La primera generación de DSP en coma flotante presentada por Texas Instruments llega al mercado en 1988.

Los procesadores digitales de señal modernos han aumentado las prestaciones gracias, en parte, tanto a los adelantos tecnológicos como a las mejoras en la arquitectura de estos procesadores. Por supuesto, no todos los DSP tienen la misma velocidad ni las mismas prestaciones, sino que hay múltiples variedades para ajustarse a las diferentes tareas posibles. Hoy en día encontramos DSP, cuyos precios varían entre los márgenes de 1,5 a 300 dólares. Las series C6000 de Texas Instruments, por ejemplo, funcionan a 1,2 GHz e implementan separadamente memorias caché o *cache memory* para instrucciones y datos, y también un segundo nivel de memorias caché de 8 Mb. Su capacidad de entrada y salida de datos es elevada gracias a 64 canales EDMA⁽³⁵⁾. Estos dispositivos pueden ejecutar hasta 8.000 MIPS, presentan un sistema de codificación de instrucciones de tipo VLIW⁽³⁶⁾, pueden hacer hasta ocho operaciones cada

⁽³⁵⁾EDMA es la abreviatura de *enhanced direct memory access*.

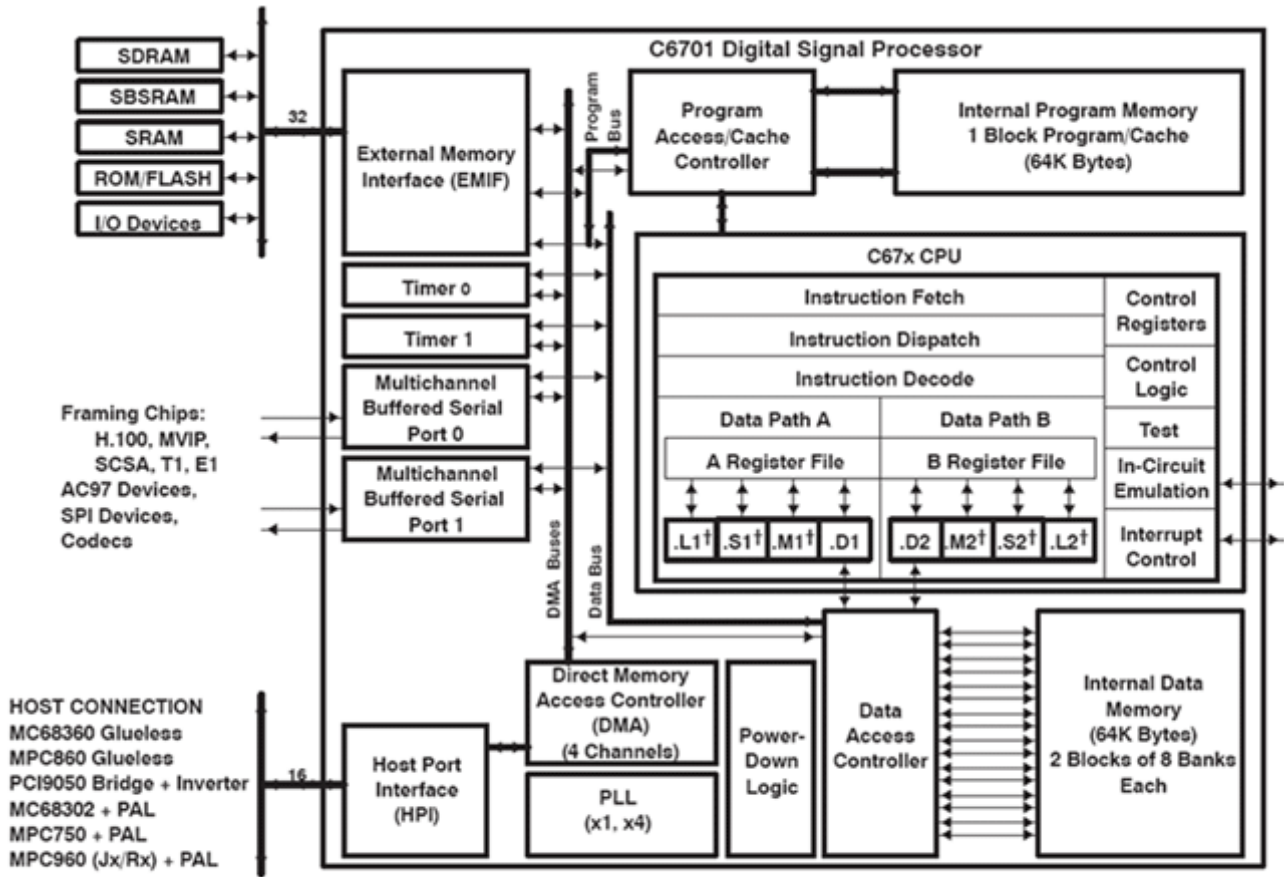
⁽³⁶⁾VLIW es la abreviatura de *very long instruction word*.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Figura 44. Esquema del DSP TMS320C6701 de coma flotante de Texas Instruments



† These functional units execute floating-point instructions.

Fabricantes de DSP

Algunos fabricantes más de DSP en el mercado son Freescale, Analog Devices o NXP Semiconductors.

La mayoría de DSP utilizan la aritmética de punto fijo porque la mayoría de las señales obtenidas del mundo real, como por ejemplo imágenes, no necesitan el amplio margen dinámico que proporciona la aritmética de coma flotante. Ello proporciona velocidades ligeramente más rápidas a costes inferiores. Sin embargo, los DSP de coma flotante son muy útiles cuando se necesita trabajar con un amplio margen dinámico. Otra razón del uso de la coma flotante se debe al hecho de que reduce el coste y la complejidad del software a costa de un hardware ligeramente más caro, ya que en general es más simple implementar algoritmos en este último formato.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

proceder y si este microprocesador no es capaz de satisfacer las especifica-

ciones, se escoge después un DSP adecuado. Hay DSP específicos para cubrir un amplio margen de aplicaciones, que van desde el control de motores hasta el procesamiento de vídeo en tiempo real, y también hay dispositivos de muy bajo consumo para dispositivos portátiles tanto para aplicaciones de voz como de telefonía.

Actividad 4

Con esta actividad podéis ampliar opcionalmente vuestros conocimientos. En concreto, para completar la información sobre los procesadores digitales de señal y ver los productos que ofrece una compañía líder en el sector, consultad la página de Texas Instruments en el apartado de DSP, además de otros lugares web especializados (como <http://ti.dsprelated.com/> o <http://www.dsprelated.com/>).

- Visitad el sitio web y haceros una idea de los diferentes campos y aplicaciones donde pueden estar presentes los DSP.
- Seleccionad un vídeo de los muchos que hay en el área de formación sobre un tema por el que tengáis curiosidad, miradlo y escuchadlo, y haced un pequeño resumen. Hay muchos campos de aplicación (automoción, aplicaciones médicas, telecomunicaciones, aplicaciones inalámbrica o *wireless*, aplicaciones de sonido, etc.).
- Descubrid de los nuevos modelos de DSP de muy bajo consumo que hay para aplicaciones inalámbricas y detallad sus características principales.

4.2. Dispositivos de lógica programable

Una matriz de puertas programable *in situ* es un circuito integrado que contiene bloques de lógica que pueden ser configurados por el diseñador antes del proceso de fabricación. La configuración de las FPGA se hace por medio de un lenguaje de descripción de hardware (HDL³⁸). La lógica programable permite implementar desde sencillas funciones hechas con puertas lógicas hasta complejos sistemas de procesamiento de la señal. De hecho, una FPGA puede implementar prácticamente lo mismo que un circuito integrado diseñado para una aplicación específica, conocido como ASIC. La posibilidad de reconfigurar una porción del diseño de manera sencilla y la gran diferencia de costes en relación con el diseño de un ASIC las hacen preferibles en un amplio campo de aplicaciones, sobre todo cuando el producto que lo tiene que incorporar no es masivo, a pesar de que sean más lentas y presenten un consumo más grande de potencia.

Las FPGA resultan de la evolución de los dispositivos lógicos programables (PLD³⁹), de los dispositivos lógicos programables complejos (CPLD⁴⁰) y de las matrices lógicas programables (PAL⁴¹). Las FPGA contienen componentes de

⁽³⁸⁾Del inglés, *hardware description language*.

Ved también

Para saber más sobre los circuitos integrados ASIC, Véase el subapartado 4.3 de este módulo.

⁽³⁹⁾Del inglés, *programmable logic devices*.

⁽⁴⁰⁾Del inglés, *complex PLD*.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

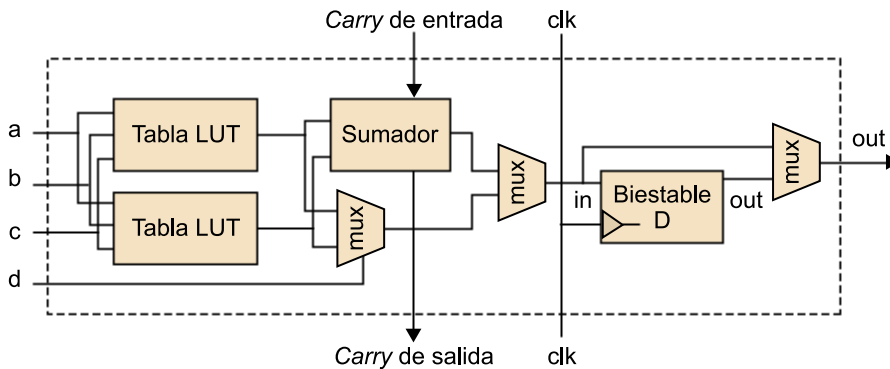
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

En general, un CLB típico contiene unas cuantas celdas lógicas. Una celda típica (véase la figura 45) está formada por una LUT de cuatro entradas, un sumador FA⁴⁴ y una báscula biestable de tipo D. Trabajando en modo normal, las salidas de las LUT se pueden combinar por medio de un multiplexor. Trabajando en modo aritmético, estas salidas pueden alimentar el FA. La selección del modo se programa con un multiplexor intermedio. La salida de la celda lógica puede ser síncrona o asíncrona dependiendo de la programación de un último multiplexor.

⁽⁴⁴⁾FA es la abreviatura de *full adder*.

Figura 45. Esquema de una celda lógica



Cada salida del bloque lógico puede estar conectada a cualquier ruta de cableado de los bloques adyacentes, de forma que por medio de una caja de conmutadores programables se van seleccionando los caminos que conectarán unas células con otras.

Las tareas del programador consisten en definir las funciones lógicas de los CLB y sus interconexiones. Para eso se dispone de la ayuda de entornos de desarrollo especializados. Un diseño puede ser descrito por medio de un lenguaje de programación HDL o bien por medio de un esquema que representa la interconexión de los elementos del sistema. Los lenguajes HDL más comunes son el VHDL y el Verilog.

Para simplificar el diseño de sistemas complejos hay bibliotecas predefinidas que ejecutan funciones, o circuitos que han sido verificados y optimizados previamente para ser tan rápidos como sea posible u ocupar los mínimos recursos de hardware. Estos circuitos predefinidos se conocen con el nombre de *IP cores*⁴⁵ y los proporcionan tanto los mismos fabricantes de FPGA como terceras empresas.

⁽⁴⁵⁾*IP cores* es la abreviatura de *intellectual property core*.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Fabricantes de FPGA

Hay diferentes tipos de fabricantes de FPGA; sin embargo, en la actualidad el mercado está dominado por dos grandes firmas: Xilinx y Altera. Entre ambas controlan más de dos tercios del mercado. Otros fabricantes destacables son Lattice Semiconductor, Actel, QuickLogic y Achronix Semiconductor. Cada uno de estos fabricantes está especializado en un segmento de aplicaciones diferente.

En las tendencias actuales, las FPGA adoptan arquitecturas conocidas con el nombre de *grano grueso*⁴⁶ en las que en la misma FPGA, además de disponer de los bloques lógicos tradicionales, hay la posibilidad de interconectar desde multiplicadores hardware hasta microprocesadores empotrados y los periféricos de estos microprocesadores para completar todo un sistema dentro de un chip⁴⁷.

⁽⁴⁶⁾En inglés, *coarse grained*.

⁽⁴⁷⁾En inglés, *system on chip*.

Tecnologías híbridas

Un ejemplo de tecnologías híbridas son los dispositivos de Xilinx Virtex-II y Virtex-IV, que incluyen un procesador PowerPC, o más. Encontramos ejemplos similares en dispositivos de otras marcas que llegan a incluir diferentes periféricos y los convertidores AD y DA.

Una alternativa a la utilización de estos procesadores hardware de silicio⁴⁸ dentro de las FPGA es el uso de núcleos software⁴⁹, que implementan exactamente las mismas funcionalidades utilizando los recursos lógicos de la FPGA.

⁽⁴⁸⁾En inglés, *hard cores*.

⁽⁴⁹⁾En inglés, *soft cores*.

Algunas FPGA modernas disponen también de la posibilidad de reprogramarse en tiempo de ejecución y, por lo tanto, son capaces de llevar a cabo sistemas reconfigurables. De este modo, mientras una porción de la FPGA trabaja, la otra puede ser reestructurada para la realización de tareas nuevas.

Nuevas FPGA

Recientemente ha aparecido un tipo especial de FPGA a medio camino de un ASIC, que solo permite ser programado una vez, con la contrapartida de que el diseño final se acerca más al resultado que se obtendría si la aplicación se hubiera hecho en un ASIC. Los consumos son algo más bajos y el sistema es algo más rápido.

Las FPGA se utilizan ampliamente para la validación de sistemas en todas las fases de diseño. También se utilizan para el desarrollo de microsoftware. Además de una cuestión de costes, los productos FPGA, gracias a una mayor facilidad de diseño y a la facilidad de corrección de errores que presentan sobre los ASIC, les conquistan cada vez más cuota de mercado. Las FPGA, en general, son más costosas que los DSP.

Actividad 5

Para completar la información sobre los dispositivos FPGA consultad el sitio web fpga4fun.com. En él encontraréis mucha información relativa a estos dispositivos, introducciones muy elaboradas, proyectos basados en FPGA y una sección de enlaces a los fabricantes más importantes. Hay manuales de aprendizaje de los lenguajes de descripción de hardware más utilizados, y en el sitio web opencores.org encontraréis una lista de núcleos disponibles. algunos de ellos verificados sobre FPGA.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

4.3. Circuitos integrados de aplicaciones específicas

Un circuito integrado de aplicación específica (ASIC⁵⁰) es un circuito fabricado expresamente para un producto o aplicación, en contraposición a los circuitos diseñados para usarlos en muchas aplicaciones, como es el caso de los microprocesadores.

⁽⁵⁰⁾Del inglés, *application specific integrated circuit*.

Por ejemplo, un circuito pensado únicamente para la función en una impresora es un ASIC. Se fabrican con obleas de materiales semiconductores (silicio, germanio y arseniuro de galio) en un proceso muy elaborado. Así pues, sobre un sustrato semiconductor se integran y se interconectan un gran número de transistores.

Proceso de integración de transistores

Como es bien sabido, el proceso de integración de transistores ha crecido de manera espectacular a lo largo de los años hasta llegar hoy en día a la integración de hasta 2 billones de transistores. El diseño de estos circuitos puede llegar a tardar un año o dos con un equipo de ingenieros trabajando en ello.

Como los diseños acaban implementándose en semiconductores, estos semiconductores tienen que estar muy bien depurados para garantizar que funcionen correctamente. Los ASIC son la solución más eficiente si el volumen de ventas puede resistir el coste de desarrollo.

Volumen de ventas y coste de desarrollo

Según datos del 2010, solo el coste de fabricación de la máscara de un ASIC es de 100.000 dólares si se utiliza tecnología de 250 nm, y de 2.000.0000 dólares si se utiliza la de 65 nm. A esto hay que sumar los costes de fabricación de los prototipos y la fabricación de la oblea. El 85% de los proyectos relacionados con el desarrollo de un ASIC tienen retrasos y estos retrasos se suelen alargar un 50% más del tiempo estipulado. Se ha contabilizado que la media de iteraciones en este tipo de diseño es de 4,7 veces y que en cada iteración hay que hacer una máscara nueva. Por eso la tecnología de los ASIC es poco flexible y los rediseños son muy costosos. Hay que hacerse cargo de los costes fijos, los costes de diseño y los costes de los retrasos. Pensando en el producto que se va a comercializar, llegar tarde al mercado suele ser muy costoso. A pesar de todo, para grandes volúmenes de unidades, esta tecnología acaba siendo la más barata.

Cabe distinguir diferentes técnicas de diseño de ASIC. Hay técnicas más rígidas que optimizan al máximo el producto; tal es el caso de los diseños totalmente a medida que se hacen de transistor a transistor y se reservan para casos muy especiales porque el coste inicial de desarrollo es muy alto, puesto que hay que definir la totalidad de las capas litográficas del dispositivo. El beneficio principal de este método es que se obtienen unos diseños que ocupan muy poca área y, por lo tanto, los costes por unidad son más bajos. También hay la posibilidad de que incorporen componentes analógicos y componentes pre-diseñados (procesadores, memorias, etc.).

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Finalmente, la técnica que proporciona más flexibilidad y velocidad de desarrollo la encontramos en los ASIC estructurados. En esta tecnología, el fabricante predefine las capas lógicas, y el diseño se concentra en crear las capas de metal hechas a medida que determinan las conexiones entre los elementos predefinidos de las capas anteriores. La tecnología de ASIC estructurados cubre el segmento entre los FPGA y los ASIC basados en celdas. En estos diseños solo hay que producir un pequeño número de capas metálicas, con lo cual los costes se reducen notablemente y se acelera el proceso de fabricación. Parte de la metalización ya está definida y cuestiones como la alimentación del circuito y el reloj también están predefinidas. A grandes rasgos, contienen matrices de transistores en las que no faltan más que las interconexiones. Esta técnica proporciona una notable reducción de tiempo y costes fijos. Ni que decir tiene que esta tecnología también permite el uso de módulos IP.

Si comparamos los ASIC con las FPGA, los primeros ofrecen más prestaciones a un riesgo más elevado. Una opción intermedia entre las FPGA y los ASIC consiste en la utilización de los ASIC estructurados. Las estrategias actuales en el diseño electrónico, incluso cuando está demostrado que el ASIC es la opción más ventajosa, hacen los prototipos y las primeras series con otra tecnología (DSP, FPGA) para no perder cuota de mercado en los primeros momentos de lanzamiento del producto. Posteriormente, se lanza al mercado el producto con el ASIC coincidiendo con su masificación y la bajada de precios.

Actividad 6

Para ampliar conocimientos y tener una idea lo más actualizada posible del nivel de integración que ofrecen los ASIC, que de acuerdo con la ley de Moore se incrementa día tras día, consultad, por ejemplo, las ofertas que en materia de ASIC ofrece Chipx. Averigüad para qué aplicaciones se suelen usar, qué nivel de integración proporcionan, qué nivel de tensión de alimentación necesitan, niveles de consumo, frecuencias de trabajo, etc.

De manera más general, consultad la página web Direct Industry, donde aparecen productos y listas de fabricantes.

Para más información sobre ASIC consultad ASICs... the website.

4.4. Introducción a la radio definida por software

La radio definida por software (SDR⁵¹) es una consecuencia de muchas innovaciones hechas a lo largo de los años. Las raíces de las radios definidas por software las encontramos cuando el software se empieza a utilizar en la tecnología radio, programando filtros y otros algoritmos en procesadores digitales de señal (DSP). Así, en un sistema de radio definido por software, se genera

⁽⁵¹⁾Del inglés, *software defined radio*.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

El objetivo básico de la SDR es que la radio esté totalmente configurada o definida por el software o por código, de forma que una plataforma hardware genérica pueda ser usada dependiendo del código que ejecute y configure unos equipos de radio determinados, incluida la posibilidad de estar reconfigurada para que actualice o bien cambie totalmente el estándar de comunicaciones con el que opera.

Esta tecnología tiene orígenes militares, en el proyecto llamado *Joint tactical radio system*, en el cual se buscaba que una simple plataforma hardware pudiera ser usada para utilizar una gran variedad de esquemas de modulación y protocolos de comunicación simplemente reconfigurando el código requerido para la aplicación determinada. La motivación era que hubiera fuerzas de diferentes países que pudieran operar conjuntamente para adaptar las comunicaciones a las particularidades que definía cada país.

El concepto SDR es igualmente aplicable al mundo comercial. Una de las primeras aplicaciones que ha encontrado es en las estaciones base de las comunicaciones móviles, que de manera frecuente actualizan o incorporan nuevos estándares. Disponiendo de una plataforma genérica, estos procedimientos se pueden incorporar fácilmente. Migrar de UMTS a HSPA y a LTE se puede hacer actualizando un software nuevo sin necesidad de cambiar el hardware a pesar de que se utilicen diferentes esquemas de modulación e incluso bandas de frecuencias diferentes.

Parece que el concepto SDR puede encajar en muchas aplicaciones y también que los nuevos progresos tecnológicos se mueven en este sentido. A pesar de todo, aunque se pueda creer que es sencillo, crear una definición de SDR no es inmediato. Hace falta una definición robusta por muchas razones, puesto que el mundo de las comunicaciones, además de jugar con muchos estándares, es un mundo muy regulado. Desde el foro SDR distinguen dos modalidades de radio en las que está presente el software. Por un lado, las radios “controladas” por software, en las cuales hay alguna o todas las funciones de la capa física controladas por código. Por el otro, las radios “definidas” por software (SDR), en las que el código define todas las funciones de la capa física, es decir, es el código el que especifica la funcionalidad de la radio: si este código cambia también cambian las funcionalidades que tiene.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Idealmente, la señal captada por la antena tendría que ser convertida directamente a su formato digital y todo el resto de procesamiento se haría por medio de código. A pesar de todo, para conseguir esto, las antenas, los convertidores analógicos digitales, el amplificador de bajo ruido y el amplificador de potencia que formarían el bloque de radiofrecuencia (RF), que trabajaría con el procesador de banda base, necesitan cumplir ciertas especificaciones, y la señal también ha de tener determinados niveles de potencia. Una concepción maximalista del concepto SDR buscaría una tecnología para hacer que este frontal o *front end* de radiofrecuencia también pueda ser tan reconfigurable como sea posible.

Actualmente parece que estamos lejos de conseguir este frontal tan generalista, pero hay mucha investigación en este sentido. Por eso, desde el foro SDR se establecen diferentes niveles hacia el logro del objetivo máximo establecido, que se correspondería con un cuarto nivel. Hoy en día la frontera de conocimiento trabaja en un tercer nivel, en el cual se define una estructura ISR⁵² en la que la frontera entre la parte configurable y los elementos no configurables se coloca muy cerca de la antena.

⁽⁵²⁾ISR es la abreviatura en inglés de *ideal software radio*.

Una de las grandes ventajas que se prevén de esta tecnología es la portabilidad, que se puede traducir en ahorros de costes, puesto que hay esquemas de comunicación, tanto en el ámbito militar como en el comercial, desarrollados previamente, y en que su desarrollo ha comportado grandes inversiones, que se pueden reutilizar en proyectos diversos y ejecutar en plataformas diferentes. Del mismo modo, las migraciones hacia nuevas tecnologías resultan más sencillas si hay una renovación tanto del hardware como del software. Una tercera ventaja la encontramos en la interoperabilidad entre proveedores de equipos y de código. La portabilidad, sin embargo, no siempre es fácil de conseguir, y por eso en las fases iniciales del diseño hay que asegurar que esto sea posible. Siguiendo los criterios de la SCA⁵³, para conseguirlo hay que utilizar técnicas de programación estructurada.

⁽⁵³⁾SCA es la abreviatura en inglés de *software communications architecture*.

Otro tema muy importante es la seguridad en SDR tanto para las aplicaciones militares como para las comerciales, y más, si las actualizaciones del software se hacen por Internet.

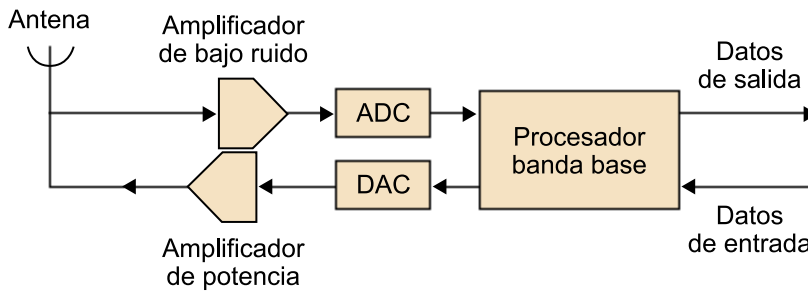
Un esquema de la arquitectura SDR está representado en la figura 46. Vemos que no hay ninguna conversión de frecuencia y que la conversión AD y DA

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white starburst shape behind the text.

Figura 46. Esquema SDR de nivel 3



Los bloques básicos se detallan a continuación:

- **Amplificador RF.** En la banda de transmisión este elemento se utiliza para amplificar la señal al nivel convenido (amplificador de potencia) y ubicarlo en la banda de frecuencia que corresponde. En el lado de la recepción, la señal tiene que ser amplificada sin descontrolar la relación señal-ruido, y para eso hay que utilizar un amplificador de bajo ruido (LNA⁵⁴).
- **Conversión de frecuencia.** A pesar de que en muchos casos no se puede hacer un muestreo directo de la señal, y que previamente hay que hacer alguna conversión de frecuencia no mostrada en la figura, para señales ubicadas en las bandas inferiores del espectro, la señal puede alimentar directamente los convertidores AD y AC.
- **Conversión digital.** Los convertidores son una de las partes más importantes y, como hemos visto, hay que tener presentes cuestiones de resolución, ancho de banda, etc.
- **Procesador de banda base.** Es el núcleo del SDR y realiza muchas funciones por medio de algoritmos de procesamiento de la señal, desde tareas de conversión de bandas hasta tareas de filtrado, modulaciones, sincronización, etc.

⁽⁵⁴⁾Del inglés, *low-noise amplifier*.

Una de las características clave del procesador banda base es su capacidad de procesamiento. En términos generales, cuanto más capacidad de procesamiento, más consumo de potencia. Para esta tarea se consideran desde DSP y FPGA hasta procesadores de propósito general. Esta capacidad de reconfiguración que presentan las FPGA parece que puede encajar en el concepto SDR.

Usos del SDR

El SDR ya es una realidad hoy en día y está presente en muchas áreas a pesar de que todavía tenga limitaciones considerables. Por ejemplo, es importante mejorar la relación consumo de potencia / capaci-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Resumen

La evolución de la tecnología de circuitos integrados ha hecho posible el desarrollo de las comunicaciones digitales, que ofrecen grandes ventajas respecto a las comunicaciones analógicas, pero en cambio añaden complejidad a los equipos. En este módulo hemos visto las características más importantes de los equipos digitales y establecido los fundamentos para entenderlos. La amplitud del tema no permite profundizar en todos los aspectos que hay involucrados en estos sistemas, como por ejemplo la modelización de canales, los ecualizadores de canal, las estrategias de sincronismo, los algoritmos de codificación de fuente y de canal y los de decodificación del mismo tipo que el algoritmo de Viterbi. Sin embargo, sí hemos presentado aspectos clave del funcionamiento de estos equipos, como por ejemplo, el modelo paso bajo, los conceptos relativos al muestreo de las señales y la densidad espectral de potencia, además de aspectos generales sobre las maneras en que se pueden organizar diferentes usuarios para acceder y compartir unos recursos espectrales limitados.

En cuanto a los subsistemas digitales nos hemos centrado en los NCO, los PLL y los mezcladores digitales. Hemos expuesto las modulaciones digitales principales tanto para los casos binarios como para los multinivel. A partir de la comprensión de estos casos, podemos estudiar las ventajas de las modulaciones que disponen de memoria o esquemas más sofisticados, como son las modulaciones de espectro ensanchado como CDMA y las modulaciones OFDM.

Finalmente, hemos presentado tres de las tecnologías principales con que se implementa el procesamiento banda base y que, por lo tanto, encontramos de manera extensa en los equipos de comunicaciones digitales. Así, hemos indicado que, cuando el volumen de fabricación es realmente muy grande, los ASIC, a pesar de ser una solución muy rígida, son la opción más rentable tanto en términos de coste económico como de consumo de los equipos. Sin embargo, cuando no se pueden asegurar volúmenes de fabricación tan grandes, las soluciones suelen pasar por la opción de los DSP, que además de proporcionar mucha flexibilidad y permitir que evolucione el sistema solo actualizando el código, se han ido adaptando a las diferentes demandas del mercado tanto en términos de capacidad de cálculo como de consumo. Ahora mismo son la tecnología dominante en los equipos. Los FPGAs ejercen un dominio inter-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Ejercicios de autoevaluación

1. A partir de las expresiones de las señales en fase y en cuadratura de la tabla siguiente, determinad el equivalente paso bajo de cada modulación en términos del módulo $a(t)$ y la fase $\theta(t)$. Determinad las modulaciones que presentan módulo constante.

Tipo de modulación	Componente en fase: $S_f(t)$	Componente en cuadratura: $S_Q(t)$
AM	$A_c[1 + m(t)], m(t) < 1$	0
DSB-SC	$A_c m(t)$	0
PM	$A_c \cos(D_p m(t))$	$A_c \sin(D_p m(t))$
FM	$A_c \cos\left(D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$	$A_c \sin\left(D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$
SSB-AM-SC	$A_c m(t)$	$\pm A_c \hat{m}(t)$

2. Calculad la relación señal-ruido de un cuantificador uniforme según los bits b cuando la densidad de probabilidad de la señal de entrada es triangular. La señal $x(n)$ cumple que $x(n) \leq X_{max}$.

3. Describid las tres razones prácticas que justifican la utilización del sobremuestreo a pesar de que se incremente el número de muestras que se tienen que procesar por segundo.

4. ¿Por qué genera distorsión la generación de un patrón de errores regular a la hora de muestrear una señal? ¿Cómo se combate este efecto? ¿Qué precio hay que pagar por ello?

5. Tratad de encontrar la densidad espectral de potencia del equivalente paso bajo de la señal digital cuyos símbolos cumplen de manera genérica:

$$E[s_m^* s_n] = \begin{cases} \sigma_s^2 + \mu_s^2 & m = n \\ \mu_s^2 & m \neq n \end{cases} \quad 3.120$$

cuando se utiliza un impulso conformador $g(t)$ de tipo coseno realzado, donde:

$$g(t) = \frac{A}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{T}{2}\right)\right) \right], \quad 0 \leq t \leq T \quad 3.121$$

con transformada:

$$G(f) = \frac{AT}{2} \frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T (1 - f^2 T^2)} e^{-j\pi f T} \quad 3.122$$

6. Calculad el espectro de potencia de una señal M-ASK que para el símbolo m vale:

$$s_m(t) = \text{Re} \left\{ A_m e^{j2\pi f_c t} \right\} = A_m \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T \quad 3.127$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$g(t) = \Pi\left(\frac{t - T/2}{T}\right) \quad 3.129$$

7. ¿Cuál tiene que ser el valor ϕ_{INC} que hay que aplicar a la entrada de un NCO para obtener una frecuencia de salida de 3,65 MHz si la frecuencia del reloj es de 75 MHz y el acumulador de 32 bits? ¿Cuál es la resolución de frecuencia que tiene? Volvéase a calcular este valor si trabajamos con un acumulador de 24 bits.

8. Considerad el modelo lineal del PLL digital presentado en la figura 27. Determinad la función de transferencia $T_1(z)$ y $T_2(z)$ que relaciona la fase estimada y la fase recibida según las constantes necesarias (T , α , β , K_v). $T_1(z)$ es la función de transferencia del PLL lineal de primer orden y $T_2(z)$, la de segundo orden.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow and orange gradient bar at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Solucionario

Ejercicios de autoevaluación

1. Módulos y fases de las modulaciones analógicas más utilizadas

Tipo de modulación	Módulo: $a(t)$	Fase: $\theta(t)$
AM	$A_c 1+m(t) $	0
DSB-SC	$ A_c m(t) $	0
PM	A_c	$D_p m(t)$
FM	A_c	$D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$
SSB-AM-SC	$A_c \sqrt{m(t)^2 + \hat{m}(t)^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{\pm m(t)}{\hat{m}(t)}\right)$

Las modulaciones PM y FM tienen la envolvente $a(t)$ constante.

2. En este caso la función de densidad de probabilidad de la señal tiene la expresión analítica:

$$f(x) = -\frac{|x|}{X_{max}^2} + \frac{1}{X_{max}} \text{ para } |x| < X_{max} \text{ y } f(x) = 0 \text{ para } |x| \geq X_{max} \quad 3.117$$

Podemos comprobar fácilmente dando valores fáciles de calcular ($0, \pm X_{max}/2, \pm X_{max}$) que la expresión 3.117 se trata de un triángulo de área unidad (recordemos que las funciones de densidad de probabilidad tienen que cumplir esta propiedad). Vemos también por la simetría que tiene respecto al origen que la media vale cero $\mu_x = 0$. Entonces:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_{-X_{max}}^0 x^2 \left(\frac{x}{X_{max}^2} + \frac{1}{X_{max}} \right) dx + \int_0^{X_{max}} x^2 \left(-\frac{x}{X_{max}^2} + \frac{1}{X_{max}} \right) dx \quad 3.118 \\ &= 2 \int_0^{X_{max}} x^2 \left(-\frac{x}{X_{max}^2} + \frac{1}{X_{max}} \right) dx = \frac{X_{max}^2}{6} \end{aligned}$$

y el ruido de cuantificación:

$$SNR_Q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} = \frac{3 \cdot 2^2 b \cdot \sigma_x^2}{X_{max}^2} = \frac{22b}{2} \quad 3.119$$

3. Las encontraréis explicadas en la teoría. Véase el subapartado 1.4 de este módulo.

4. Porque los errores que se suceden de manera periódica introducen frecuencias espurias

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T (1 - f^2 T^2)} \quad 3.123$$

Vemos que cuando $f=0$, tenemos una indeterminación. En este punto es de utilidad recordar la regla de L'Hôpital para resolverla:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{dx}}{\frac{g(x)}{dx}} \quad 3.124$$

Aplicando la regla de L'Hôpital a la ecuación 3.123, derivando respecto a f su numerador y denominador, la resolvemos para el punto $f=0$; vemos que la función anterior vale 1. Para $f = \pm 1/T$ volvemos a tener una indeterminación. Aplicando otra vez esta regla la resolvemos. Vemos que el término anterior toma valor $-1/2$ en estos dos puntos. El término en estudio vale 0 en el resto de múltiplos positivos y negativos de $1/T$, de forma que el segundo sumando de la expresión 3.45 nos genera solo tres deltas.

Entonces, dado que:

$$|G(f)|^2 = \left(\frac{AT}{2} \right)^2 \left[\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T (1 - f^2 T^2)} \right]^2 \quad 3.125$$

tenemos:

$$S(f) = T \left(\frac{\sigma_s A}{2} \right)^2 \left[\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T (1 - f^2 T^2)} \right]^2 + \mu_s^2 \left(\frac{A}{2} \right)^2 \left(\delta(f) + \frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{T}\right) + \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{T}\right) \right) \quad 3.126$$

6. Utilizamos la expresión general 3.45 del espectro de la señal banda base:

$$S(f) = \frac{\sigma_i^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{\mu_i^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G\left(\frac{m}{T}\right)|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \quad 3.130$$

El módulo al cuadrado de la transformada del impulso $g(t)$ vale:

$$G(f) = T \frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} e^{-j\pi f T} \quad 3.131$$

Por lo tanto:

$$|G(f)|^2 = T^2 \left(\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \quad 3.132$$

La media y la varianza:

$$\mu_i = E[A_m] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} A_c m = A_c \frac{(M-1)}{2} \quad 3.133$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

$$\begin{aligned}
 S(f) &= \frac{\sigma_i^2}{T^2} |G(f)|^2 + \frac{\mu_i^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| G\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \\
 &= A_c^2 \frac{M^2 - 1}{12} T \left(\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + \frac{A_c^2 (M-1)^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} T^2 \left(\frac{\text{sen}(\pi m)}{\pi m} \right)^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \\
 &= A_c^2 \frac{M^2 - 1}{12} T \left(\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + A_c^2 \frac{(M-1)^2}{4} \delta(f)
 \end{aligned} \quad 3.135$$

y por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 S(f) &= \frac{1}{2} [S(f - f_c) + S(f - f - f_c)] \\
 &= A_c^2 \frac{M^2 - 1}{24} T \left(\frac{\text{sen}(\pi(fT - f_c))}{\pi(fT - f_c)} \right)^2 + A_c^2 \frac{(M-1)^2}{8} \delta(f - f_c) + \\
 &+ A_c^2 \frac{M^2 - 1}{24} T \left(\frac{\text{sen}(\pi(fT + f_c))}{\pi(fT + f_c)} \right)^2 + A_c^2 \frac{(M-1)^2}{8} \delta(f + f_c)
 \end{aligned} \quad 3.136$$

7. Para obtener una frecuencia de salida de 3,65 MHz hay que aplicar un incremento de fase en la entrada de:

$$\phi_{INC} = \frac{f_o \cdot 2^M}{f_{clock}} = \frac{3,65 \cdot 10^6 \cdot 2^{32}}{75 \cdot 10^6} = 209.021.742 \quad 3.137$$

Con un acumulador de 32 bits, la resolución de frecuencia del oscilador es de:

$$f_{res} = \frac{f_{clock}}{2^M} = \frac{75 \cdot 10^6}{2^{32}} = 0,0175 \text{ Hz} \quad 3.138$$

Trabajando con 24 bits tenemos:

$$\phi_{INC} = \frac{f_o \cdot 2^M}{f_{clock}} = \frac{3,65 \cdot 10^6 \cdot 2^{24}}{75 \cdot 10^6} = 816.491 \quad 3.139$$

$$f_{res} = \frac{f_{clock}}{2^M} = \frac{75 \cdot 10^6}{2^{24}} = 4,4703 \text{ Hz} \quad 3.140$$

8. La función de transferencia de la figura 27:

$$T(z) = \frac{\widehat{\theta}(z)}{\theta(z)} = \frac{H(z) \frac{K_V T z^{-1}}{1-z^{-1}}}{1 + H(z) \frac{K_V T z^{-1}}{1-z^{-1}}} = \frac{H(z) K_V T z^{-1}}{1 - z^{-1} + H(z) K_V T z^{-1}} \quad 3.141$$

Según la ecuación 3.62, y teniendo en cuenta que un PLL de primer orden se da cuando $\alpha \neq 0$ y $\beta = 0$, tenemos que la función de transferencia del filtro de lazo de primer orden vale $H(z) = \alpha$. Por lo tanto:

$$T_1(z) = \frac{\widehat{\theta}(z)}{\theta(z)} = \frac{\alpha K_V T z^{-1}}{1 - z^{-1} + \alpha K_V T z^{-1}} = \frac{\alpha K_V T z^{-1}}{1 - (1 - \alpha K_V T) z^{-1}} \quad 3.142$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$T_2(z) = \frac{\widehat{\theta}(z)}{\theta(z)} = K_v T \frac{(\alpha + \beta)z^{-1} - \alpha z^{-2}}{1 - (2 - K_v T(\alpha + \beta))z^{-1} - (\alpha K_v T - 1)z^{-2}} \quad 3.144$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Glosario

acceso múltiple por división de código *m* Técnica de espectro ensanchado según la cual múltiples usuarios comparten recursos espectrales identificando sus señales con un código.

sigla **CDMA**

en code division multiple access

acceso múltiple por división de frecuencia *m* Técnica según la cual múltiples usuarios comparten el canal organizando sus señales en bandas de frecuencia diferente.

sigla **FDMA**

en frequency division multiple access

acceso múltiple por división de tiempo *m* Técnica según la cual múltiples usuarios comparten el canal organizando las señales en instantes de tiempos diferentes.

sigla **TDMA**

en time division multiple access

ADPLL Véase **PLL totalmente digital**.

aliasing *m* Efecto que causa que señales continuas diferentes se vuelvan indistinguibles cuando se muestrea digitalmente.

all digital PLL Véase **PLL totalmente digital**.

amplitude shift keying *f* Técnica de modulación que codifica los datos digitales en las variaciones de amplitud de la onda portadora.

sigla **ASK**

ancho de banda *f* Margen de frecuencias en el cual se concentra la mayor parte de la potencia de la señal.

application specific integrated circuit Véase **circuito integrado de aplicación específica**.

ASIC Véase **circuito integrado de aplicación específica**.

ASK Véase **amplitude shift keying**.

baudio *m* Unidad de medida utilizada para identificar el número de símbolos por segundo.

bit rate Véase **velocidad de transmisión**.

CAD Véase **convertidor analógico-digital**.

CDA Véase **convertidor digital-analógico**.

CDMA Véase **acceso múltiple por división de código**.

capacidad de un canal *f* Cantidad máxima de información que puede transportar un canal de manera fiable, es decir, con una probabilidad de error tan pequeña como se quiera. Normalmente se expresa en bits por segundo (bps).

circuito integrado de aplicación específica *m* Circuitos fabricados expresamente para una aplicación o producto.

sigla **ASIC**

en application specific integrated circuit

~~*code division multiple access* Véase **acceso múltiple por división de código**~~

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

pectivamente. Los puntos en la constelación representan los símbolos que forman el alfabeto de la modulación.

convertidor analógico-digital *m* Circuito electrónico que convierte una señal analógica en digital.
sigla **CAD**

convertidor digital-analógico *m* Circuito electrónico que convierte una señal digital en analógica.
sigla **CDA**

DDC Véase **digital down converter**.

densidad espectral de potencia *f* Función que permite evaluar cómo se reparte la potencia de una señal entre las diferentes frecuencias del espectro de esta señal.

digital down converter *m* Circuito digital que convierte una señal digital centrada en una frecuencia intermedia en una señal banda base compleja centrada en frecuencia cero. Normalmente lleva a cabo, además, un proceso de delmado.
sigla **DDC**

digital signal processor Véase **procesador digital de señal**.

digital up converter *m* Circuito digital que convierte una señal compleja de banda base en una señal real passabanda.
sigla **DUC**

distorsión *f* Alteración en la forma de una señal debida a la pérdida de linealidad o al mal funcionamiento de algún dispositivo.

dithering *m* Acción de añadir ruido intencionado en la entrada de un dispositivo con el fin de combatir algún tipo de distorsión.

DSP Véase **procesador digital de señal**.

DUC Véase **digital up converter**.

dúplex por división de frecuencia *m* Forma de organización de los dos sentidos de la comunicación basada en el uso de dos bandas de frecuencia diferentes.
sigla **FDD**
en frequency division duplex

dúplex por división de tiempo *m* Forma de organización de los dos sentidos de la comunicación basada en un reparto temporal de la misma banda.
sigla **TDD**
en time division duplex

equivalente paso bajo *m* Representación compleja de señales paso banda de banda estrecha oportuna para procesarla en banda base.

error de cuantificación *m* Diferencia entre la señal muestreada (continuo en su margen de valores) y la señal cuantificada (discreto en su margen de valores).

FDD Véase **dúplex por división de frecuencia**.

FDMA Véase **acceso múltiple por división de frecuencia**.

field programmable gate array Véase **matriz de puertas programable in situ**.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

frequency shift keying *f* Técnica de modulación que codifica los datos digitales a las variaciones de frecuencia de la onda portadora.
sigla **FSK**

frecuencia de muestreo *f* Inverso del tiempo de muestreo.

FSK Véase *frequency shift keying*.

gaussian minimum shift keying *f* Modulación MSK con filtratge gaussiano la principal característica de la cual es la baja interferencia en los canales vecinos. El sistema de comunicaciones móviles GSM lo utiliza.
sigla **GMSK**

GMSK Véase *gaussian minimum shift keying*.

hardware description language Véase **lenguaje de descripción de hardware**.

HDL Véase **lenguaje de descripción de hardware**.

interferencia intersimbólica *f* Distorsión de la señal recibida que se manifiesta mediante ensanchamientos temporales, y el consiguiente encabalgamiento, de impulsos individuales enviados de manera consecutiva.
sigla **ISI**
en intersymbol interference

intersymbol interference Véase **interferencia intersimbólica**.

ISI Véase **interferencia intersimbólica**.

jitter Véase **ruido de fase**.

lenguaje de descripción de hardware *m* Lenguaje utilizado para definir interconexiones de hardware. A menudo utilizado para la programación de las FPGA.
sigla **HDL**
en hardware description language

margen dinámico libre de espurios *m* Marge de potencias en el cual podemos mover la entrada para que la potencia de ruido de la salida sea siempre más grande que la potencia de espurios y, por lo tanto, los espurios queden enmascarados por el ruido.
sigla **SFDR**
en spurious free dynamic range

matriz de puertas programable in situ *f* Dispositivo semiconductor que contiene bloques de lógica en que la interconexión y funcionalidad puede ser configurada.
sigla **FPGA**
en field programmable gate array

minimum shift keying *f* Técnica de modulación que combina dos modulaciones PSK (o FSK, ASK) binarias en la cual los bits pares son modulados en el componente en fase y los impares, en el componente en cuadratura. Tienen la ventaja de no presentar discontinuidades de fase.
sigla **MSK**

modulación de amplitud de los impulsos *f* Técnica de modulación en que la información digital se envía en los diferentes niveles de amplitud de los impulsos banda base.
sigla **PAM**
en pulse amplitude modulation

MSK Véase *minimum shift keying*.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

sigla **NCO**

en numerically controlled oscillator

oversampling Véase **sobremuestreo**.

PAM Véase **modulación de amplitud de los impulsos**.

phase shift keying *f* Técnica de modulación que codifica los datos digitales a las variaciones de fase de la onda portadora.

sigla **PSK**

en phase shift keying

PLL totalmente digital *m* Lazo de seguimiento de fase con todos los componentes elaborados en tecnología digital.

sigla **ADPLL**

en ajo digital PLL

procesador digital de señal *m* Procesador concebido para ejecutar algoritmos de procesamiento de señal de manera eficiente.

sigla **DSP**

en digital signal processor

PSK Véase **phase shift keying**.

pulse amplitude modulation Véase **modulación de amplitud de los impulsos**.

QAM Véase **quadrature amplitude modulation**.

QPSK Véase **quadrature PSK**.

quadrature amplitude modulation *f* Técnica de modulación que codifica los datos digitales a las variaciones de amplitud de la onda portadora. Presenta más variedad de niveles que ASK.

sigla **QAM**

quadrature PSK *f* PSK de cuatro niveles.

sigla **QPSK**

relación señal-ruido *f* Cociente de potencias de la señal útil y del ruido.

SDR Véase **radio definida por software**.

señales de banda estrecha *fpl* Señales paso banda cuyo ancho de banda es muy pequeño en relación con la frecuencia central que tienen.

SFDR Véase **margen dinámico libre de espurios**.

sistemas de banda estrecha *m pl* Sistemas que utilizan señales de banda estrecha.

sobremuestreo *m* Técnica de muestreo de la señal analógica que utiliza una frecuencia de muestreo muy superior a la frecuencia de Nyquist.

en oversampling

software defined radio *f* Radio definida por software.

sigla **SDR**

ruido de fase *m* En osciladores, ruido originado por la impureza de las referencias de frecuencia.

en jitter

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

tiempo de conversión m Tiempo que necesita el CAD para convertir un nivel analógico en una representación discreta.

tiempo de muestreo m Intervalo de tiempo regular en el cual el CAD toma muestras.

time division duplex Véase **dúplex por división de tiempo**.

time division multiple access Véase **acceso múltiple por división de tiempo**.

undersampling Véase **submuestreo**.

velocidad de señalización f Número de símbolos que se envían por segundo.
en symbol rate

velocidad de transmisión f Número de bits que se envían por segundo.
en bit rate

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow shadow effect at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Bibliografía

Artés, A.; Pérez, F. (2007). *Comunicaciones digitales*. Madrid: Pearson Educación.

Bateman, A. (1998). *Digital Communications*. Singapur: Addison-Wesley.

Couch, L. W. (1995). *Modern Communication Systems*. Londres: Prentice Hall International.

Crespo, C. (2008). *Radiocomunicación*. Madrid: Pearson Educación.

Harada, H.; Prasad, R. (2002). *Simulation and Software Radio for Mobile Communications*. Estados Unidos de América: Artech House.

Haykin, S. (1994). *Communication Systems* (3.^a ed.). Canadá: John Wiley & Sons.

Kester, W. (2003). *Mixed-signal and DSP design techniques*. Norwood (Massachusetts): Elsevier Inc.

Proakis, J. (1995). *Digital Communications* (3.^a ed.). Singapur: McGraw-Hill.

Tomasi, W. (2003). *Sistemas de comunicaciones electrónicas* (4.^a ed.) México: Pearson Educación.

Tretter, S. (2008). *Communication System Design Using DSP Algorithms With Laboratory Experiments for the TMS320C6713™ DSK*. Nueva York: Springer.

Enlaces de interés

<<http://ti.dsprelated.com/>>

<<http://www.fpga4fun.com>>

<<http://opencores.org/>>

<<http://www.wirelessinnovation.org>>

<<http://en.wikipedia.org>>

<<http://es.wikipedia.org>>

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99