Graduado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Productos
Escuela Técnica Superior en Ingeniería del Diseño

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
50 anys
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES

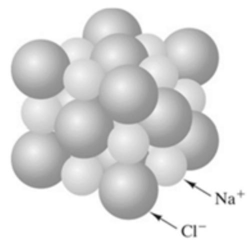
Curso 2018-2019 — 8 de noviembre de 2018

Primer Parcial Materiales-10273 — Duración 180 minutos

Todos los resultados se expresarán en el **Sistema Internacional**, y con notación científica en múltiplos de 3 y 2 decimales significativos.
El FORMULARIO se entregará al finalizar el examen para su revisión y será devuelto después de la publicación de los resultados.

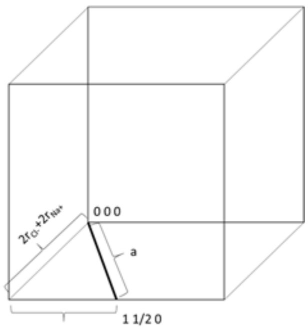
Nombre: ____

Problema 1: Calcular la fuerza de repulsión en el equilibrio, para el sistema del NaCl, entre los iones situados en las posiciones cristalográficas 0 0 0 y 1 ½ 0.



Datos:
Masa atómica (uma) Na: 22’99; Cl: 35’45
Radio atómico (nm) Na: 0’186; Cl: 0’107
Radio iónico (nm) Na^+: 0’098; Cl^-: 0’181

<u>Solución:</u>



Todos los átomos tienen una parte positiva, el núcleo, u otra negativa, la corteza. En el caso de los iones, este carácter es todavía mayor. En estado de equilibrio de un enlace, la fuerza resultante es 0, es decir F_c+F_r=0; o lo que sería lo mismo F_r=-F_c. Como se nos pide la fuerza de repulsión solamente tenemos que calcular la de atracción y cambiarle el signo.

Utilizaremos la fórmula para calcular la fuerza de atracción electrostática: $F_c = \frac{-K}{a^2}$, donde $K = k_0(Z_1 q)(Z_2 q)$, k_0=constante de proporcionalidad ($9x10^9$ V·m/C); Z=valencia del ion cargado, q=carga de un electrón ($0,16x10^{-18}$C). En el denominador, a=distancia de separación entre los centros de los iones. En la posición 0 0 0, tenemos un anión de Cl^- y en la posición 1 ½ 0, tenemos un catón de Na^+. Con esta configuración la arista del cubo vale ($2r_{Cl-}$+$2r_{Na+}$) y por tanto media arista (r_{Cl-}+r_{Na+}). Si aplicamos Pitágoras nos queda que $a = (r_{Cl^-} + r_{Na^+})\sqrt{5}$.
Sustituyendo nos queda:

$$K = 9 * 10^9 \left[\frac{V * m}{C}\right] * \left((1) * 0{,}16 * 10^{-18}[C]\right)\left((-1) * 0{,}16 * 10^{-18}[C]\right) = -230{,}4 * 10^{-30}[VmC]$$

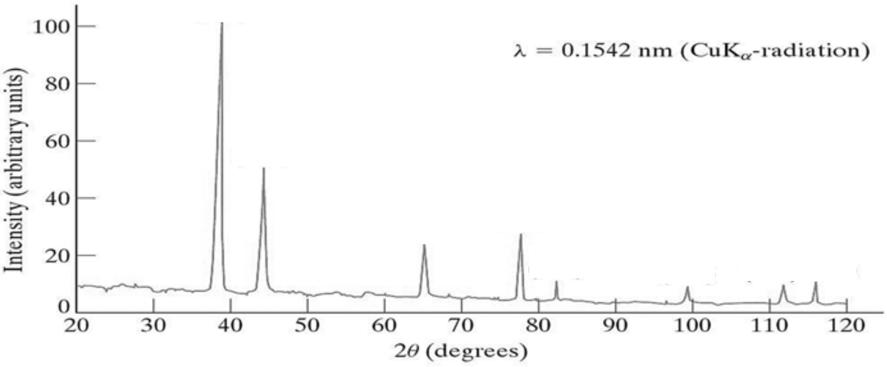
$$a = (0{,}181 * 10^{-9}[m] + 0{,}098 * 10^{-9}[m])\sqrt{5} = 623{,}86 * 10^{-12}[m]$$

Luego:

$$F_c = \frac{-K}{a^2} = \frac{-(-230{,}4 * 10^{-30}[VmC])}{(623{,}86 * 10^{-12}[m])^2} = 591.98 * 10^{-12}\left[\frac{VC}{m}\right] \text{ó} [N]$$

Resultados:	**Fuerza de repulsión**	**Distancia entre iones**	**Valor de “K”**
Valor	$591.98 * 10^{-12}$	$623{,}86 * 10^{-12}$	$-230{,}4 * 10^{-30}$
Unidades	$\left[\frac{VC}{m}\right]$ ó$[N]$	$[m]$	$[VmC]$

Problema 2: Durante el proceso de realización de una difracción de rayos X de una muestra, se perdió la identificación de la misma. A partir del espectro de la figura, calcular el radio atómico y de esta forma identificar la muestra, sabiendo que se trata de una red cúbica.



<u>Solución:</u>

Para poder calcular el radio atómico de la muestra y así poder identificarla, debo conocer el tipo de red cristalina del material y el parámetro de red.

Para determinar el tipo de red, sabemos que la relación entre los 2 primeros picos presenta siempre una misma proporción.

Para el caso de la red *bcc*, los 2 primeros picos corresponden a los planos (1 1 0) y (2 0 0) respectivamente. Sabiendo que la distancia entre planos de una familia la podemos determinar fácilmente con la expresión: $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$, la relación entre el segundo pico y el primero quedara $\frac{d_{2\,0\,0}}{d_{1\,1\,0}} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2^2+0^2+0^2}}}{\frac{a}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707$

Para la red *fcc*, los 2 primeros picos corresponden a los planos (1 1 1) y (2 0 0) respectivamente, así pues la relación quedara $\frac{d_{2\,0\,0}}{d_{1\,1\,1}} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2^2+0^2+0^2}}}{\frac{a}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}866$

Ahora debemos de calcular la relación entre los primeros picos de nuestro espectro. A partir de la ley de Bragg, $\lambda = 2d\,\mathrm{sen}(\theta)$, despejando $d = \frac{\lambda}{2\mathrm{sen}(\theta)}$, y determinando el cociente entre picos $\frac{d_{pico\,2}}{d_{pico\,1}} = \frac{\frac{\lambda}{2\mathrm{sen}(\theta_2)}}{\frac{\lambda}{2\mathrm{sen}(\theta_1)}} = \frac{\mathrm{sen}(\theta_1)}{\mathrm{sen}(\theta_2)}$

Del espectro leemos $2\theta_1$ y $2\theta_2$, 38,5° y 45° respectivamente. Sustituyendo $\frac{d_{pico\,2}}{d_{pico\,1}} = \frac{\mathrm{sen}(38{,}5/2)}{\mathrm{sen}(45/2)} = 0{,}862$. Así en nuestro caso, podemos deducir que se trata de una red *fcc*. Y por lo tanto la relación arista/radio es $a = 2R\sqrt{2}$. Despejando $R = \frac{a}{2\sqrt{2}}$ Solo nos queda conocer el valor de “a” para determinar el radio.

Para determinar el parámetro de red, en las redes cúbicas sabemos que el segundo pico corresponde al plano de difracción (2 0 0), entonces $d_{2\,0\,0} = \frac{a}{\sqrt{2^2+0^2+0^2}} = \frac{a}{2}$; $a = 2d_{2\,0\,0} = 2\frac{\lambda}{2\mathrm{sen}(\theta_2)} = \frac{0{,}1542\cdot 10^{-9}[m]}{sen\left(\frac{45}{2}\right)} \approx 0{,}4029 \cdot 10^{-9}\ [m]$

Sustituyendo, nos queda que R=0,143·10^{-9} *m*

Resultados:	**Radio atómico**	**Parámetro “a”**
Valor	0,143·10^{-9}	$0{,}4029 \cdot 10^{-9}$
Unidades	$[m]$	$[m]$

Problema 3: Se entiende por ley, en los metales preciosos, la proporción en peso en que el metal precioso puro se encuentra en una aleación. Actualmente se expresa en milésimas (es decir, número de partes del metal puro de cada mil partes de la aleación) y se representará convencionalmente por un número de tres dígitos. La plata es un metal precioso que se obtiene como subproducto de la minería del zinc. La plata de ley utilizada mayoritariamente en joyería tiene 999 milésimas, siendo el resto elementos procedentes del proceso de obtención del zinc. Determina la densidad que presenta la plata con estas impurezas de zinc.

Datos:

Estructura cristalina Ag (fcc); Zn (hcp)

Masa atómica (uma) Ag: 107’87; Zn: 65’38

Radio atómico (nm) Ag: 0’144; Zn: 0’137

<u>Solución:</u>

Para determinar la densidad utilizaremos la conocida relación, densidad=masa/volumen, centrándonos en la celdilla unidad. Como la plata es mayoritaria 999 gramos de cada 1kg, está seguirá manteniendo su estructura *fcc* y el zinc se posicionará como aleante por sustitución. Así pues, la relación a utilizar será: $densidad =$

$\frac{n_{átomos} \cdot Peso\ atómico}{N_A \cdot volumen}$, en una celdilla fcc tenemos 4 átomos y debemos de determinar qué cantidad de esos átomos son de plata y cuales son de zinc.

Como tenemos proporción en peso, debemos de transformarla en proporción en átomos. Suponiendo que tenemos un total de 1kg calculamos el número de moles que tenemos de plata y zinc en la mezcla.

$$n_{moles} = \frac{masa}{peso\ atómico}$$

Para la plata: $n_{moles\ (Ag)} = \frac{0{,}999[kg]}{107{,}87 \cdot 10^{-3}\left[\frac{kg}{mol}\right]} = 9{,}2611[moles]$; para el zinc, $n_{moles\ (Zn)} = \frac{0{,}001[kg]}{65{,}38 \cdot 10^{-3}\left[\frac{kg}{mol}\right]} = 0{,}0153[moles]$. Calculamos el porcentaje atómico/molar de la mezcla $\%_{at}(Ag) = \frac{moles\ (Ag)}{moles\ (Ag) + moles\ (Zn)} \cdot 100 = \frac{9{,}2611}{9{,}2611 + 0{,}0153} \cdot 100 = 99{,}84\%$ y $\%_{at}(Zn) = \frac{moles\ (Zn)}{moles\ (Ag) + moles\ (Zn)} \cdot 100 = \frac{0{,}0153}{9{,}2611 + 0{,}0153} \cdot 100 = 0{,}16\%$

Ahora ya podemos ponderar el peso atómico y determinar la densidad:

$$densidad = \frac{4[atómos] \cdot \left(99{,}84\% \cdot 107{,}87 \cdot 10^{-3}\left[\frac{kg}{mol}\right] + 0{,}16\% \cdot 65{,}38 \cdot 10^{-3}\left[\frac{kg}{mol}\right]\right)}{6{,}023 \cdot 10^{23}\left[\frac{atómos}{mol}\right] \cdot \left(2 \cdot 0{,}144 \cdot 10^{-9}[m]\sqrt{2}\right)^3} = 10596\frac{kg}{m^3}$$

Resultados:	**Densidad**	**Volumen utilizado**	**Masa utilizada**
Valor	10596	$67{,}565 \cdot 10^{-30}$	$715{,}94 \cdot 10^{-27}$
Unidades	$\frac{kg}{m^3}$	m^3	kg

Problema 4: La empresa Carburaciones S.A., dispone de un horno para realizar tratamientos hasta 1200ºC pudiendo conseguir una concentración de carbono en la superficie de las piezas a tratar del 1%. Le ha llegado el pedido, de carburación de piezas, con los siguientes requerimientos técnicos: contenido en carbono de 0'6% a 3 mm de profundidad tras un tratamiento de 7 horas. ¿Puede Carburaciones S.A. cumplir los requerimientos técnicos exigidos?

¿Qué acciones podrías llevar a cabo para ajustarte a los requerimientos exigidos?

z	erf(z)	z	erf(z)	z	erf(z)
0	0	0.55	0.5633	1.3	0.9340
0.025	0.0282	0.60	0.6039	1.4	0.9523
0.05	0.0564	0.65	0.6420	1.5	0.9661
0.10	0.1125	0.70	0.6778	1.6	0.9763
0.15	0.1680	0.75	0.7112	1.7	0.9838
0.20	0.2227	0.80	0.7421	1.8	0.9891
0.25	0.2763	0.85	0.7707	1.9	0.9928
0.30	0.3286	0.90	0.7970	2.0	0.9953
0.35	0.3794	0.95	0.8209	2.2	0.9981
0.40	0.4284	1.0	0.8427	2.4	0.9993
0.45	0.4755	1.1	0.8802	2.6	0.9998
0.50	0.5205	1.2	0.9103	2.8	0.9999

Datos:

Porcentaje de carbono de las piezas: 0'2%

Datos de difusividad para el Fe-γ: D_0: $20 \cdot 10^{-6}$ m^2/s; Q: 142 KJ/mol

Solución:

Los datos que tenemos en el enunciado, los podemos clasificar como tecnológicos de la empresa (es decir el horno solo pueda trabajar hasta 1200ºC, y que la concentración de carbono en superficie sea máxima de 1%) y técnicos de la pieza a tratar (el porcentaje de carbono en la pieza de 0'2% de C; profundidad de 3 mm con un tiempo de 7 horas y cantidad de carburación de 0,6% de C).

Aplicaremos la segunda ley de Fick $\frac{c_x - c_0}{c_s - c_0} = 1 - erf(z)$, siendo $z = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$ y evaluaremos nuestras limitaciones como empresa.

$\frac{0{,}6\% - 0{,}2\%}{1\% - 0{,}2\%} = \frac{0{,}4}{0{,}8} = 0{,}5 = 1 - erf(z)$, luego *erf(z)=0,5*. Como quiero conocer z, busco en la columna de erf(z) el valor de 0,5 que se encuentra entre 0,4755 y 0,5205; para un valor de z de entre 0,45 y 0,5. Interpolando obtengo que z=0,4772. Así quedará, $0{,}4772 = \frac{3 \cdot 10^{-3}[m]}{2\sqrt{D \cdot 7[horas] \cdot 3600\frac{[s]}{[horas]}}}$, despejando D=$392{,}1 \cdot 10^{-12}$ [m^2/s].

Como sabemos que la difusión sigue una ecuación tipo Arrhenius, $D = D_0 e^{-\frac{Q}{RT}}$, despejando la temperatura,

$$T = \frac{-Q}{R \cdot \ln\left(\frac{D}{D_0}\right)} = \frac{-142 \cdot 10^3\left[\frac{J}{mol}\right]}{8{,}314\left[\frac{J}{mol \cdot K}\right]\ln\left(\frac{392{,}1 \cdot 10^{-12}\left[\frac{m^2}{s}\right]}{20 \cdot 10^{-6}\left[\frac{m^2}{s}\right]}\right)} \approx 1575[K]$$

Resultados:	Se podrá realizar	Temperatura requerida	Coeficiente de difusión	z
Valor	NO	1575	$392{,}1 \cdot 10^{-12}$	0,4772
Unidades		[K]	$[m^2/s]$	adimensional
Acciones de ajuste	Para cumplir los requerimientos técnicos se debería de tratar la pieza a 1575K, cuando el horno llega a 1473K. Como acción correctora se puede sugerir aumentar el tiempo necesario para conseguir los requerimientos técnicos.			

Problema 5: Una moneda de 2€ está formada por una parte externa de una aleación cuproníquel y una parte interna formada por 3 capas (Níquel-Latón, Níquel, y Latón-Níquel). El diámetro de la unión vale 18,75 mm. Nos han indicado que cuando la diferencia de diámetros de las 2 piezas es de más de 0'01 mm las podríamos separar. Ponemos una moneda en el horno de casa y lo calentamos hasta 200ºC. **En estas condiciones**, ¿cabe esperar poder separar los dos componentes de la moneda?

Datos:
Temperatura ambiente: 27 ºC
α (cuproníquel): 16'2 · 10^{-6} (mm/mm/K)
α (parte interina): 16 · 10^{-6} (mm/mm/K)

<u>Solución:</u>

Sabemos que al calentar un material se deforma según la expresión: $\varepsilon = \alpha(T_f - T_0)$, en nuestro caso la dimensión que consideramos es el diámetro, por lo que la expresión quedará: $\frac{d_f - d_0}{d_0} = \alpha(T_f - T_0)$; despejando $d_f = d_0[1 + \alpha(T_f - T_0)]$. Para saber si se separan las dos piezas, calcularemos sus diámetros y observaremos la diferencia entre ambos, comparándola con el valor de referencia.

$d_{f\ ext} = 18{,}75 \cdot 10^{-3}[m][1 + 16{,}2 \cdot 10^{-6}[K^{-1}](200[°C] - 27[°C])] = 18{,}8026 \cdot 10^{-3}[m]$
$d_{f\ int} = 18{,}75 \cdot 10^{-3}[m][1 + 16 \cdot 10^{-6}[K^{-1}](200[°C] - 27[°C])] = 18{,}8019 \cdot 10^{-3}[m]$
$d_{f\ ext} - d_{f\ int} = 18{,}8026 \cdot 10^{-3}[m] - 18{,}8019 \cdot 10^{-3}[m] = 0{,}0007 \cdot 10^{-3}[m] < 0{,}01 \cdot 10^{-3}[m]$

Resultados:	Se podrá separar	Diámetro de la pieza interior	Diámetro interior de la pieza exterior
Valor	No	$18{,}8019 \cdot 10^{-3}$	$18{,}8026 \cdot 10^{-3}$
Unidades	$0{,}0007 \cdot 10^{-3}[m] < 0{,}01 \cdot 10^{-3}[m]$	[m]	[m]

Problema 6: Tenemos un cable de acero de 2 mm² de sección. ¿Qué longitud de cable sería necesaria para producir la rotura por su propio peso?

Datos:
E: 200GPa; $R_{p0,2}$: 680MPa; R:750MPa
Densidad: 7,8g/cm³

<u>Solución:</u>

La fuerza que actúa sobre el cable es la de su propio peso. En estas circunstancias, determinamos la fuerza necesaria para alcanzar la resistencia del acero. *La resistencia es el máximo esfuerzo de tracción que un cuerpo puede soportar antes de romperse. Es sinónimo de carga de rotura por tracción.* Así a partir de la resistencia. $\sigma = \frac{F}{S_0}$, despejando $F_{rot} = R \cdot S_0 = 750 \cdot\ 10^6[Pa] \cdot 2 \cdot 10^{-6}[m^2] = 1500[N]$

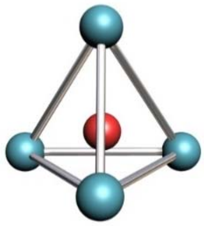
Como todos sabemos la primera ley de Newton $F = m \cdot a$, tomando la aceleración de la gravedad como g=9,81 m/s², despejando la $m = \frac{F_{rot}}{g} = \frac{1500[N]}{9{,}81\left[\frac{m}{s^2}\right]} = 152{,}9[kg]$

Para poder hallar la longitud necesitamos conocer el volumen y conociendo la densidad es fácil deducirlo. $\rho = \frac{m}{V}$, despejando $V = \frac{m}{\rho} = \frac{152{,}9[kg]}{7800\left[\frac{kg}{m^3}\right]} = 0{,}0196[m^3]$. Como el volumen de un cilindro es longitud por sección, nos queda $l = \frac{V}{S_0} = \frac{0{,}0196[m^3]}{2 \cdot 10^{-6}[m^2]} = 9801{,}62[m]$

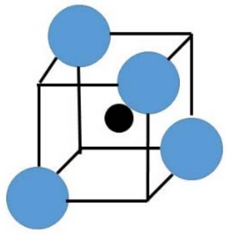
Resultados:	**Longitud de cable**	**Masa del cable**	**Volumen del cable**
Valor	9801,62	152,9	0,0196
Unidades	[m]	[kg]	[m^3]

Problema 7: Demuestra la relación mínima entre radios r/R, para un índice de coordinación 4. Expresa el resultado en su forma fraccionaria.

Solución:



El índice de coordinación 4 corresponde a una figura tetraédrica, como se observa en la figura de la izquierda. En la experiencia 1 de laboratorio, ya se realizó el cálculo que nos ocupa. Si cambiamos la forma de ver el tetraedro (figura de la derecha) fácilmente podemos ver que la diagonal de la cara es (R+R) y que la mitad de la diagonal del cubo es (R+r), expresando todo en función de parámetro de red, tendremos:



$d_{cubo} = a\sqrt{3} = 2(R+r)$, despejando $a = \frac{2(R+r)}{\sqrt{3}}$

$d_{cara} = a\sqrt{2} = 2(R+R)$, despejando $a = \frac{4R}{\sqrt{2}}$, igualando $\frac{2(R+r)}{\sqrt{3}} = \frac{4R}{\sqrt{2}}$

Reagrupando nos queda: $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1$

Resultados:	**Relación r/R**
Valor	$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1 = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$
Unidades	adimensional

Problema 8: Un vidrio de borosilicato utilizado en un reflector tiene un punto de recocido de 544 °C y un punto de ablandamiento de 780 °C. ¿Cuál será su temperatura a la que el vidrio deja de tener un comportamiento elástico?

Solución:

Por debajo de la temperatura de deformación un vidrio se fractura antes de deformar perdiendo su comportamiento elástico, y por encima la relación de la viscosidad con la temperatura siguen una ley de Arrhenius, $\eta = \eta_0 e^{\frac{Q}{RT}}$. Para poder determinar la temperatura de deformación necesito conocer el calor de activación, *Q*, y η_0, constante pre-exponencial. Estas dos constantes las puedo calcular fácilmente planteando un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas. Así pues:

Para el punto de recocido (544°C): $1 \cdot 10^{12}[Pa \cdot s] = \eta_0 e^{\frac{Q}{R \cdot 817[K]}}$

Para el punto de ablandamiento (780°C): $4 \cdot 10^{6}[Pa \cdot s] = \eta_0 e^{\frac{Q}{R \cdot 1053[K]}}$

Procediendo a dividir ambas ecuaciones: $\frac{1 \cdot 10^{12}[Pa \cdot s]}{4 \cdot 10^{6}[Pa \cdot s]} = \frac{\eta_0 e^{\frac{Q}{R \cdot 817[K]}}}{\eta_0 e^{\frac{Q}{R \cdot 1053[K]}}}$, despejando $Q = \frac{R\left[\frac{J}{mol \cdot K}\right] \cdot \ln\left(\frac{1 \cdot 10^{12}[Pa \cdot s]}{4 \cdot 10^{6}[Pa \cdot s]}\right)}{\left(\frac{1}{817[K]} - \frac{1}{1053[K]}\right)} = 376{,}7 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{mol}\right]$

Una vez determinado, Q, lo sustituimos en cualquiera de las dos ecuaciones y despejamos $\eta_0 = \eta e^{\frac{-Q}{RT}} = 1 \cdot 10^{12}[Pa \cdot s] \cdot e^{\frac{-376{,}7 \cdot 10^3\left[\frac{J}{mol}\right]}{R \cdot 817[K]}} = 822{,}48 \cdot 10^{-15}[Pa \cdot s]$.

Disponiendo de las dos constantes, podemos fácilmente calcular la temperatura de deformación sabiendo que la viscosidad a esa temperatura es de *3·10^13 [Pa·s]*.$T = \frac{Q}{R \cdot \ln\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)} = \frac{376{,}7 \cdot 10^3\left[\frac{J}{mol}\right]}{R \cdot \ln\left(\frac{3 \cdot 10^{13}[Pa \cdot s]}{822{,}48 \cdot 10^{-15}[Pa \cdot s]}\right)} = 769{,}8[K]$

Resultados:	**Q**	**η_0**	**Temperatura**	**¿a qué evento corresponde?**
Valor	$376{,}7 \cdot 10^3$	$822{,}48 \cdot 10^{-15}$	$769{,}8$	A la temperatura de deformación
Unidades	$\left[\frac{J}{mol}\right]$	$[Pa \cdot s]$	$[K]$	