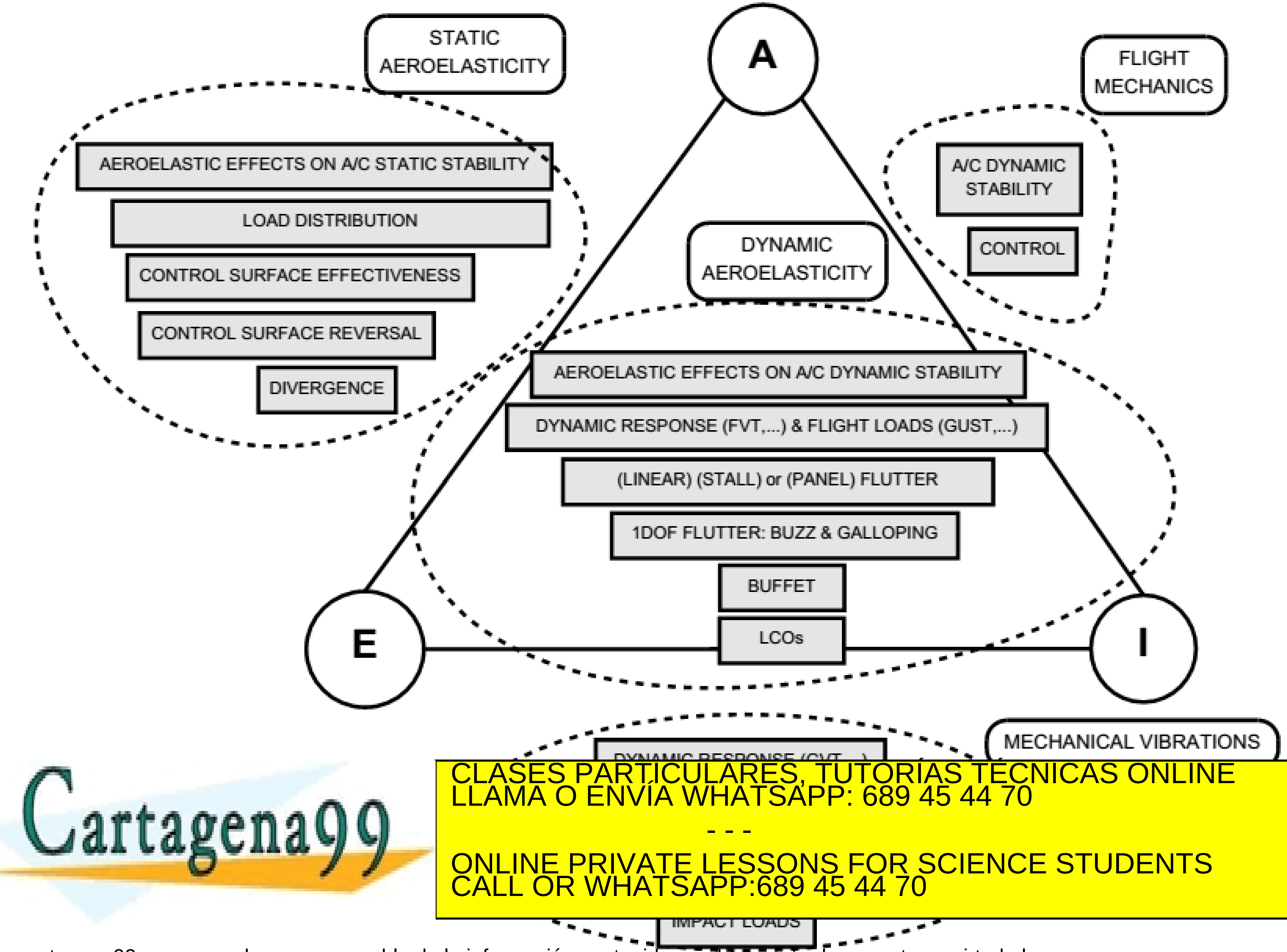
12 – Aeroservoelasticity

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

BUFFET
WHERE WE ARE IN THE COLLAR'S DIAGRAM ?



STATIC AEROELASTICITY

AEROELASTIC EFFECTS ON A/C STATIC STABILITY

LOAD DISTRIBUTION

CONTROL SURFACE EFFECTIVENESS

CONTROL SURFACE REVERSAL

DIVERGENCE

A

FLIGHT MECHANICS

A/C DYNAMIC STABILITY

CONTROL

DYNAMIC AEROELASTICITY

AEROELASTIC EFFECTS ON A/C DYNAMIC STABILITY

DYNAMIC RESPONSE (FVT,...) & FLIGHT LOADS (GUST,...)

(LINEAR) (STALL) or (PANEL) FLUTTER

1DOF FLUTTER: BUZZ & GALLOPING

BUFFET

LCOs

E

I

MECHANICAL VIBRATIONS

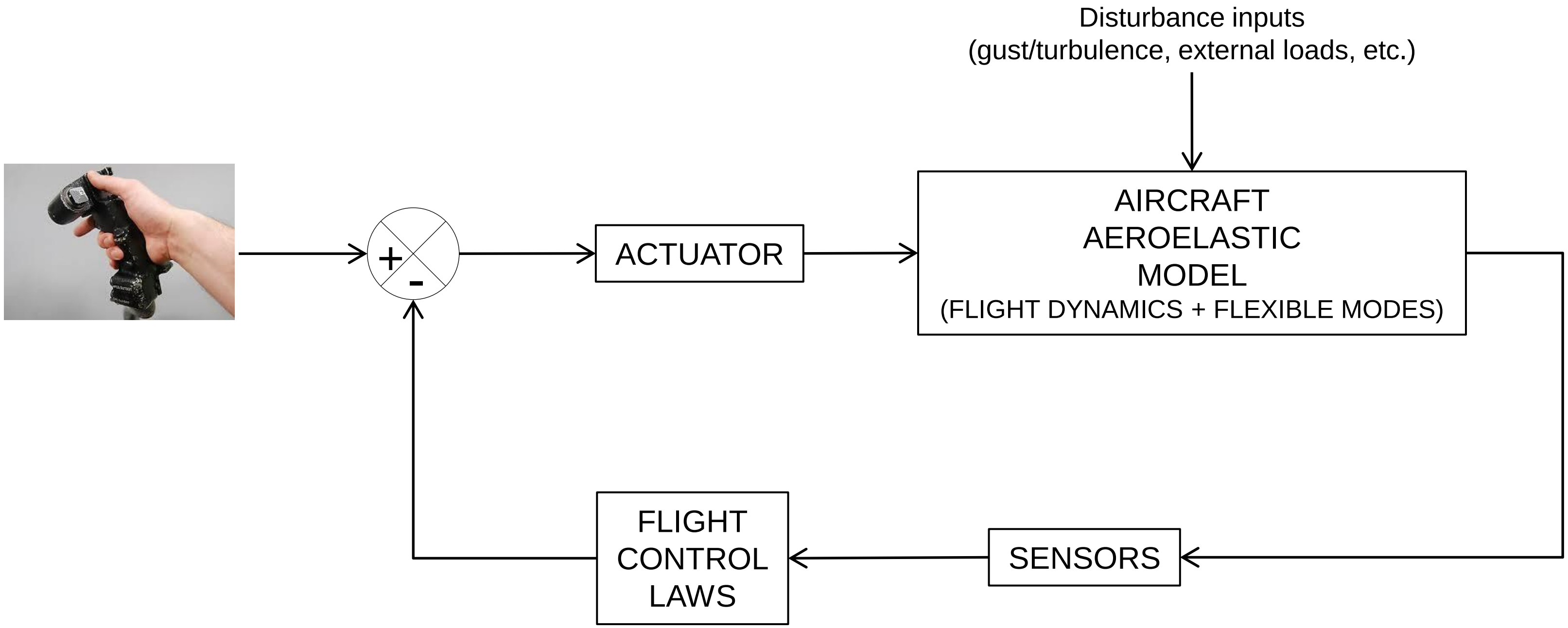
DYNAMIC RESPONSE (CVT,...)

IMPACT LOADS

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero hágaselo saber y será retirada.

BLOCK DIAGRAM OF A TYPICAL AEROSERVOELASTIC SYSTEM



Disturbance inputs
(gust/turbulence, external loads, etc.)

ACTUATOR

AIRCRAFT
AEROELASTIC
MODEL
(FLIGHT DYNAMICS + FLEXIBLE MODES)

FLIGHT
CONTROL
LAWS

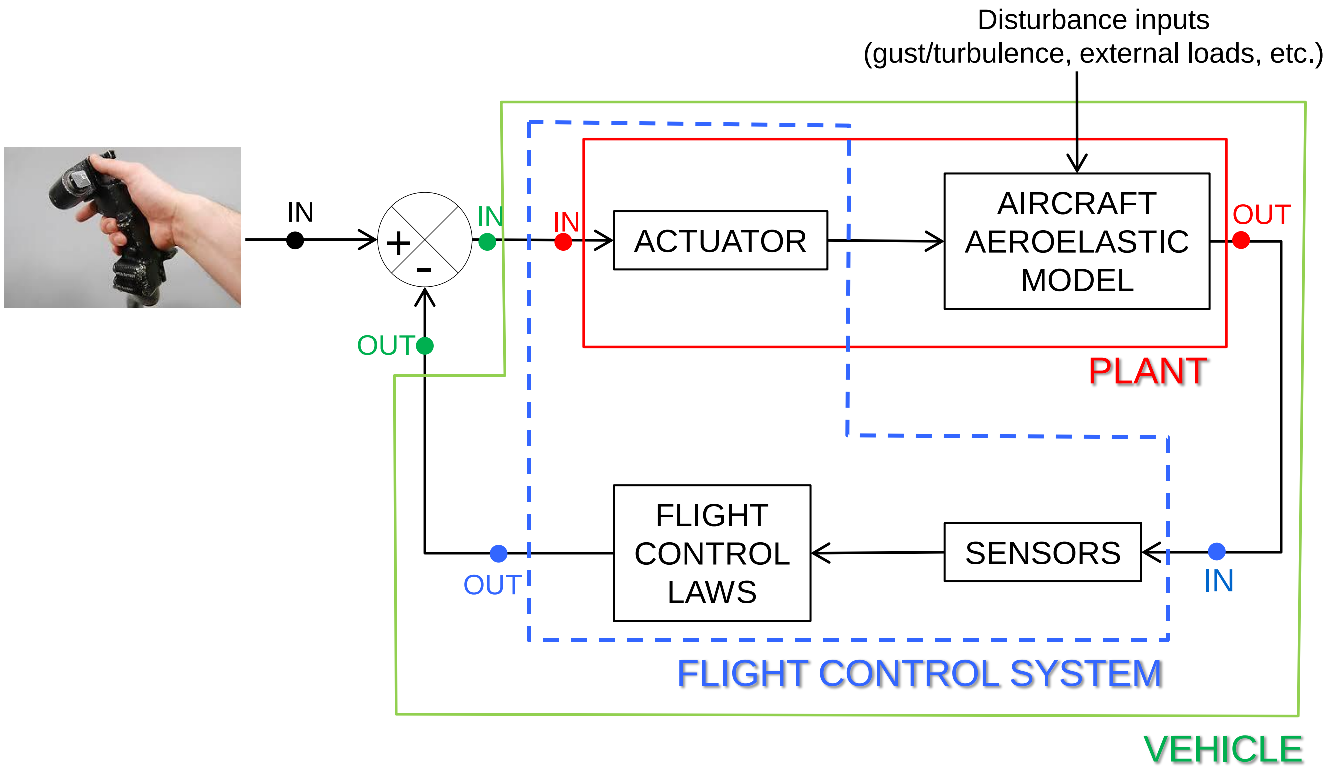
SENSORS

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

CONCEPT OF “PLANT”, “FLIGHT CONTROL SYSTEM”, AND “VEHICLE”



•IN = demanded control surfaces (CS) rotations (pilot inputs)

•IN •IN = commanded CS rotations

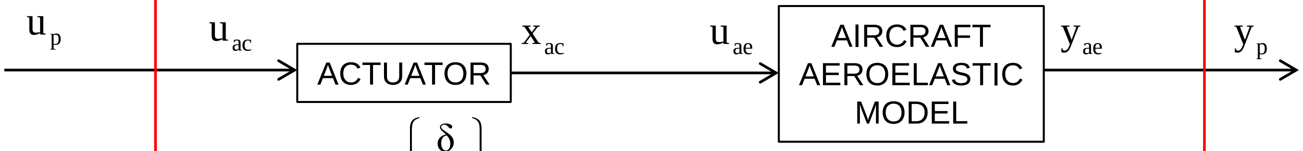
•OUT •IN = sensors’ inputs (displacements, velocities, and accelerations at structural points)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PLANT EQUATIONS IN STATE-SPACE FORMAT

PLANT


u_p

u_{ac}

ACTUATOR

x_{ac}

u_{ae}

AIRCRAFT AEROELASTIC MODEL

y_{ae}

y_p

$$x_{ac} = \begin{Bmatrix} \delta \\ s\delta \\ s^2\delta \end{Bmatrix} \qquad x_{ae} = \begin{Bmatrix} \xi \\ s\xi \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\delta}{u_{ac}} = \frac{a_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$\frac{dx_{ac}}{dt} = A_{ac}x_{ac} + B_{ac}u_{ac}$$

$$\frac{dx_{ae}}{dt} = A_{ae}x_{ae} + B_{ae}x_{ac}$$

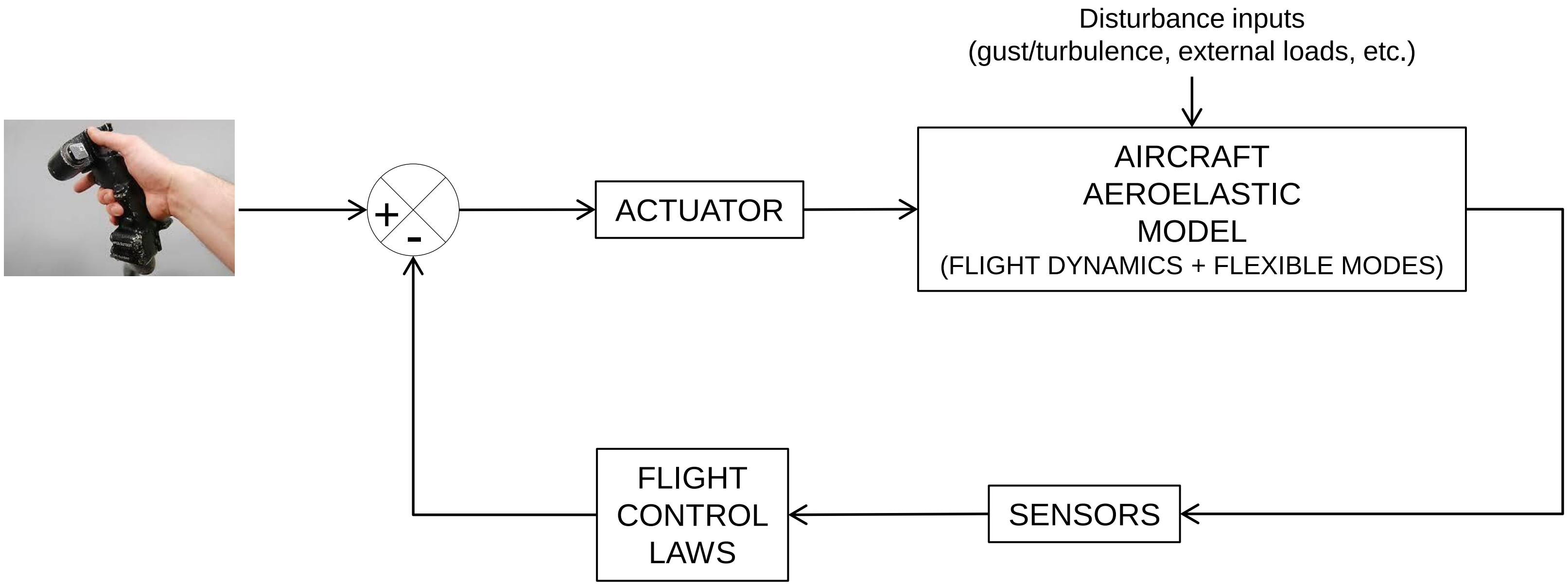
$$y_{ae} = C_{ae}x_{ae} + D_{ae}x_{ac}$$

$$\frac{dx_p}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} x_{ae} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ae} & B_{ae} \\ 0 & A \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_{ae} \\ x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u_{ac} = A_p x_p + B_p u_p$$

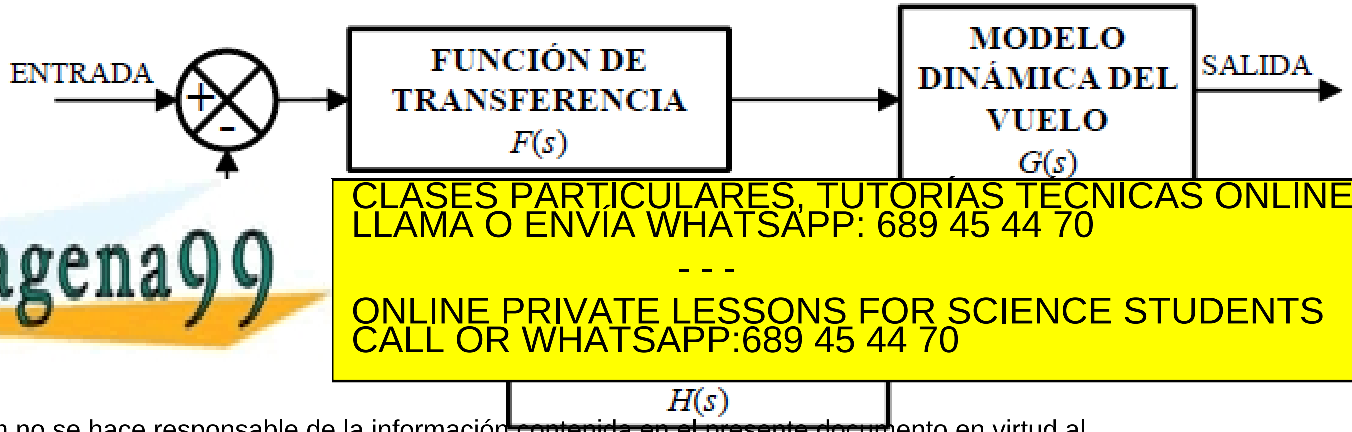
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

SIMPLIFIED BLOCK DIAGRAM



Previous block diagram is simplified by the following scheme:

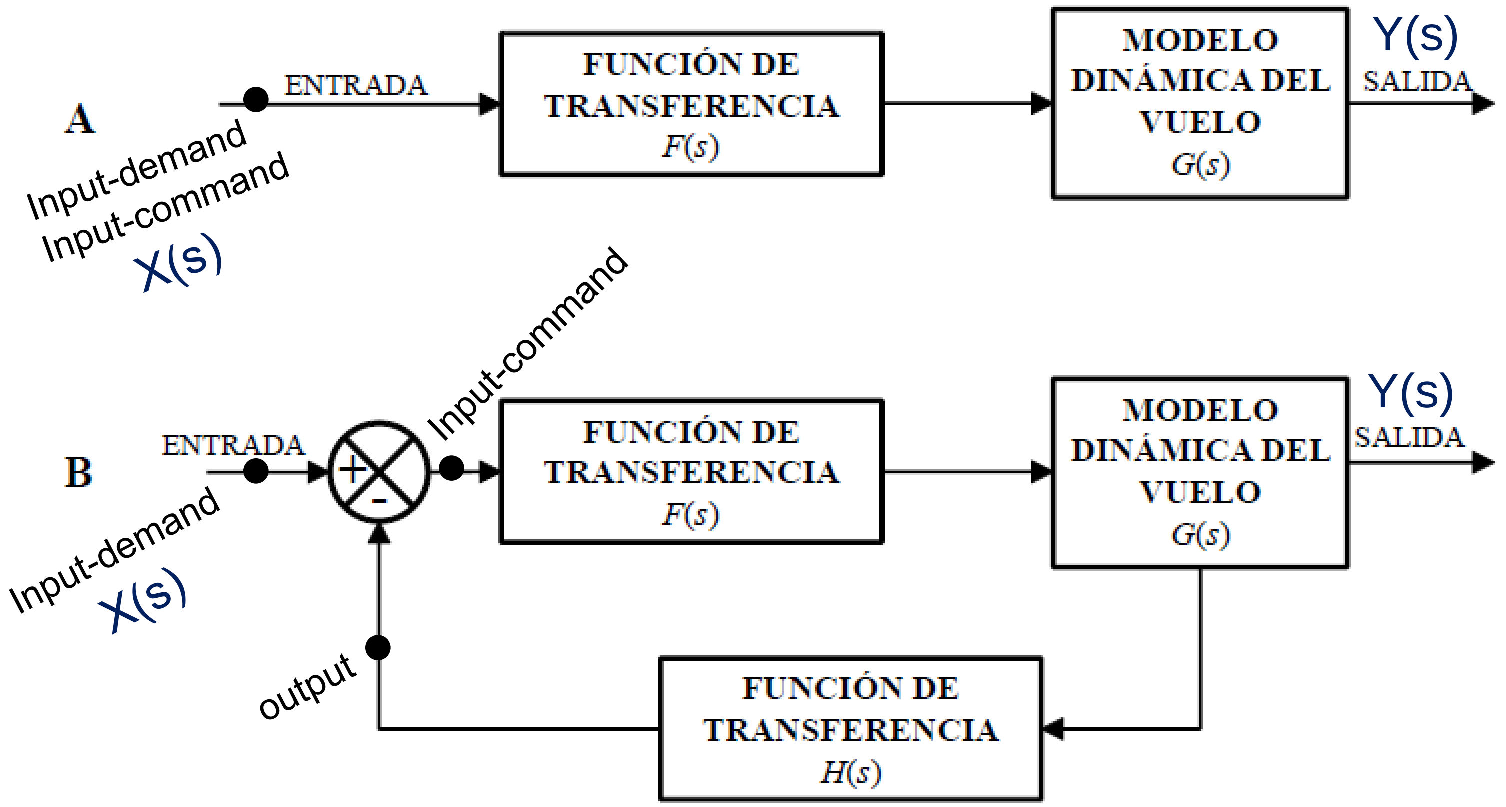


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

OPEN-LOOP vs. CLOSE-LOOP



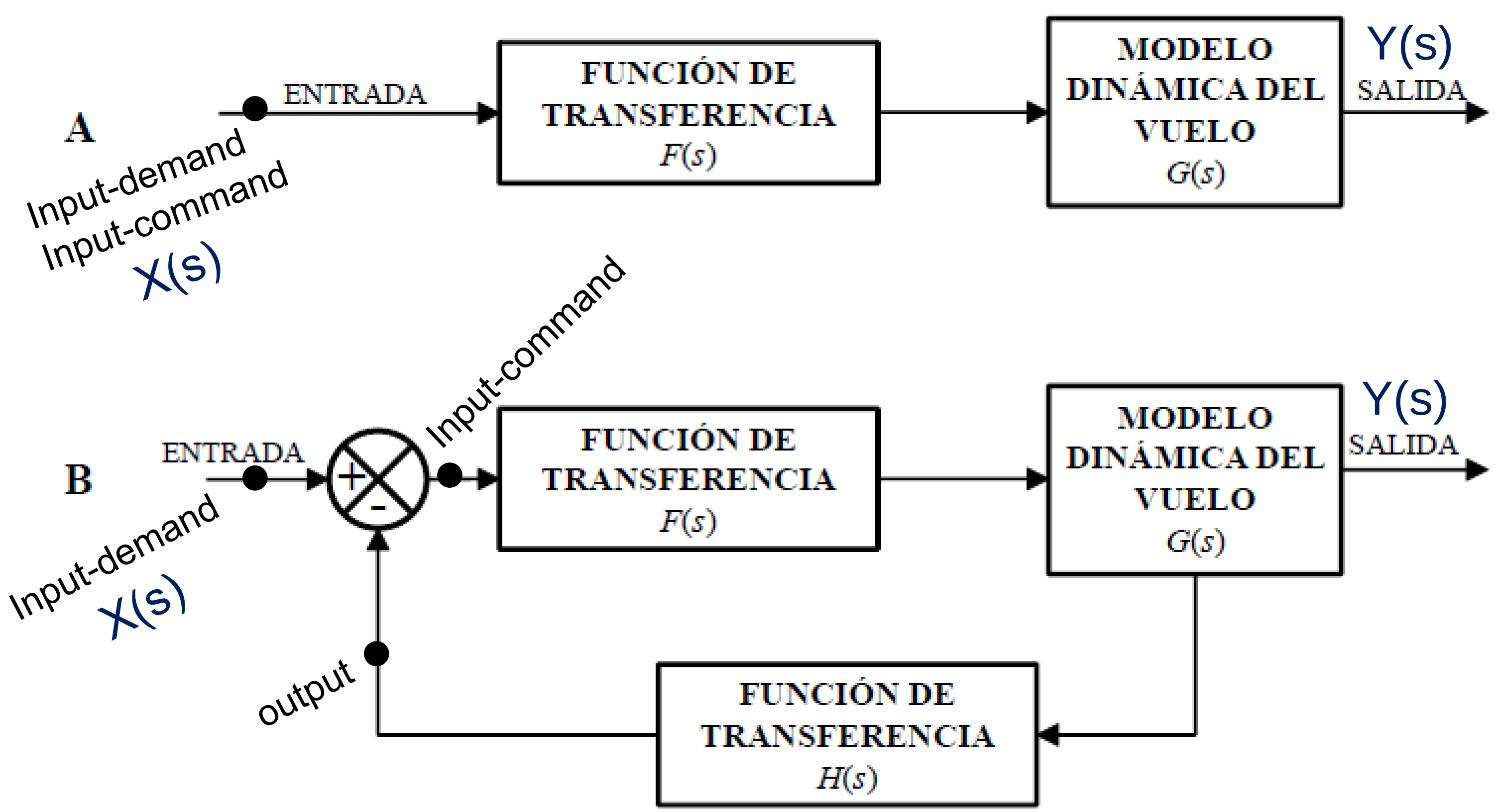
Open loop system:

- ❑ The input-demand is used as input-command, which in turn does not depend of the output

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

TRANSFER FUNCTION

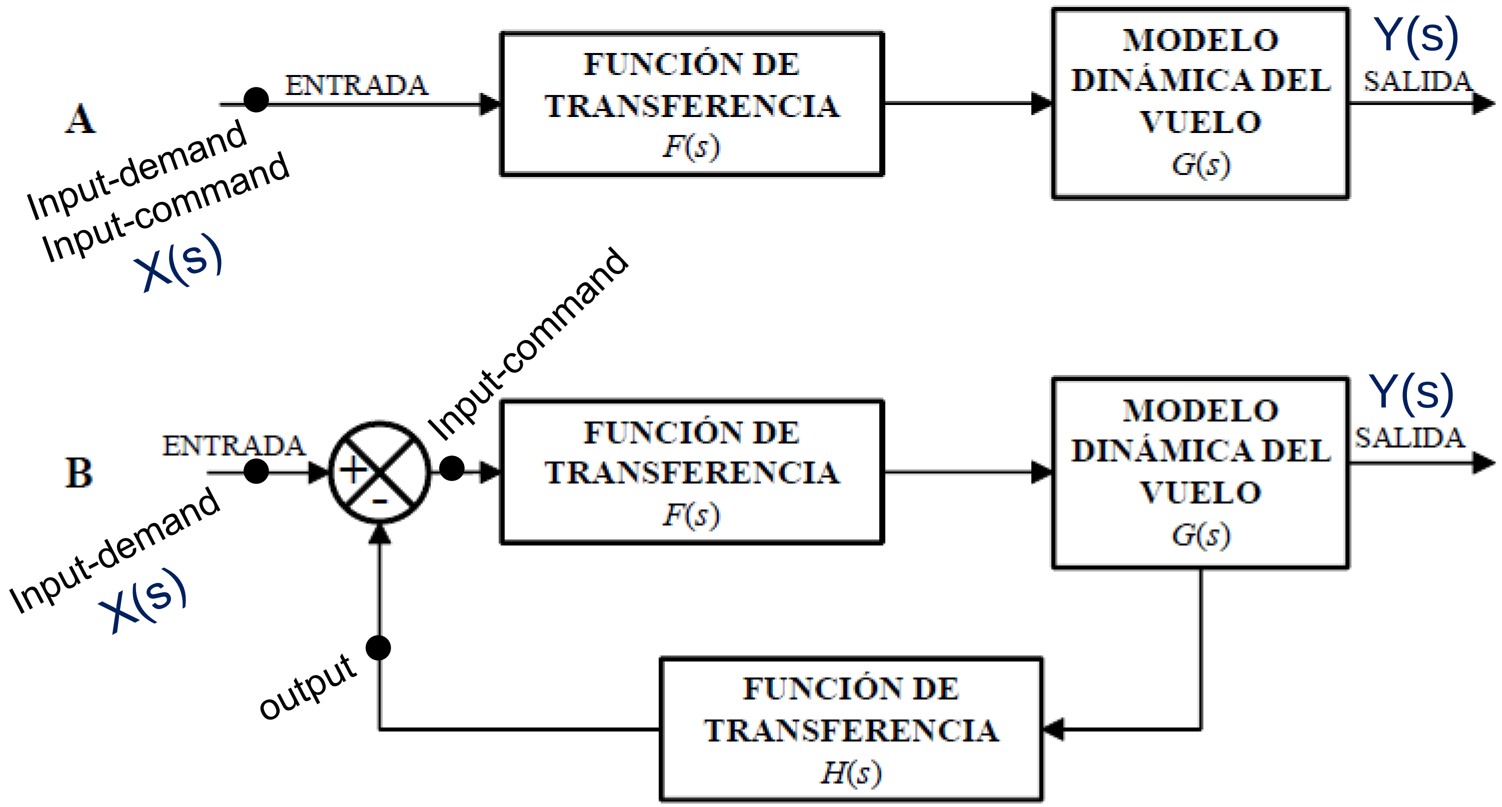


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

TRANSFER FUNCTION



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Stability criteria: root-locus method of Evans

$$TF_{\text{closed}}(s) = K\frac{s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

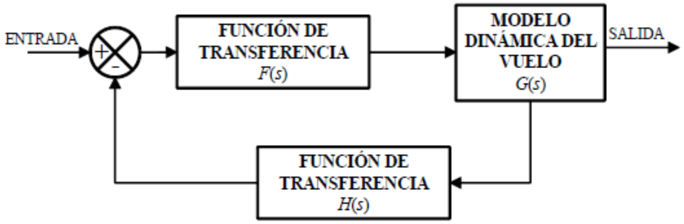
- ☐ $s=p_i$ are the “poles” and s=zi are the “zeros” of the transfer function
- ☐ The ”complex conjugate root” theorem states that if P(s) is a polynomial in one variable with real coefficients, and a + bi is a root of P(s) with a and b real numbers, then its complex conjugate a − bi is also a root of P(s). Then, the “poles” are real or complex values that are written as:

$$\sigma \pm i\omega = -\zeta\omega \pm i\omega\sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega \pm i\omega_d \approx -\zeta\omega \pm i\omega$$

- ☐ The time-domain response is therefore written as (1):

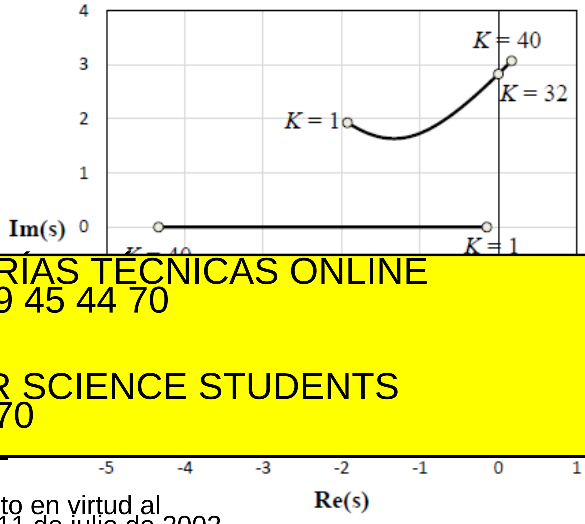
$$A \cdot e^{-\zeta\omega t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

- ☐ The system is unstable if the real part of one of the poles is positive. The graph of all possible poles with respect to some particular variable (whether system gain or some other parameter) is called the “root locus”, and the design technique based on this graph is called the root-locus method of Evans



$$F(s) = 1,\ G(s) = \frac{K}{s(s^2+4s+8)}\ \text{y}\ H(s) = 1$$

$$TF_{closed} = \frac{\dfrac{K}{s(s^2+4s+8)}}{1 + \dfrac{K}{s(s^2+4s+8)}} = \frac{K}{s^3+4s^2+8s+K}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

(2) Feedback control of dynamic systems, G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini. Addison-Wesley Publishing Company. 1994

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Stability criteria: the Nyquist plot

$$TF_{\text{closed}}(\mathrm{i}\omega) = \frac{F(\mathrm{i}\omega)\,G(\mathrm{i}\omega)}{1 + F(\mathrm{i}\omega)\,G(\mathrm{i}\omega)\,H(\mathrm{i}\omega)}$$

- ❑ For most systems, a simple relationship exists between closed-loop stability and the open-loop frequency response, i.e.,

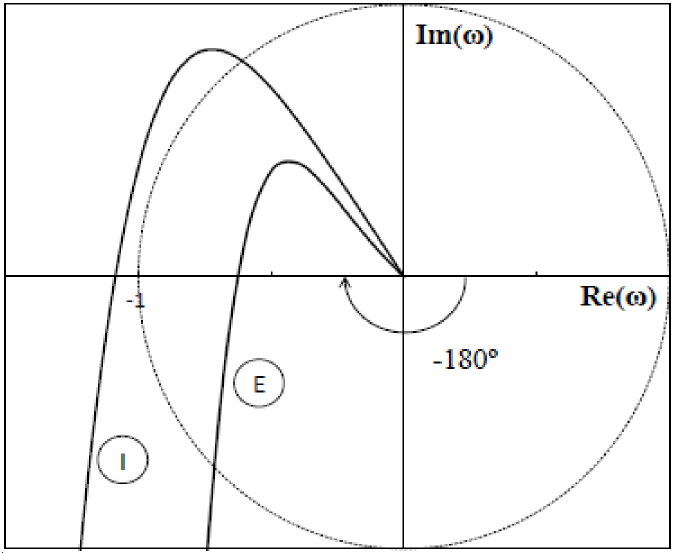
$$F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega)$$

- ❑ All points at the intersection of the root locus with the imaginary axis (neutral stability) have the property

$$\left|F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega)\right| = 1 \qquad \angle F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega) = 180^{o}$$

- ❑ The stability condition based on the open-loop frequency response is:

$$\left|F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega)\right| < 1 \quad \text{at } \angle F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega) = -180^{o}$$



- ❑ Gain margin

$$20\cdot\log_{10}\left|G_M\cdot F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega)\right| = 20\log_{10}G_M + 20\log_{10}\left|F(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot H(i\omega)\right| = 1$$

- ❑ The system is unstable if the real part of one of the poles is

(1948) (2)

Cartagena99

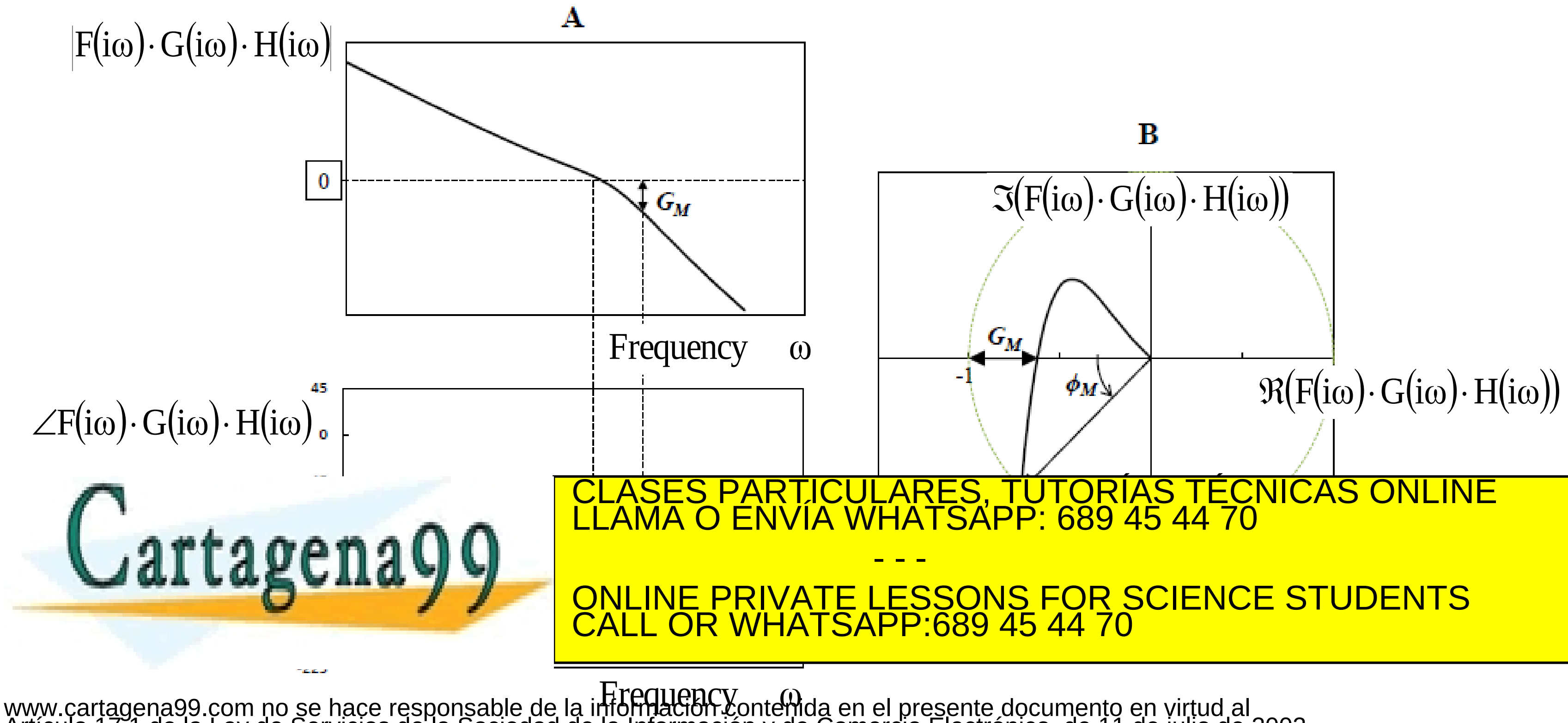
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Gain margin and phase margin in Bode and Nyquist plots

$$TF_{\text{closed}}(\mathrm{i}\omega) = \frac{F(\mathrm{i}\omega)\,G(\mathrm{i}\omega)}{1+F(\mathrm{i}\omega)\,G(\mathrm{i}\omega)\,H(\mathrm{i}\omega)}$$

- ❑ Gain margin $20\cdot\log_{10}\left|G_M\cdot F(\mathrm{i}\omega)\cdot G(\mathrm{i}\omega)\cdot H(\mathrm{i}\omega)\right| = 20\log_{10}G_M + 20\log_{10}\left|F(\mathrm{i}\omega)\cdot G(\mathrm{i}\omega)\cdot H(\mathrm{i}\omega)\right| = 1$
- ❑ Phase margin: phase when $\left|F(\mathrm{i}\omega)\cdot G(\mathrm{i}\omega)\cdot H(\mathrm{i}\omega)\right| = 1$

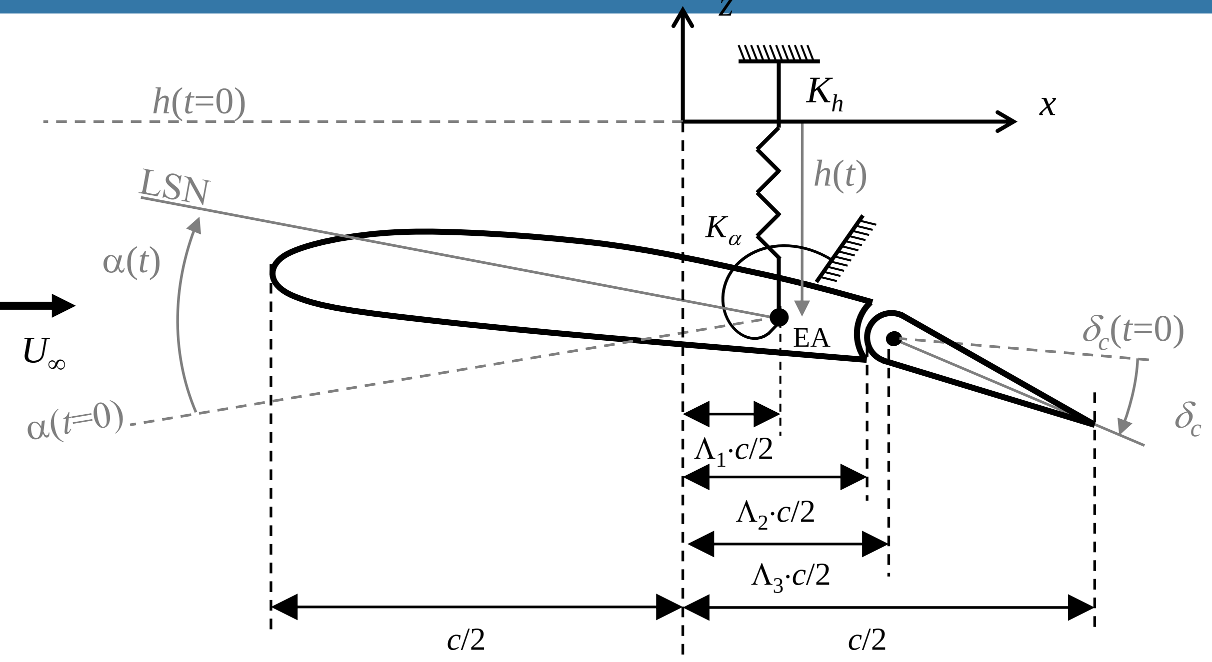


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Example: 2D airfoil



$$\begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \dfrac{\ddot{h}}{c/2} \\ \ddot{\alpha} \end{matrix} \right\} + \omega_\alpha^2 \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\omega_h}{\omega_\alpha}\right)^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \dfrac{h}{c/2} \\ \alpha \end{matrix} \right\} =$$

$$= \frac{q_\infty}{M} \begin{bmatrix} 0 & -4\pi \\ 0 & 4\pi\left(\dfrac{1}{2} + \Lambda_1\right) \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \dfrac{h}{c/2} \\ \alpha \end{matrix} \right\} +$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Proportional-derivative feedback system

$$\left[\hat{M}_{ij}\right]\{\ddot{u}_h\}+\omega_\alpha^2\left[\hat{K}_{ij}\right]\{u_h\}\approx\frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left[\hat{Q}_{ij}^0\right]\{u_h\}+\frac{1}{2\pi\mu t_0}\left[\hat{Q}_{ij}^1\right]\{\dot{u}_h\}+$$
$$+\frac{q_\infty}{2\pi\mu t_0^2}\left\{\hat{Q}_{ic}\right\}\delta_c.$$

↓

$$\delta_c=K_p\left\lfloor\begin{array}{cc}a_1 & a_2\end{array}\right\rfloor\left\{\begin{array}{c}\frac{h}{c/2}\\ \alpha\end{array}\right\}+t_0K_d\left\lfloor\begin{array}{cc}b_1 & b_2\end{array}\right\rfloor\left\{\begin{array}{c}\frac{\dot{h}}{c/2}\\ \dot{\alpha}\end{array}\right\}=$$
$$=K_p\left\lfloor\begin{array}{cc}a_1 & a_2\end{array}\right\rfloor\{u_h\}+t_0K_d\left\lfloor\begin{array}{cc}b_1 & b_2\end{array}\right\rfloor\{\dot{u}_h\},$$

↓

$$\left[\hat{M}_{ij}\right]\{\ddot{u}_h\}+\omega_\alpha^2\left[\hat{K}_{ij}\right]\{u_h\}=\frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left[\hat{Q}_{ij}^0\right]\{u_h\}+\frac{1}{2\pi\mu t_0}\left[\hat{Q}_{ij}^1\right]\{\dot{u}_h\}+$$
$$+\frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left\{\hat{Q}_{ic}\right\}\left(K_p\left\lfloor\begin{array}{cc}a_1 & a_2\end{array}\right\rfloor\left\{\begin{array}{c}\frac{h}{c/2}\\ \alpha\end{array}\right\}+t_0K_d\left\lfloor\begin{array}{cc}b_1 & b_2\end{array}\right\rfloor\left\{\begin{array}{c}\frac{\dot{h}}{c/2}\\ \dot{\alpha}\end{array}\right\}\right)=$$
$$=\frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left[\hat{Q}_{ij}^0\right]\{u_h\}+\frac{1}{2\pi\mu t_0}\left[\hat{Q}_{ij}^1\right]\{\dot{u}_h\}+\frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left[G_p\right]\{u_h\}+\frac{1}{2\pi\mu t_0}\left[G_d\right]\{\dot{u}_h\},$$

↓

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Proportional-derivative feedback system

$$\left\{\begin{array}{c}\dfrac{L_g}{M\left(c/2\right)}\\ \dfrac{M_{ACg}}{M\left(c/2\right)^2}\end{array}\right\} = \frac{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2}{M}\left\{\begin{array}{c}2C_{L\alpha}\\ 2\frac{e}{c}C_{L\alpha}\end{array}\right\}\frac{w_g}{U_\infty} =$$

$$\left\{\begin{array}{c}L_g\\ M_{ACg}\end{array}\right\} = q_\infty c\left\{\begin{array}{c}C_{L\alpha}\\ eC_{L\alpha}\end{array}\right\}\frac{w_g}{U_\infty}$$

$$= \frac{1}{2\pi\dfrac{M}{\pi\rho_\infty\left(\dfrac{c}{2}\right)^2}\left(\dfrac{c}{2U_\infty}\right)^2}\left\{\begin{array}{c}2C_{L\alpha}\\ 2\frac{e}{c}C_{L\alpha}\end{array}\right\}\frac{w_g}{U_\infty} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left\{\hat{Q}_{ig}\right\}\hat{w}_g.$$

$$\begin{aligned}&\left[\hat{M}_{ij}\right]\left\{\ddot{u}_h\right\} - \frac{1}{2\pi\mu t_0}\left(\left[\hat{Q}^1_{ij}\right] + \left[G_d\right]\right)\left\{\dot{u}_h\right\} + \\ &+ \left[\omega_\alpha^2\left[\hat{K}_{ij}\right] - \frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left(\left[\hat{Q}^0_{ij}\right] + \left[G_p\right]\right)\right]\left\{u_h\right\} = \frac{1}{2\pi\mu t_0^2}\left\{\hat{Q}_{ig}\right\}\hat{w}_g.\end{aligned}$$

$$\frac{\left\{\tilde{u}_h\right\}}{\hat{w}_0} = H_{ig}\left(\omega\right) =$$

$$PSD_{OUT} = \left|H_{ig}\left(\omega\right)\right|^2 PSD_{CT}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

“Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio”

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.