Problema 05_01_04

...stra en forma de cubo de un material conductor tetragonal se somete a ...las de resistividad eléctrica y se obtiene el siguiente resultado:

$$\underline{\underline{\rho}} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{bmatrix} \mu\Omega.\mathrm{m}$$

...ar cómo está cortada la muestra respecto a los ejes principales y expresar ...stividad en estos ejes.

...dad, expresada en el sistema de los ejes principales, debe teber forma diagonal (éste ...cisamente el criterio de definición de los ejes principales). Para determinar las ...ones principales es preciso resolver el problema de autovalores/autovectores:

$$\underline{E} = \underline{\underline{\rho}} \cdot \underline{J} = \lambda \, \underline{J}$$

...scar las direcciones en las que el campo y la densidad de corriente son colineales. ...ovalores se obtienen de la ecuación secular:

$$\begin{vmatrix} \ldots 0 & 0 \\ \ldots - \lambda & -6 \\ \ldots 6 & 10-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (16-\lambda)\left[(10-\lambda)^2 - 36\right] = 0$$

y son: $\lambda = 16, 16, 4$

Problema 05_01_04

res asociados con estos autovalores se obtienen de:

$$\left.\begin{aligned} 0x_1 &= 0 \\ -6x_2 - 6x_3 &= 0 \\ -6x_2 - 6x_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &x_1 \ \text{cualquiera} \\ &x_2 + x_3 = 0 \end{aligned} \qquad \lambda_1 = 16 \quad \Rightarrow \quad \vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} 12x_1 &= 0 \\ 6x_2 - 6x_3 &= 0 \\ -6x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_3 = 16 \quad \Rightarrow \quad \vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

ovectores los escogemos de modo que formen un triedro a derechas. La matriz de sistema original ("antiguo") al nuevo, en el que la resistividad es diagonal, se ye colocando por filas los vectores de la base nueva expresados en la base antigua, :

$$\underset{\sim}{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

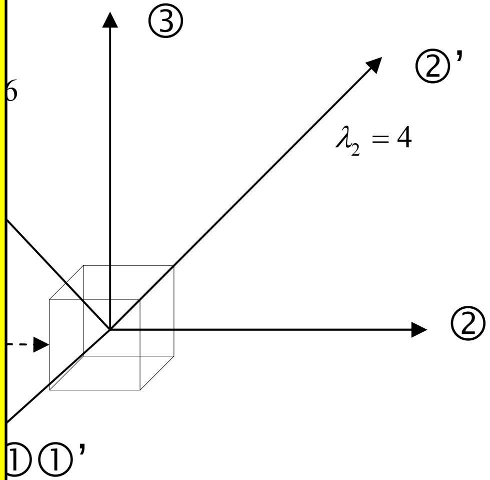
Problema 05_01_04

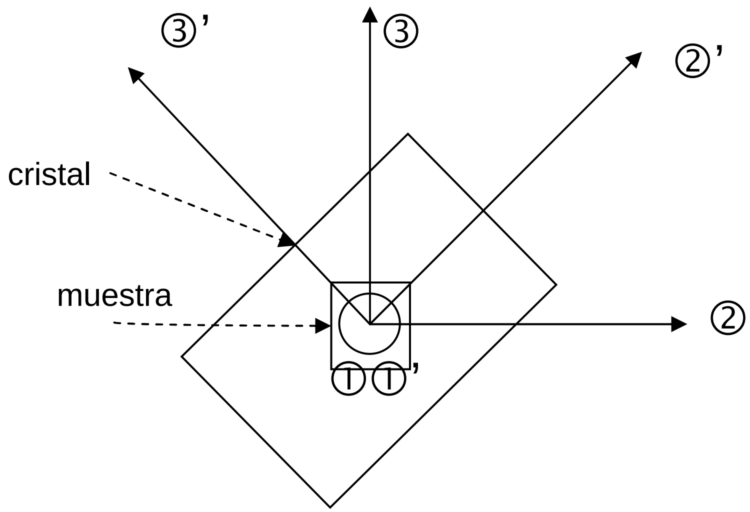
...tividad expresada en el sistema $\vec{u}_1 \quad \vec{u}_2 \quad \vec{u}_3$ se obtiene como:

$$\underline{\underline{\rho}}' = \underset{\sim}{L}\,\underline{\underline{\rho}}\,\underset{\sim}{L}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{\underline{\rho}}' = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \\ 0 & -8\sqrt{2} & 8\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

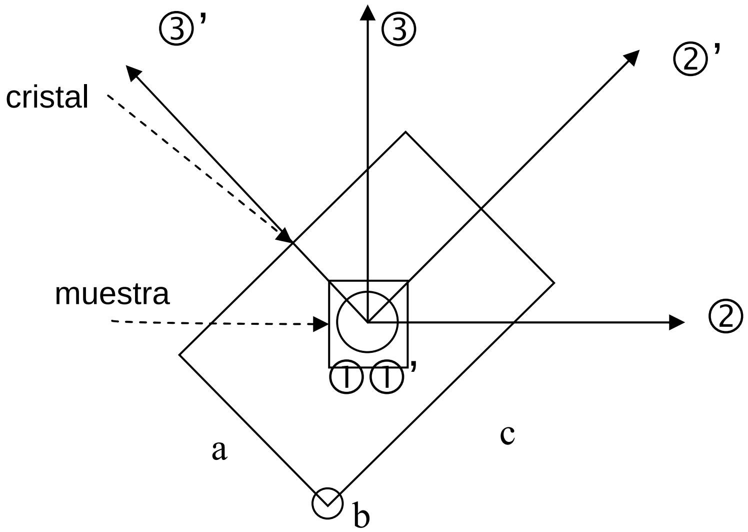
...mente diagonal. Podemos representar los ejes “antiguos” (los originales) y los “nuevos” ...) gráficamente:





Problema 05_01_04

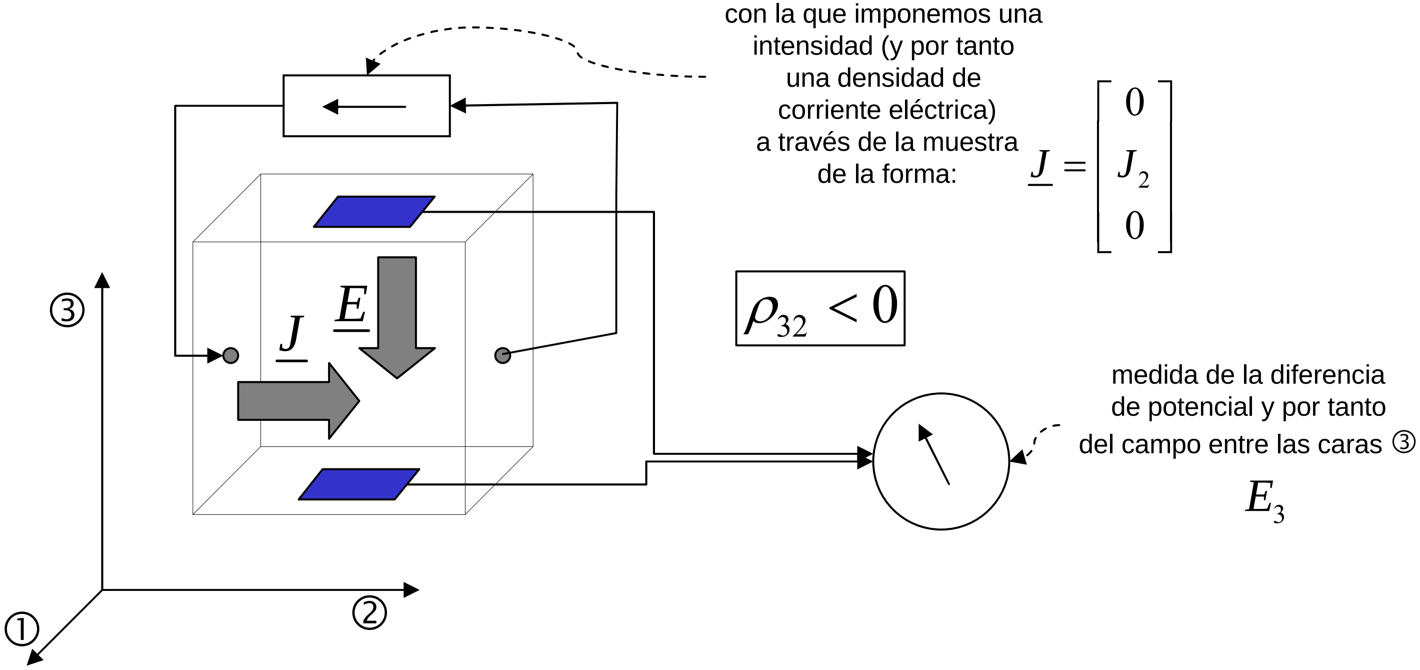
muestra ha sido cortada del monocristal del material como se ilustra en la figura de la
Los valores de la resistividad en los ejes principales son consistentes con el enunciado
tetragonal), puesto que dos valores son iguales y el tercero es diferente. También es
dentificar como direcciones cristalográficas equivalentes a y b, es decir, las que definen la
prisma tetragonal, planos {001}, las ①′ y ③′. La dirección ②′ es la del eje c.



e resistividad también son consistentes con un material hexagonal o trigonal.
didas de resistividad disponibles no es posible diferenciar entre estas tres alternativas.
diferentes de las conductividades en las direcciones principales indican que el flujo de
iene lugar con mayor facilidad en unas que en otras. En este caso, el material conduce
dirección ②’.

Problema 05_01_04

; numéricos negativos para algunas componentes de la resistividad no representan ninguna ıdicción física. Los experimentos en los que se mide la resistividad se realizan cadamente del siguiente modo:

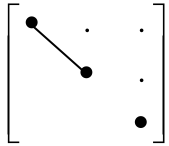


3,2 negativa de la resistividad implica que cuando la corriente aplicada en la medida es ıcia +②), el campo resultante es negativo (hacia -③).

a vez que la resistividad está expresada en el sistema de direcciones principales, no ner elementos (diagonales) negativos que implicarían un flujo de carga en contra de la esta por el campo eléctrico.

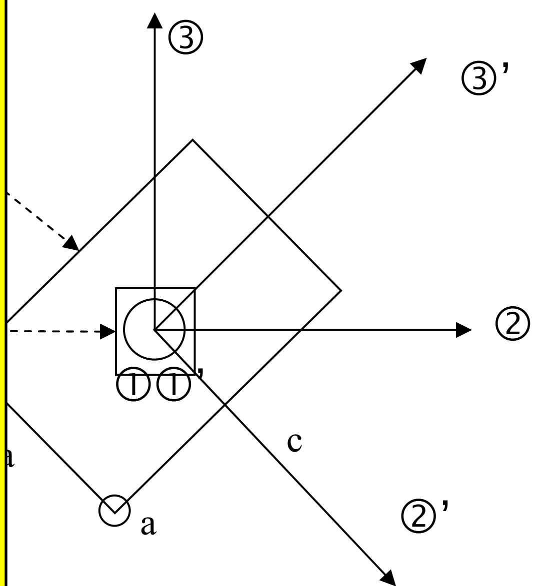
Problema 05_01_04

se ha resuelto hasta este punto numerando arbitrariamente las direcciones principales, es atender a la orientación de los ejes cristalográficos y convencionales. Por este motivo, la a del tensor de resistividad eléctrica (ver 02_01_02) no es:



dos elementos iguales aparecen en las posiciones ①① y ③③. Los ejes principales nes propias) encontradas guardan relación con los ejes cristalográficos y con los ejes ionales (ver 03_01_01). Si el material es tetragonal las direcciones de los ejes ráficos deben coinciden con los ejes principales y éstos con los ejes cartesianos en la ón convencional.

o en cuenta, la numeración correcta de los ejes principales es la indicada en la figura.



La matriz de rotación de ejes coordenados es ahora:

$$\underset{\sim}{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\approx}{\rho}' = \underset{\sim}{L}\underset{\approx}{\rho}\underset{\sim}{L}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \mu\Omega.\text{m}$$

que tiene los valores y la estructura correcta: