

MATEMÁTICAS EMPRESARIALES I
Cálculo de derivadas

1) Calcular al derivada (respecto de x) de las siguientes funciones

- a) $\sqrt{x}e^{x^2\sqrt{a}} + 3 \ln\left(\frac{a}{x} - b^2\right)$.
 b) $a^2e^{\sqrt{xa}} + 3 \cos(2x^2b^3 - \sqrt{a})$.
 c) $x^2e^{b\sqrt{ax}} + 5 \ln(5x^4\sqrt[3]{b} - a^2)$.
 d) $\frac{\cos(x^3\sqrt{a} - b^3)}{(b\sqrt{x} + a)^3}$
 e) $3 \frac{\ln(a^2x^2 - b^2)}{\sqrt{b}}$
 f) $a^2xe^{\sqrt{xa+xb^3+\sqrt{ab}}}$

Soluciones:

- a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{x^2\sqrt{a}} + \sqrt{x}e^{x^2\sqrt{a}}2x\sqrt{a} + 3 \frac{-a}{\left(\frac{a}{x} - b^2\right)x^2}$.
 b) $a^2e^{\sqrt{xa}} \frac{a}{2\sqrt{xa}} - 3 \operatorname{sen}(2x^2b^3 - \sqrt{a}) 4xb^3$.
 c) $2xe^{b\sqrt{ax}} + x^2e^{b\sqrt{ax}} \frac{ba}{2\sqrt{ax}} + \frac{100x^3\sqrt[3]{b}}{5x^4\sqrt[3]{b}-a^2}$.
 d) $\frac{-3x^2\sqrt{a} \operatorname{sen}(x^3\sqrt{a}-b^3)(b\sqrt{x}+a)^3 - \cos(x^3\sqrt{a}-b^3)3(b\sqrt{x}+a)^2 \frac{b}{2\sqrt{x}}}{(b\sqrt{x}+a)^6}$. e) $\frac{6a^2x}{\sqrt{b(a^2x^2-b^2)}}$.
 f) $a^2e^{\sqrt{xa+xb^3+\sqrt{ab}}} + a^2xe^{\sqrt{xa+xb^3+\sqrt{ab}}} \left(\frac{a}{2\sqrt{xa}} + b^3\right)$.

2) Calcular las derivadas respecto de x, y, z de las siguientes funciones:

- (a) $x^2e^{y^2+z^3}$, (b) $\operatorname{sen}(y^2\sqrt{x} - 1) + e^{x\sqrt{z}}$, (c) $\frac{x^y}{\sqrt{z}}$,
 (d) $\frac{xe^{xyz}}{y}$ (e) $e^{\sqrt{z-x^2}} + \ln(x+y^2)$, (f) $\frac{1 + \operatorname{sen}(bxy^2)}{\sqrt{z^3}}$
 (g) $\sqrt{z}e^{y^2-x} + \ln(x\sqrt{y} - 3)$, (h) $e^{\sqrt{x}/y^2} + x \ln z$, (i) $\frac{e^{y^2-x}}{x^2 + z + 1}$

Soluciones:

- a) $2xe^{y^2+z^3}, 2x^2ye^{y^2+z^3}, 3x^2z^2e^{y^2+z^3}$.
 b) $\sqrt{z}e^{x\sqrt{z}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}y^2 \cos(\sqrt{xy^2} - 1), 2\sqrt{xy} \cos(\sqrt{xy^2} - 1), \frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{z}} e^{x\sqrt{z}}$
 c) $x^{y-1} \frac{y}{\sqrt{z}}, \frac{x^y}{\sqrt{z}} \ln x, -\frac{x^y}{2\sqrt{z^3}}$ d) $\frac{1}{y} e^{xyz} + xze^{xyz}, \frac{x^2yze^{xyz} - xe^{xyz}}{y^2}, x^2e^{xyz}$.
 e) $-\frac{xe^{\sqrt{z-x^2}}}{\sqrt{z-x^2}} + \frac{1}{y^2+x}, \frac{2y}{y^2+x}, \frac{e^{\sqrt{z-x^2}}}{2\sqrt{z-x^2}}$.
 ... $bu^2 \cos(bvu^2) \quad 2bvuv \cos(bvu^2) \quad 3z^2 \operatorname{sen}(bvuv^2) + 1$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Cálculo de límites

1) Calcular los siguientes límites de funciones:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - x}{x^3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \operatorname{sen} x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x}{\ln(1 + x^2)}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{2x^3 - 2x^2 - x + 1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{2x^3 - 5x^2 - 4x + 12}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 1}{3x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 7x - 5}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x} \right)$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} x e^{1/x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{e^{x^2} - 1}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1)$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x}$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+1} \right)^{-\frac{1}{x}}$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^x$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^{x-1}$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{sen}(3x^2)}}$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x^2))^{1/x^4}$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{x^2}$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1/x}$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x} \right)^{3x+1}$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^4 - 6x + 7}{2x^4 + x^2 - 4} \right)^{-x^2+1}$$

$$(25) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x^3 - 2x^4}{x^3 + 3x^4}$$

$$(26) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - \sqrt{x^3}}{3x^3 + 2x^2}$$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - \sqrt{x^3}}{3x^3 + 2x^2}$$

$$(28) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3 \cdot 5^{x+5} + 2 \cdot 3^{2x-4})(\sqrt{x^2 + 3x^5} - 2x^2)}{2 \cdot 2^{x^2} + 3 \cdot 5^{2x+6}}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2) Ordenar las siguientes funciones en $+\infty$: $3^x, 2^{x^2}, 2^{\sqrt{x}}, 2^{x+5}, x^x, 2^{4x}, x2^x$.

Solución: $2^{\sqrt{x}} \ll 2^{x+5} \ll x2^x \ll 3^x \ll 2^{4x} \ll x^x \ll 2^{x^2}$.

3) Determinar, en función del parámetro a , el valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + (a-1)x^3 + 4(a^2-1)x^4}{3x^3 + (a^2-1)x^4}$$

Solución: Para $a \neq -1$ y $a \neq 1$ el límite es 4. Para $a = -1$ el límite es $-2/3$, y para $a = 1$ el límite es 0.

4) Decimos que $f(x)$ y $g(x)$ son equivalentes en a (a puede ser $\pm\infty$) si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, y lo escribimos $f(x) \sim g(x)$.

a) Demostrar que si $f(x) \sim g(x)$, entonces $f(x)^p \sim g(x)^p$ para toda constante $p \in \mathbb{R}$.

b) Demostrar que si $f(x) \sim g(x)$, entonces $h(x)^{f(x)} \sim h(x)^{g(x)}$ para toda función $h(x) > 0$. Comprobar que para $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x$ se tiene $f(x) \sim g(x)$ en $a = +\infty$, pero $f(x)^x \not\sim g(x)^x$

c) Comprobar que para $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x$ se tiene $f(x) \sim g(x)$ en $a = +\infty$, pero $e^{f(x)} \not\sim e^{g(x)}$. ¿Qué condición tienen que cumplir $f(x)$ y $g(x)$ para que $e^{f(x)} \sim e^{g(x)}$?

d) Comprobar que para $f(x) = x^3 + x^2$, $g(x) = x^3 + x$ se tiene $f(x) \sim g(x)$ en $a = +\infty$, pero $f(x) - x^3 \not\sim g(x) - x^3$

e) Comprobar que para $f(x) = 2^{1/x}$ y $g(x) = 3^{1/x}$, se tiene $f(x) \sim g(x)$ en $a = +\infty$, pero $\ln f(x) \not\sim \ln g(x)$. Demostrar que si $f(x)$ y $g(x)$ son positivos cerca de a , $f(x) \sim g(x)$, existe $L = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y es $+\infty$ o un número $\neq 1$, entonces $\ln f(x) \sim \ln g(x)$.

Solución: c) Si $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$, entonces $e^{f(x)} \sim e^{g(x)}$ en a .

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70