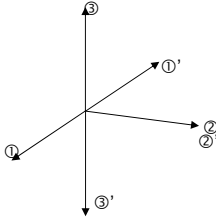


Problema 08_06_08

Deducir la estructura de la matriz de módulos piezoeléctricos para la clase cristalográfica 2 (monoclínica)

La clase 2 tiene como único elemento de simetría un eje binario paralelo a la dirección ②. Es decir, es invariante respecto a la transformación: $x_1 \rightarrow -x_1$ $x_2 \rightarrow x_2$ $x_3 \rightarrow -x_3$

Y los elementos de la matriz de transformación son:

$$\begin{matrix} l_{11} = -1 & l_{12} = 0 & l_{13} = 0 \\ l_{21} = 0 & l_{22} = 1 & l_{23} = 0 \\ l_{31} = 0 & l_{32} = 0 & l_{33} = -1 \end{matrix}$$


Aplicando la ley de transformación:

$$d'_{ijk} = l_{im} l_{jn} l_{kp} d_{mnp}$$

a cada uno de los elementos (recordando que el tensor de módulos piezoeléctricos es simétrico en los dos últimos índices) aquéllos que cambien de signo serán nulos porque la operación de simetría debe dejarlo invariante, lo cual sólo es compatible con un cambio de signo si el elemento es nulo (mismo argumento que en el problema 08_06_05).

De los 27 términos de la triple suma (hay tres índices repetidos) todos los que contengan cosenos directores con índices diferentes serán cero. Se observa que el único término restante será distinto de cero sólo si contiene l_{22} exactamente una vez o tres veces.

$$\begin{aligned} d'_{111} &= l_{1m} l_{1n} l_{1p} d_{mnp} = l_{11} l_{11} l_{11} d_{111} \\ &+ l_{11} l_{11} l_{12} d_{112} + l_{11} l_{11} l_{13} d_{113} + l_{11} l_{12} l_{11} d_{121} + l_{11} l_{13} l_{11} d_{131} + l_{12} l_{11} l_{11} d_{211} + l_{13} l_{11} l_{11} d_{311} + \dots = -d_{111} \Rightarrow d_{111} = 0 \end{aligned}$$

estos 26 términos son 0 porque contienen factores l_{ij} con $i \neq j$



Problema 08_06_08

Procediendo de igual manera con todos los elementos, los únicos que no se anulan son:

$$\begin{aligned} &d_{112}, d_{121}, d_{123}, d_{132}, \\ &d_{211}, d_{213}, d_{222}, d_{231}, d_{233}, \quad \text{es decir, en notación de Voigt:} \quad d_{16}, d_{14}, d_{21}, d_{25}, d_{22}, d_{23}, d_{36}, d_{34} \\ &d_{312}, d_{321}, d_{323}, d_{332} \end{aligned}$$

Con lo cual, la estructura de la matriz de módulos piezoeléctricos para la clase 2 debe ser:
(comparar con la de las tablas en 08_01_01)

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

Las estructuras de los módulos piezoeléctricos y de las matrices de complianza y rigidez para el resto de las clases cristalográficas se obtienen por argumentos análogos.

Es evidente que la estructura obtenida depende de la orientación del eje binario de simetría (en general, de los elementos de simetría) respecto a los ejes. De aquí la importancia de orientar siempre el material del modo estándar o convencional.

