Materiales II

05_13_01.mcd

Calcular para qué diferencia de potencial total ΔV, la caída de potencial será la misma en la resistencia y en el diodo de la figura, donde $R = 175.1\,\Omega$:

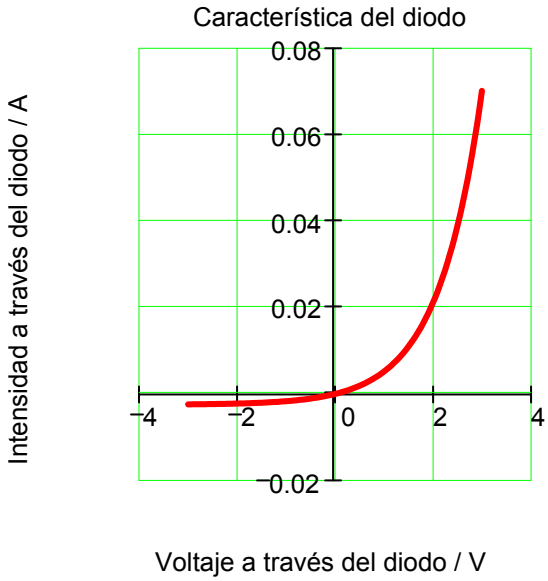
La característica de este diodo es: $I(V) = -0.002501 \cdot \left(1 - e^{1.124V}\right)$ A y donde V se expresa en voltios.

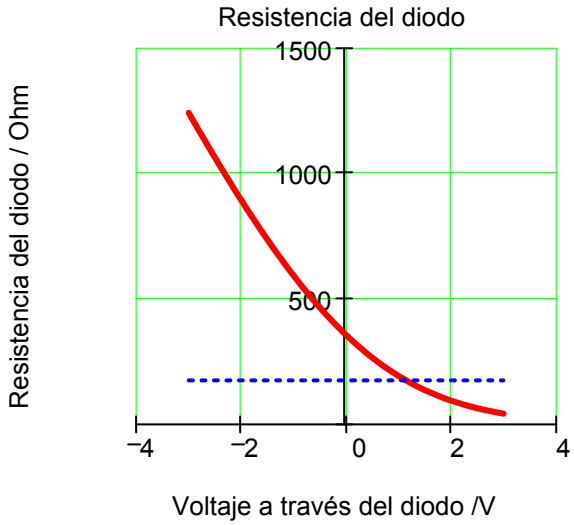
Solución: las caídas de potencial en los dos elementos serán iguales cuando las resistencias de ambos sean iguales lo que implica:

$$R_d(V) = \frac{V}{I(V)} = R \qquad V = \frac{1}{2}\Delta V$$

Esta ecuación resultante no tiene solución analítica, pero podemos resolverla numéricamente por el método de Newton-Raphson:

Las figuras muestran la característica del diodo y la resistencia del diodo en función del voltaje aplicado.





$$f(V) = \frac{V}{-0.002501 \cdot \left(1 - e^{1.124V}\right)} - R$$

$$\text{fprima}(V) = \frac{\left[-0.002501\cdot\left(1 - e^{1.124V}\right)\right] - V\cdot 0.002501\cdot 1.124\cdot e^{1.124V}}{\left[-0.002501\cdot\left(1 - e^{1.124V}\right)\right]^2}$$

y partiendo de una aproximación inicial:

$$V_0 = 2.0$$

$$V_1 = V_0 - \frac{f(V_0)}{\text{fprima}(V_0)} \qquad V_1 = 0.871$$

$$V_2 = V_1 - \frac{f(V_1)}{\text{fprima}(V_1)} \qquad V_2 = 1.123$$

$$V_3 = V_2 - \frac{f(V_2)}{\text{fprima}(V_2)} \qquad V_3 = 1.141$$

$$V_4 = V_3 - \frac{f(V_3)}{\text{fprima}(V_3)} \qquad V_4 = 1.141$$

$$V_5 = V_4 - \frac{f(V_4)}{\text{fprima}(V_4)} \qquad V_5 = 1.141$$

Y tomamos este último valor como correcto con cuatro cifras significativas. El voltaje total al que hay que someter al conjunto para que la caída de potencial sea igual en los dos elementos es por tanto:

$$\Delta V = 2V_5 \qquad \Delta V = 2.282 \ \text{V}$$

Este problema sirve además para ilustrar i) el modo de proceder y ii) la rapidez de la convergencia en el método de Newton-Raphson. La convergencia es cuadrática, lo que significa que cuando el proceso de iteración está suficientemente cerca de la raíz buscada, el número de cifras decimales correctas aproximadamente se duplica con cada iteración. Para ilustrar este punto realizamos cinco iteraciones, mostrando los primeros 15 decimales del resultado:

$$V_0 = 2.0$$

$$V_1 = V_0 - \frac{f(V_0)}{\text{fprima}(V_0)} \qquad V_1 = 0.870992745390726$$

$$V_2 = V_1 - \frac{f(V_1)}{\text{fprima}(V_1)} \qquad V_2 = 1.123151948555850$$

$$V_3 = V_2 - \frac{f(V_2)}{\text{fprima}(V_2)} \qquad V_3 = 1.140849946328816$$

$$V_4 = V_3 - \frac{f(V_3)}{\text{fprima}(V_3)} \qquad V_4 = 1.140934139540157$$

$$V_5 = V_4 - \frac{f(V_4)}{\text{fprima}(V_4)} \qquad V_5 = 1.140934141439371$$

este resultado es exacto en todas las cifras que se muestran. En la siguiente iteración el resultado tendría aprox. 28 cifras decimales correctas (lo que suele exceder la precisión alcanzable con una calculadora ordinaria).