



Universidad
Francisco de Vitoria
UFV Madrid

Ingeniería del Conocimiento

Tema 7: **Lógica Proposicional**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Departamento de Ingeniería Informática

Alvaro José García Tejedor

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002, Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Curso 2018/19

Objetivos del tema



- Ubicación
 - Unidad 3: **EL CONOCIMIENTO Y SU REPRESENTACION**
 - *Tema 7: Lógica Proposicional*
- Objetivos generales
 - Describir cuál es el objeto de estudio de la *Lógica*
 - Descripción de los elementos de la *Lógica Formal*
 - Presentar y definir los conceptos fundamentales de *la lógica proposicional* por su simplicidad estructural.
 - Comprender y manejar la *sintaxis y semántica* de la lógica proposicional
 - Aseverar la *validez sintáctica* o *semántica* de una fórmula lógica

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

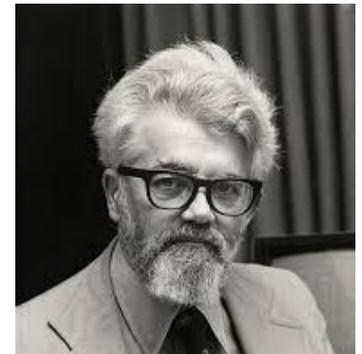
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

1. Introducción



- La lógica fue uno de los primeros formalismos usados por los investigadores de IA para representar estructuras de conocimiento
 - Notación versátil para cubrir los conceptos deseados
 - Es capaz de soportar procesos deductivos.
- John McCarthy fue uno de los primeros investigadores en usar la lógica para la representación del conocimiento.
 - Su "conversión" a la lógica aparece en "*Programs with Common Sense*" (1958), donde propone el lenguaje LISP cuyos datos están formados por expresiones simbólicas



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. La Lógica Formal



- Las **Lógicas** son sistemas formales para representar información que permiten obtener conclusiones.
- **Lógica Formal**: *“ciencia de los principios de la deducción o del razonamiento formalmente válido”*
 - Como **Ciencia**, es rigurosa y universal
 - **No se ocupa de las cualidades** de los enunciados que construimos los humanos
 - Sino del empleo de un lenguaje formal y acotado, para enunciar **hechos verdaderos o falsos**.
 - Y del estudio de las leyes generales que establecen cuando una **deducción es correcta**.
 - Estudia no sólo el conocimiento generado al deducir, sino también el **mecanismo empleado** para obtener el

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. La Lógica Formal



- Razonamiento/Deducción/argumentación/inferencia:
 - Tipo de pensamiento que se basa en la generación de conocimiento nuevo (*la conclusión*) a partir de un conocimiento existente (*las premisas*).
- Razonamiento válido/lógico
 - *Un razonamiento es válido si la verdad de las premisas conlleva necesariamente la verdad de la conclusión*
 - Razonamiento válido
 - Todos los zopiloides son pombiformes
 - Arturo es un zopiloide
 - ∴ Arturo es pombiforme
 - Razonamiento falaz (inválido): sus premisas no garantizan la verdad de su conclusión
 - Los perros son bonitos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. La Lógica Formal



- Dos enfoques de la Lógica Formal para evaluar la validez de los razonamientos:
 - **Teoría Interpretativa** (*método semántico*):
 - Un argumento es válido cuando se comprueba que *el significado* (valor de verdad) de sus premisas y conclusiones ha de ser necesariamente el mismo (por ejemplo reduciendo al absurdo)
 - **Teoría de la Demostración** (*método sintáctico o axiomático*):
 - Un argumento es válido cuando la conclusión se obtiene *por derivación* a partir de las premisas y los axiomas del sistema, mediante el uso de reglas de inferencia correctas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. La Lógica Formal



- Distintas clases de “Lógicas Formales” según los aspectos del razonamiento que reflejan

Lógica	Ontología (¿qué contiene el mundo?)	Epistemología (¿qué cree el agente?)
Proposicional	Hechos	Cierto/Falso/ Desconocido
De primer orden	Hechos, objetos, relaciones	Cierto/Falso/ Desconocido
Temporal	Hechos, objetos, relaciones, tiempos	Cierto/Falso/ Desconocido
Difusa		grado de verdad, grado de creencia 0..1
De segundo	Objetos y conjuntos de	Cierto/Falso/

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. La Lógica Formal



- En IA se utilizan principalmente Lógicas Clásicas
 - Lógica Proposicional/Booleana/de Predicados
 - Diseño lógico de circuitos
 - Lógica de **P**redicados de **P**rimero **O**rden
 - Programación lógica
 - Especificación y verificación de programas
 - Compiladores
 - Sistemas Basados en Conocimiento

- Y recientemente, Lógicas No Clásicas:
 - Lógica Difusa
 - Diseño de sistemas inteligentes
 - Modelos neuronales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3. Lógica Proposicional



- En lenguaje natural, una oración declarativa es aquella que afirma algo sobre el mundo. Tiene sentido preguntarse si es cierta o falsa

Proposiciones

- En lógica, oraciones declarativas o enunciados.
 - Entidades gramaticales con estructura oracional (compuesta por sujeto y predicado), que se unen a otras para construir oraciones complejas.
 - Unidad mínima de significado susceptible de ser verdadera o falsa.

La lógica proposicional o matemática estudia las proposiciones y cómo estas pueden ser verdaderas o falsas

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3. Lógica Proposicional



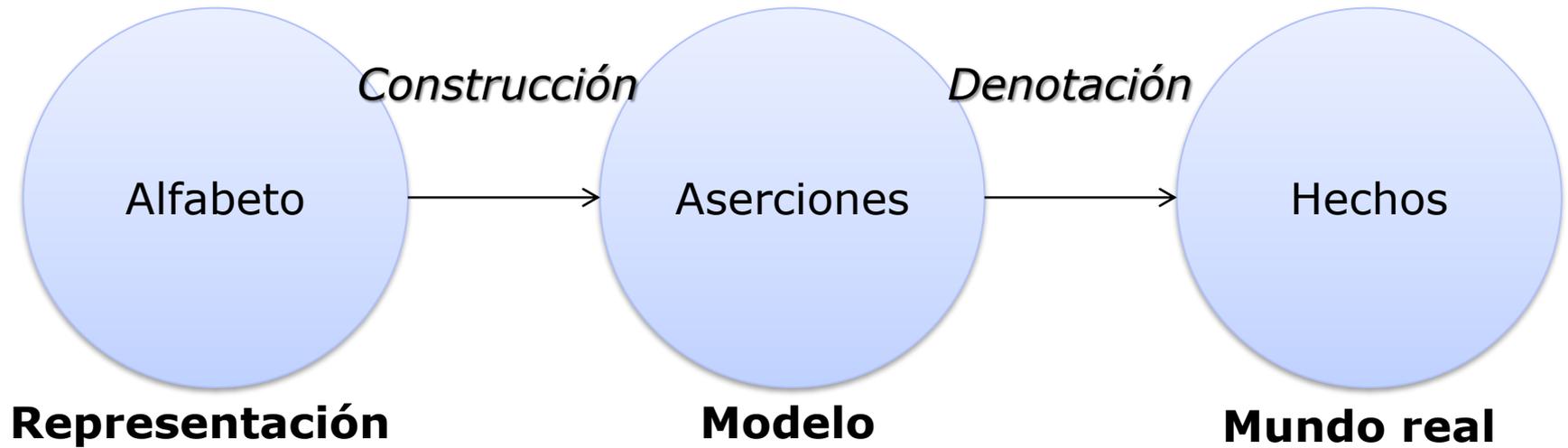
- Las proposiciones pueden ser simples o compuestas.
 - Las proposiciones simples se representan con una letra (p, q, \dots) y se las llama **proposiciones atómicas** o átomos.
 - Enunciados de acción con sujeto indeterminado:
 - Llueve, hace frío.
 - Enunciados con propiedades de sujetos determinados:
 - Mi perro es blanco
 - Cristina es guapa
 - Las **proposiciones compuestas** se forman con la unión de dos o más proposiciones simples mediante conectores lógicos ($p \wedge q$)
 - Son proposiciones complejas
 - El perro es joven y fiero ($p \wedge q$)
 - Beberé agua o té ($p \vee q$)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

3. Lógica Proposicional



Aserción: es un enunciado de un modelo (*abstracción matemática de un mundo posible*) que puede tener los valores de verdad '*verdadero*' o '*falso*'.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3. Lógica Proposicional



Axiomas

Conjuntos de expresiones lógicas verdaderas que se toman como punto de partida para demostraciones ulteriores.

- Existen dos sistemas formales de lógica proposicional según la definición de sintaxis que usemos
 - Sistema axiomático simple:
 - Tiene un conjunto de axiomas (distinto según distintos autores)
 - A1: $(p \vee p) \rightarrow p$
 - A2: $p \rightarrow (p \vee q)$
 - A3: $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
 - A4: $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$ (Russell en *Principia Mathematica*)
 - Solo tiene una regla de inferencia: el Modus Ponens
 - Sistema sin axiomas: **Deducción natural**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



- Como cualquier lenguaje, la sintaxis del lenguaje de la Lógica de Proposiciones se especifica mediante:
 - Un **conjunto de símbolos primitivos (alfabeto)**
 - El conjunto de símbolos primitivos constituirá el alfabeto del lenguaje
 - Unas **reglas de formación (gramática)**
 - Permiten generar palabras (fórmulas) válidas pertenecientes al lenguaje.
 - Unas **reglas de transformación (inferencia)**
 - Permiten transformar unas fórmulas válidas en otras fórmulas válidas pertenecientes al mismo lenguaje.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



Alfabeto

- En el Lenguaje Proposicional, debemos disponer de un alfabeto para poder construir los enunciados:
 - Átomos: T (verdadero) y \perp (falso).
 - Símbolos de proposición: *Conjunto infinito numerable de cadenas de caracteres* $P, Q, R\dots p, q, r$
 - Conectivas: $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ y \neg (“o”, “y”, “implicación”, “equivalencia” y “negación”)
 - Símbolos extralingüísticos: $() ,$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



Gramática

- Los enunciados o proposiciones se pueden clasificar en:
 - *Simples* (o atómicos): p, q, r, \dots
 - La carrera de Informática tiene pocas asignaturas de Matemáticas
 - *Compuestos* (moleculares): combinación de enunciados mediante conectivas.
 - La Semana Santa cae en Abril y la feria de San Isidro en Mayo, pero no me interesa
- **Fórmula:** cualquier enunciado formalizado ya sea simple o compuesto
 - $F = P \rightarrow (Q \vee R)$
 - Sólo algunas combinaciones de átomos y conectores están permitidos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



- Las conectivas nos indican la “forma de componer” un enunciado compuesto a partir otros enunciados
 - monádicas: relacionan un solo enunciado
 - binarias: relacionan dos enunciados

- Reglas
 - Cualquier átomo es una *fbf* (*fbf atómica*)
 - Si α es *fbf* $\neg \alpha$ también lo es
 - Si α y β son *fbf*, también lo son:
 - $\alpha \vee \beta$ Disyunción
 - $\alpha \wedge \beta$ Conjunción
 - $\alpha \rightarrow \beta$ Implicación
 - $\alpha \leftrightarrow \beta$ Equivalencia

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



- Prioridades:
 - 1 (mayor) : "(" , ")"
 - 2: \neg
 - 3: \wedge , \vee
 - 4 (menor): \rightarrow , \leftrightarrow

- Ejemplo:
 - "Si tengo hambre cenaré en casa o en un bar"
 - Tengo_hambre \rightarrow (Cenar_en_casa \vee Cenar_en_un_bar)
 - Simplificada: $F = P \rightarrow (Q \vee R)$
 - "Si hace frío me abrigaré o me quedaré en casa"
 - $F = P \rightarrow (Q \vee R)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



- Formas Normales:
 - fbf compuesta de
 - Literales: Una proposición o su negación
 - Conectores: solamente *conjunción*, *disyunción* y *negación*.
 - Hay dos tipos de formas normales:
 - Forma Normal Disyuntiva
 - *FND: fbf compuesta por una disyunción de cláusulas*
 - $a_1 \vee \dots \vee a_N, m$
 - Cláusula: conjunción de literales
 - Una FND es una contradicción si y sólo si cada una de sus conjunciones incluye una letra negada y no negada
 - Forma Normal Conjuntiva
 - *FNC: fbf compuesta por una conjunción de cláusulas*
 - $a_1 \wedge \dots \wedge a_N, m$
 - Cláusula: disyunción de literales
 - Toda fbf que no sea contradicción puede convertirse en su FNC

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



Inferencia lógica

- Definiciones
 - Aplicación de una regla de transformación que permite convertir una *fbf* de un sistema formal en otra *fbf* del mismo sistema.
 - Derivación de conclusiones a partir de las premisas aplicando la implicación lógica
- Ambas *fbf* se relacionan mediante una relación de equivalencia, es decir, ambas tienen los mismos valores de verdad

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.1 Sintaxis



- Tipos de inferencias

- **Deducción:** de las causas a los efectos

- $\forall x p(x) \rightarrow q(x)$ si tenemos $p(A)$ podemos inferir $q(A)$

Todos los hombres son mortales, Sócrates es un hombre, luego Sócrates es mortal

- *Deducción*

- **Abducción:** de los efectos a las causas

- $\forall x p(x) \rightarrow q(x)$ si tenemos $q(A)$ podríamos inferir $p(A)$

Todos los hombres son mortales, Sócrates es mortal, luego Sócrates es un hombre

- *Diagnóstico*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

- Las **constantes** tienen su valor veritativo:
 - Se pueden considerar conectivas 0-arias
 - Símbolos y significados:
 - T: constante lógica que representa a un enunciado verdadero.
 - \perp : constante lógica que representa a un enunciado falso
- Los **símbolos** tienen un valor arbitrario
- Para calcular el valor veritativo de un enunciado compuesto a partir de los valores de sus enunciados componentes utilizaremos una **tabla de verdad**.

X_1	X_2	$(X_1 \bullet X_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

▪ Negación

- Conectiva monádica o unitaria
- Símbolo: \neg ($\neg X$ se lee como "**no X**")
- Tabla de verdad

X	$\neg X$
1	0
0	1

- Significado: Negación de un enunciado
- Ejemplo:

- p : llueve \Rightarrow $\neg p$: NO llueve

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

■ Conjunción

- Conectiva binaria
- Símbolo: \wedge ($X_1 \wedge X_2$ se lee como " X_1 y X_2 ")
- Tabla de verdad

X_1	X_2	$(X_1 \wedge X_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Significado: Se deben verificar ambos enunciados, para que

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



- Ejemplos:

- Almodovar es de Albacete **y** Perales de Cuenca
 $p \wedge q$
- Sabina es de Jaén **pero** vive en Madrid
 $p \wedge q$
- Me gusta Asturias **aunque** esté muy lejos
 $p \wedge q$

- Nota: Al formalizar podemos perder matices del lenguaje natural, pero conservamos los elementos relevantes para realización de inferencias.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



▪ Disyunción

- Conectiva binaria
- Símbolo: \vee ($X_1 \vee X_2$ se lee como " X_1 o X_2 ")
- Tabla de verdad

X_1	X_2	$(X_1 \vee X_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Significado: Se deben verificar alguno de los enunciados, (o

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

■ Implicación

- Conectiva binaria
- Símbolo: \rightarrow ($X_1 \rightarrow X_2$ se lee como " **X_1 implica X_2** ")
- Tabla de verdad

X_1	X_2	$(X_1 \rightarrow X_2)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Significado:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



- Otros Significados:
 - Si X_1 entonces X_2
 - X_2 si X_1
 - X_2 siempre que X_1
 - X_1 solo si X_2
 - X_1 es condición suficiente para X_2
 - X_2 es condición necesaria para X_1
- Ejemplo: “*Si n es múltiplo de 6 entonces n es múltiplo de 2*”
 - Si se verifica que n es múltiplo de 6 (X_1), entonces debe verificarse que n sea múltiplo de 2 (X_2), para que se verifique ($X_1 \rightarrow X_2$)
 - Si no se verifica que n es múltiplo de 6 (X_1), entonces, independientemente de que n sea múltiplo de 2 (X_2), se verificará

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

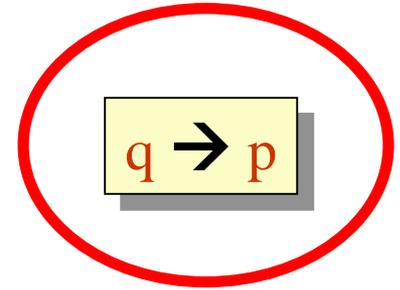
3.2 Semántica



- Ejemplo: "si" versus "sólo si"

– Mi hermano ve la película **si** no hay fútbol

p q



- Puede que vea la película habiendo fútbol
- Se corresponde con q falso y p cierto

– Mi hermano ve la película **solo si** no hay fútbol

p q



- Si ve la película es que no hay fútbol

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



▪ Equivalencia

- Conectiva binaria
- Símbolo: \leftrightarrow ($X_1 \leftrightarrow X_2$ se lee como " **X_1 si y solo si X_2** ")
- Tabla de verdad

X_1	X_2	$(X_1 \leftrightarrow X_2)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Significado:

- $X_1 \leftrightarrow X_2$ es equivalente a que se verifiquen $X_1 \rightarrow X_2$ y $X_2 \rightarrow X_1$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

3.2 Semántica



Relación con el lenguaje natural:

- $\neg P$ No es el caso de P, No P, No es cierto que P
- $P \wedge Q$ P y Q, P pero Q, P aunque Q
- $P \vee Q$ P o Q, Ya P ya Q ya ambas
- $P \rightarrow Q$ Si P entonces Q, P sólo si Q, Sólo P si Q, Es suficiente P para que Q, Siempre que P entonces Q, Es necesario Q para que P, No P a menos que Q, A no ser que Q no P
- $P \leftrightarrow Q$ P si y sólo si Q, P cuando y sólo cuando Q, P es condición suficiente y necesaria para que Q.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



Nombre de la conectiva	Representación	Ejemplos de frases en las que aparece
Negación	$\neg p$	no p es falso p no es cierto p
Conjunción	$p \wedge q$	p y q p pero q p sin embargo q p no obstante q p a pesar de q
Disyunción	$p \vee q$	o p o q o ambos al menos p o q como mínimo p o q
Condicional (Implicación)	$p \rightarrow q$	si p entonces q p sólo si q q si p q cuando p q es necesario para p para p es necesario q p es suficiente para q para q es suficiente p

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



Construcción de enunciados en Lógica Proposicional

- *Si n es primo y mayor que dos, entonces es impar*
 - p : n es primo
 - q : n es mayor que 2 $((p \wedge q) \rightarrow r)$
 - r : n es impar
- *Para que un motor sea turbo no es necesario que sea gasolina*
 - p : el motor es turbo $\neg(p \rightarrow q)$
 - q : el motor es gasolina
- *Si estudio, quizás pueda o no aprobar el examen, pero si no lo hago, seguro que no aprobaré el examen*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



Validez lógica/Interpretación de una fórmula:

Asignación de valores V/F a una fbf a partir de los valores V/F de cada proposición que la compone

- Los significados dependen del contexto particular en el que se utilice la fórmula.
 - Cada contexto se denomina **I**nterpretación.
- El valor de una proposición F bajo una interpretación I (Valor Interpretativo de F) se denota como $V_I(F)$
- F es verdadera bajo la interpretación I si y sólo si I asigna el valor de verdad **V** a F .
 - F es falsa bajo la interpretación I si y sólo si I asigna el valor de verdad **F** a F .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3.2 Semántica



- Las *fbf* se pueden clasificar en función de los valores que tomen bajo las diferentes interpretaciones como:
 - Insatisfacible: Ninguna interpretación es cierta $\neg \exists V_I(F) = \mathbf{V}$
 - También se llaman Contradicciones o *fbf* inconsistentes
 - Satisfacible: Alguna interpretación es cierta $\exists V_I(F) = \mathbf{V}$
 - Válida ó Tautología:
 - Todas las interpretaciones son ciertas $\forall V_I(F) = \mathbf{V}$
 - $P \vee \neg P$ es siempre válida
 - Son un subconjunto de las Satisfacibles
- La asignación de valores se hace con una tabla de verdad
 - Tabla que muestra el valor de verdad de una *fbf* compuesta para todas sus posibles interpretaciones
 - Hay 2^n posibles interpretaciones de una fórmula, donde n es

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

- Ejemplo:

$$F = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

- Ejemplo:

$$F = (p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q$$

(silogismo disyuntivo)

p	q	$(p \vee q)$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$
1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3.2 Semántica

- Ejemplo: ¿Cuál de estas dos proposiciones es válida?
 1. Lo que es cierto, aunque no sea exacto, es verdad
 2. Aunque algo sea cierto, si no es exacto, no es la verdad

$$fbf1: p \wedge \neg q \rightarrow p$$

$$fbf2: p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	fbf1	fbf2
1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4. Validez de un Argumento

- Argumento: secuencia ordenada de fbf donde la última es llamada *conclusión* y las demás, *premisas*.

Si riego el jardín, entonces crecen las flores; (*premisa*)

Si las flores no crecen, entonces crecen las malas hierbas; (*premisa*)

Las malas hierbas crecerán en el jardín; (*premisa*)

Por lo tanto, yo riego el jardín. (*conclusión*)

p: riego el jardín

q: las flores crecen

r: las malas hierbas crecen

$(p \rightarrow q), (\neg q \rightarrow r), r$ por lo tanto p

$(p \rightarrow q), (\neg q \rightarrow r), r \models p$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4. Validez de un Argumento



- Un argumento es válido en Lógica Proposicional si:
 - A. Siendo las premisas verdaderas, la conclusión también lo es (definición semántica de consecuencia lógica)
 -
 - B. La conclusión es deducible de las premisas según las reglas de inferencia (definición sintáctica de consecuencia lógica)
-
- Si un argumento, además de ser válido, tiene premisas verdaderas, entonces se dice que es *sólido*.
 - Una lógica es *bien fundada* cuando sus inferencias preservan la verdad

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez



- Desde el **punto de vista sintáctico**, *un argumento es válido si las premisas pueden ser transformadas en la conclusión usando los axiomas del sistema y reglas de inferencia permitidas.*
 - Esta definición es **sintáctica**, ya que no hace referencia al concepto de verdad y falsedad.
- Varios tipos de inferencia. Entre otros...
 - Método de Derivación o Deducción Natural o Pruebas formales:
Transformación de las premisas mediante *aplicación de reglas de derivación* hasta llegar a la conclusión
 - Teorema de Resolución o Principio de Refutación
Mecanización de la deducción natural utilizando el *método refutativo*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez



Reglas de Derivación

- Modus tollendo ponens (*Silogismo disyuntivo*)
- Modus ponendo ponens (*Modus ponens*)
- Modus ponendo tollens
- Modus tollendo tollens (*Modus tollens*)
- Reglas de introducción y eliminación
- Equivalencias lógicas
 - Leyes conmutativas
 - Leyes asociativas
 - Leyes distributivas
 - Leyes de Morgan (Augustus de Morgan, 1806-1871)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez

- Modus ponens
 - Cada vez que encontramos una sentencia en la forma $\alpha \rightarrow \beta$ y α se afirma siendo verdad, entonces la sentencia β puede ser inferida (β debe de ser verdad también).
 - Permite eliminar una sentencia condicional de una prueba lógica o argumento

Si **tomas la medicina** entonces **mejorarás**.

Estás tomando la medicina.

Por lo tanto **mejorarás**.

Si **A** entonces **B**.

A.

Por lo tanto **B**.

$\alpha \rightarrow \beta, \alpha$
 β

Si **A** entonces **B**.

No B.

$\alpha \rightarrow \beta, \neg \beta$
 $\neg \alpha$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez



- Reglas de Introducción y Eliminación
 - Cada uno de los cinco conectores lógicos puede ser introducido o eliminado, obteniendo una nueva fórmula.
 - Por esta razón para cada conector lógico habrá una regla de introducción y otra de eliminación.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez

- Reglas de la Negación

- Eliminación: *Doble negación (DN)*

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

- Introducción: *Reducción al absurdo*

$$\frac{\begin{array}{l} \boxed{A} \\ \boxed{B \wedge \neg B} \end{array}}{\neg A}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez

- Reglas de la Conjunción

- Eliminación (o simplificación): *De una conjunción se pueden inferir cualquiera de sus conjuntores*

$$\frac{A \wedge B}{A} \quad \text{o bien} \quad \frac{A \wedge B}{B}$$

- Introducción

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez

- Reglas de la Disyunción

- Eliminación: *Prueba por casos*

$A \vee B$

┌ A
└ C

┌ B
└ C

──
C

- Introducción: *Adición*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez

- Reglas del Condicional

- Eliminación: *Modus Ponens (MP)*

$$A \rightarrow B$$
$$A$$

$$B$$

- Introducción: *Teorema de Deducción (TD)*

$$A$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$B$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez



Teorema de Resolución (Robinson, 1965)

- Para probar una sentencia basta con demostrar que su negación lleva a una *contradicción (insatisfacible)* → la sentencia original es verdadera
- Basado en la aplicación de los
 - Algoritmo de Unificación
Procedimiento de emparejamiento que compara dos literales y descubre si existe un conjunto de sustituciones que los haga idénticos.
 - Algoritmo de Resolución
Proceso iterativo en el cual comparamos dos cláusulas llamadas cláusulas padres y producimos una nueva cláusula que se ha inferido

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4.1 Técnicas sintácticas de estudio de validez



- El teorema de Resolución se aplica sobre las *fbf* que están en Forma Normal Conjuntiva
- Cláusula de Horn: forma restringida (simple) de una FNC
 - Cláusula con, como máximo, un término positivo:
$$\neg a_1 \vee \neg a_2 \vee \neg a_3 \dots \vee \beta$$
 - Su forma equivalente es una implicación
$$a_1 \wedge a_2 \wedge a_3 \dots \rightarrow \beta$$
 - La resolución con Cláusulas de Horn se puede realizar con encadenamiento hacia adelante o hacia atrás

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.2 Técnicas semánticas de estudio de validez

- Desde el punto de vista semántico, *un argumento es válido si y solo si en todos los casos en que las premisas son verdaderas la conclusión también lo es. Si la conclusión es falsa, al menos una premisa lo es.*
 - Esta definición es **semántica**, ya que hace referencia al concepto de verdad y falsedad.
- La demostración de la validez semántica de una *fbf* se lleva a cabo mediante
 - Deducción
 - Reducción al absurdo

se supone la verdad de las premisas, y aplicando las definiciones de verdad, se intenta deducir la verdad de la conclusión

se supone que las premisas son verdaderas y la conclusión falsa, y aplicando las definiciones de verdad, se intenta deducir una contradicción

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4.2 Técnicas semánticas de estudio de validez



Árbol semántico

- Técnica similar a las tablas de verdad que puede simplificar la evaluación de algunas fórmulas.
 1. Se forma el conjunto LP (letras proposicionales) de la fórmula
 2. Se construye un nodo inicial del árbol (nodo actual) y se aplica: el siguiente procedimiento:
 1. Se intenta evaluar la fórmula en el nodo actual.
 2. Si es posible asignar a F un valor $\{V,F\}$ se etiqueta el nodo con dicho valor y se finaliza el tratamiento del nodo actual.
 3. En caso contrario:
 - Se selecciona la primera letra p del conjunto LP
 - Se borra p de LP.

Cartagena99

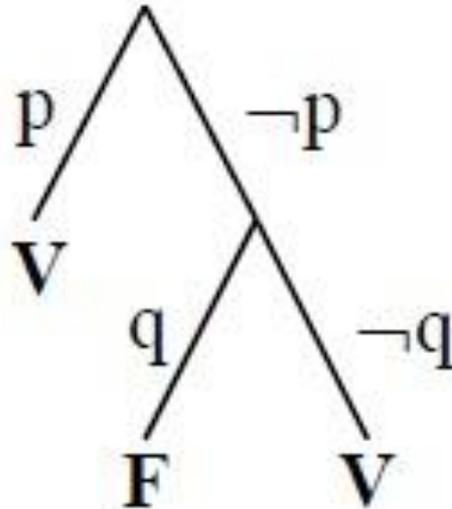
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4.2 Técnicas semánticas de estudio de validez

- Ejemplo: $F = (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$
 - Seleccionando los literales por orden alfabético, se obtiene



- No ha sido necesario evaluar las interpretaciones

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Introducción
2. La Lógica Formal
3. Lógica Proposicional
 1. Sintaxis
 2. Semántica
4. Validez de un Argumento
 1. Técnicas sintácticas de estudio de validez
 2. Técnicas semánticas de estudio de validez
5. Límites de la Lógica Proposicional

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

5. Límites de la Lógica Proposicional



- Existen argumentos que son intuitivamente válidos, pero
 - No se pueden representar
 - Su validez no se puede probar con lógica proposicional.
- Para averiguar la validez de este tipos de argumentos se necesita investigar la estructura interna de las variables proposicionales.
 - La *Lógica de Predicados de Primer Orden* estudia individuos y sus relaciones (predicados) usando representaciones más complejas
 - Luis es el hermano de Pedro
 - $Hermano(x,y)$

● La *Lógica de Segundo Orden* estudia los objetos y las

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

5. Límites de la Lógica Proposicional



- Otros sistemas formales permiten teorizar sobre otros tipos de argumentos
 - Lógica multivaluada:
 - Más de dos valores de verdad (verdadero/falso/desconocido)
 - *Lógica borrosa*: emplea probabilidades. Lo verdadero lo es con probabilidad $P[0,1]$
 - Lógica modal:
 - Los operadores modales definen modos para las proposiciones
 - *Lógica temporal*: siempre, eventualmente

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70