

CALCULO DIFERENCIAL (MATEMATICAS II)

EXAMEN FINAL

FEBRERO DE 2012

PARTE PRACTICA

1. (10 puntos) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_n \left(\frac{1 - \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)}{1 + \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)} \right)^{n+1}.$$

2. (10 puntos) Estudiar la continuidad en \mathbb{R}^2 de la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(5^x - 1)(1 - \cos(xy))}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. (10 puntos) Probar que $e^x > 1 + \ln(1 + x)$ para todo $x > 0$.

4. (10 puntos) Estudiar los valores de x para los que converge y para los que diverge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right) x^n}{(n+2)(n+3) 7^n}.$$

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x, y) = e^x \cos(y)$.

(a) (6 puntos) Calcular la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0, \pi)$.

(b) (6 puntos) Desde el punto $(1, \frac{\pi}{4})$, hallar la dirección en la que la velocidad de crecimiento de f es nula.

(c) (10 puntos) Utilizando el polinomio de Taylor de grado 2 de f en el punto adecuado, calcular un valor aproximado de $\sqrt[5]{e} \cos(0.02)$.

NOTAS.

- La calificación de esta parte práctica será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en cada una de las 7 preguntas de la misma.

- La calificación de este examen final será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en su parte teórica y en su parte práctica.