

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

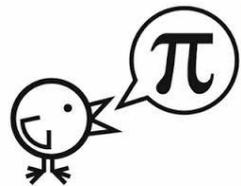
1.2 Determinantes

LIBRO LAS MATRICES SON FÁCILES José Manuel Casteleiro

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

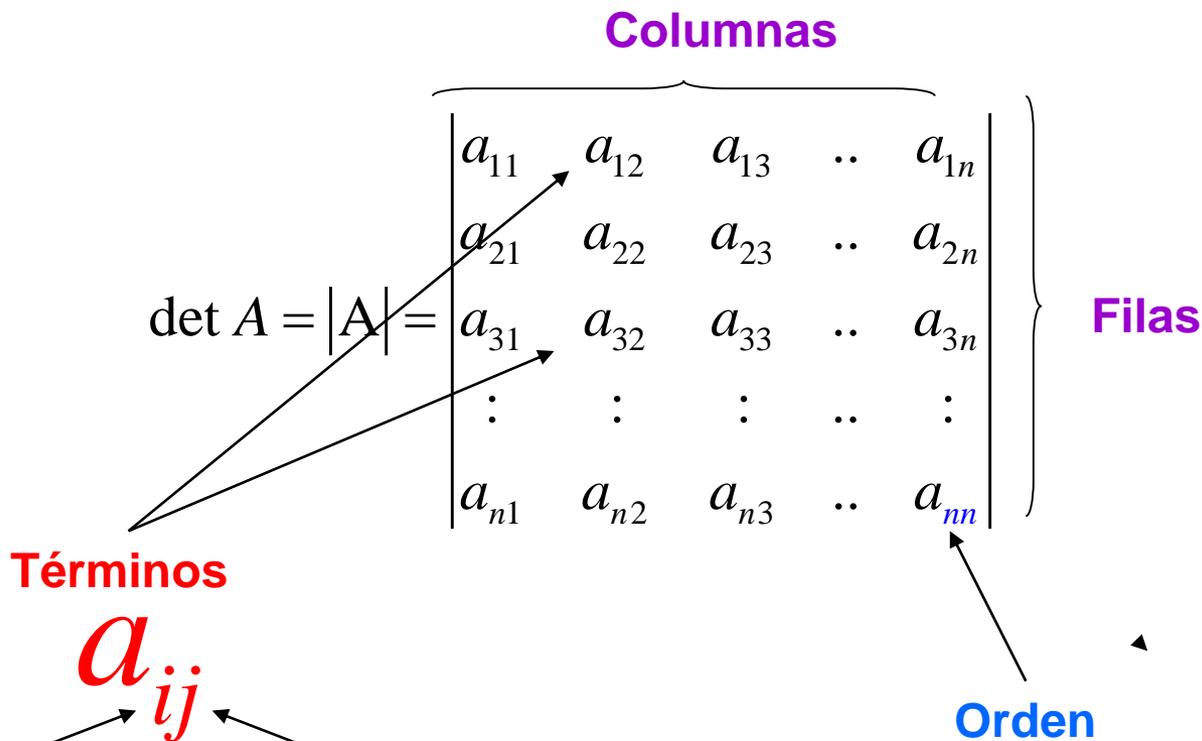
Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

1. DEFINICIÓN DE DETERMINANTE DE UNA MATRIZ CUADRADA



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

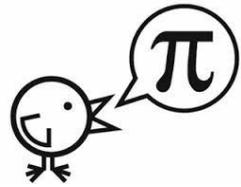
Cartagena99

Filas n

Columnas n

BUSINESS SCHOOL **ESIC**

PÁGINAS 93 Y 94



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

2. MENOR Y MENOR COMPLEMENTARIO DE UNA MATRIZ

MENOR

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$$

$M = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{24} \\ a_{52} & a_{54} \end{vmatrix}$

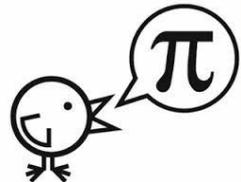
MENOR COMPLEMENTARIO

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{15} \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

3. MENOR Y MENOR COMPLEMENTARIO DE UN TÉRMINO

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$$

MENOR

$$M = |a_{32}|$$

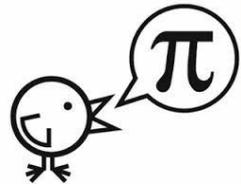
**MENOR
COMPLEMENTARIO**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} & a_{25} \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

4. ADJUNTO O COFACTOR DE UN TÉRMINO

$$Adj_{ij} = (-1)^{i+j} M_c$$

← MENOR COMPLEMENTARIO

Ejemplo 2.3. Hallar el adjunto a_{32}

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}$$

(Note: In the original image, the element a_{32} is circled in red, and dashed red lines indicate the removal of its row and column to form the minor M_c .)

SIGNOS DE LOS ADJUNTOS

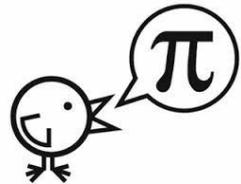
$$|A| = \begin{vmatrix} +a_{11} & -a_{12} & +a_{13} & -a_{14} & +a_{15} \\ -a_{21} & +a_{22} & -a_{23} & +a_{24} & -a_{25} \\ +a_{31} & -a_{32} & +a_{33} & -a_{34} & +a_{35} \\ -a_{41} & +a_{42} & -a_{43} & +a_{44} & -a_{45} \\ +a_{51} & -a_{52} & +a_{53} & -a_{54} & +a_{55} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

EJERCICIOS EN CLASE

Dada la siguiente matriz:

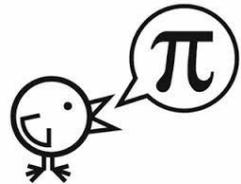
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

1. Hallar el adjunto del término situado en la intersección de la 2ª fila y 1ª columna
2. Hallar el adjunto del término situado en la intersección de la 1ª fila y 3ª columna
3. Hallar el adjunto del término situado en la intersección de la 3ª fila y 2ª columna

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

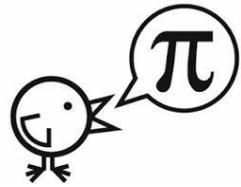
1.2 Determinantes

5. CÁLCULO DE DETERMINANTES

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

5.1 CÁLCULO DE DETERMINANTES DE ORDEN 2

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \longrightarrow |A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

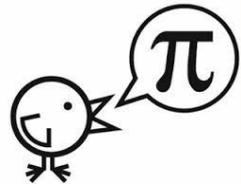
Ejemplo 2.4

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

5.2 CÁLCULO DE DETERMINANTES DE ORDEN 3

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Cartagena99

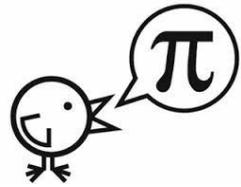
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

TERMINOS NEGATIVOS

BUSINESS & MARKETING SCHOOL CESIC

PÁGINAS 97 y 98



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

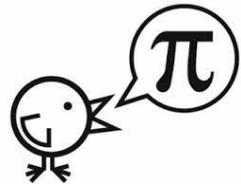
CÁLCULO DE DETERMINANTES DE ORDEN 3

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (9 + 8 + 1) - [6 + 2 + 6] = (18) - (14) = 4$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

EJERCICIOS EN CLASE

$$1. |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$$

$$2. |A| = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$3. |A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$4. |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

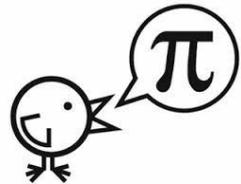
$$5. |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$6. |A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

6. PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

1ª PROPIEDAD

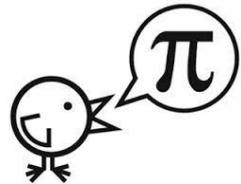
$$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a & d & g \\ c & f & i \\ b & e & h \end{vmatrix}$$

CAMBIA EL SIGNO

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

Ejemplo 2.6 Cambiar de lugar las filas 1ª y 2ª en el siguiente determinante

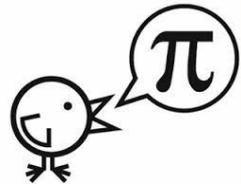
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 10$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

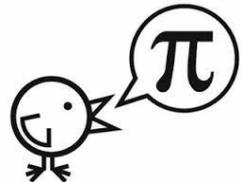
2ª PROPIEDAD

$$(k) \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ kb & ke & kh \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

Ejemplo 2.8

Multiplicar la primera fila por (2) en el siguiente determinante:

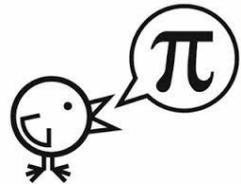
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -10$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -20$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

NOTA2.2

Ejemplo 2.9 Sacar los factores comunes que se puedan en el siguiente determinante:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 24 & 27 \end{vmatrix} = -12$$

(2)

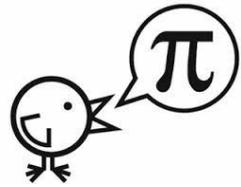


(2) ← $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 1 & 4 & 5 \\ 0 & 12 & 13.5 \end{vmatrix}$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

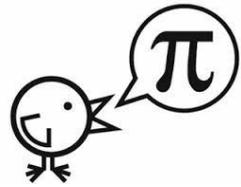
3ª PROPIEDAD

$$\begin{pmatrix} k \\ \end{pmatrix} \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ ka + b & kd + e & kg + h \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

Ejemplo 2.10 Comprobar que haciendo el mayor número posible de ceros en la primera columna, el siguiente determinante no varía:

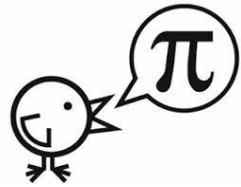
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -10$$

$$|A| = \begin{matrix} (3) & (-2) \\ \downarrow & \searrow \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & -1 & -3 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} & = & -10 \end{matrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

4ª PROPIEDAD

$$|A| = |A^t|$$

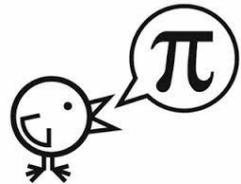
Ejemplo 2.11 Comprobar que el determinante de la matriz A del ejemplo anterior no varía:

$$|A^t| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -10$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

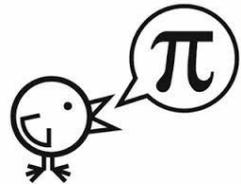
5ª PROPIEDAD

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & d & g \\ 0 & e & h \\ 0 & f & i \end{vmatrix} = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

6ª PROPIEDAD

$$|A| = \begin{vmatrix} \mathbf{d} & \mathbf{d} & \mathbf{g} \\ \mathbf{e} & \mathbf{e} & \mathbf{h} \\ \mathbf{f} & \mathbf{f} & \mathbf{i} \end{vmatrix} = 0$$

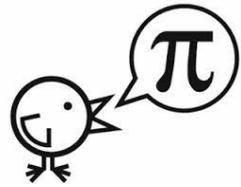
Ejemplo 2.12 Comprobar que el valor del siguiente determinante es nulo :

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

7ª PROPIEDAD

$$|A| = \begin{vmatrix} \mathbf{kd} & \mathbf{d} & \mathbf{g} \\ \mathbf{ke} & \mathbf{e} & \mathbf{h} \\ \mathbf{kf} & \mathbf{f} & \mathbf{i} \end{vmatrix} = 0$$

Ejemplo 2.13 Hallar el valor del siguiente determinante:

(3)

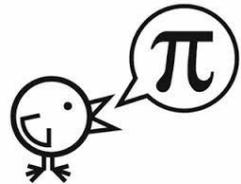


$$\begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

8ª PROPIEDAD

$$|A| = \begin{vmatrix} \mathbf{a+d} & \mathbf{l} & \mathbf{d} \\ \mathbf{b+e} & \mathbf{m} & \mathbf{e} \\ \mathbf{c+f} & \mathbf{n} & \mathbf{f} \end{vmatrix} |A| = \begin{vmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{l} & \mathbf{d} \\ \mathbf{b} & \mathbf{m} & \mathbf{e} \\ \mathbf{c} & \mathbf{n} & \mathbf{f} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{d} & \mathbf{l} & \mathbf{d} \\ \mathbf{e} & \mathbf{m} & \mathbf{e} \\ \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{f} \end{vmatrix}$$

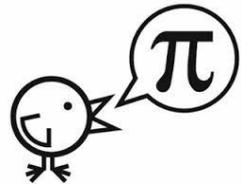
Ejemplo 2.14 Comprobar la propiedad anterior con el siguiente determinante:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 24 & 27 \end{vmatrix} = -12$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

9ª PROPIEDAD

$$|A| = \begin{vmatrix} a+d & a & d \\ b+e & b & e \\ c+f & c & f \end{vmatrix} = 0$$

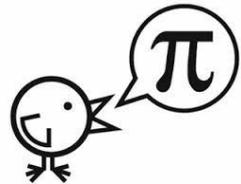
Ejemplo 2.15 Demostrar que el siguiente determinante es nulo:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1+d & 1 & d \\ 2+e & 2 & e \\ 3+f & 3 & f \end{vmatrix} = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

10ª PROPIEDAD

$$|[A][B]| = |A||B|$$

Ejemplo 2.16 Comprobar la propiedad anterior con las siguientes matrices:

$$[A] = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 24 & 27 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 24 & 27 \end{vmatrix} = -12 \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -2$$

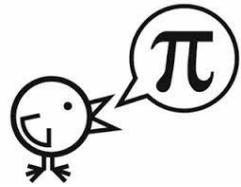
$$|A||B| = (-12)(-2) = 24$$

$$|[A][B]| = \begin{vmatrix} 2 & 8 & 10 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 24 & 27 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 40 & 16 & -28 \\ 17 & 10 & -10 \\ 24 & 24 & -24 \end{vmatrix} = 24$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NOTA $|A+B| \neq |A|+|B|$



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

NOTA2.6

Ejemplo 2.18 Sacar del siguiente determinante todos los Factores comunes por filas:

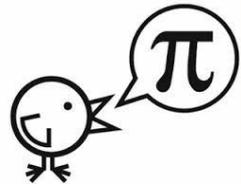
$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 10 & 2 \\ 8 & 6 & 8 \end{vmatrix} = 72$$

$$|A| = \begin{matrix} (2) \leftarrow \\ (2) \leftarrow \\ (2) \leftarrow \end{matrix} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 10 & 2 \\ 8 & 6 & 8 \end{vmatrix} = 2^3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2^3 (9) = 72$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

7. DESARROLLO DE UN DETERMINANTE POR LOS ELEMENTOS DE UNA FILA O COLUMNA

Ejemplo: Desarrollar el determinante por los elementos de la primera columna.

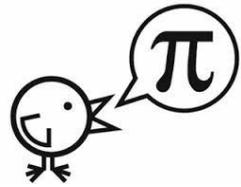
$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} = a_1 Adj(a_1) - a_2 Adj(a_2) + a_3 Adj(a_3) - a_4 Adj(a_4)$$

$$= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_4 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

DESARROLLO DE UN DETERMINANTE POR LOS ELEMENTOS DE UNA FILA O COLUMNA

Ejemplo 2.20 Calcular el siguiente determinante desarrollándolo por los elementos de su **tercera columna**:

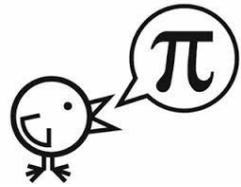
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (1) \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} + (2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

DESARROLLO DE UN DETERMINANTE POR LOS ELEMENTOS DE UNA FILA O COLUMNA

Ejemplo 2.21 Calcular el siguiente determinante desarrollándolo por los elementos de su **segunda fila**:

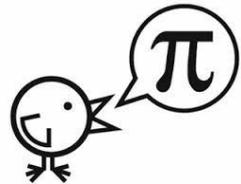
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$|A| = - (3) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - (2) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = - (3) (-3) - (2) (3) = 3$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

DESARROLLO DE UN DETERMINANTE POR LOS ELEMENTOS DE UNA FILA O COLUMNA

Calcular el siguiente determinante desarrollándolo por los elementos de su **tercera columna**:

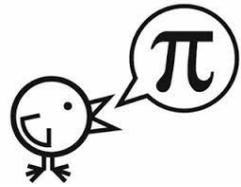
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$|A| = (1) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - (2) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (1) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (1)(9) - (2)(3) = 3$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

DESARROLLO DE UN DETERMINANTE POR LOS ELEMENTOS DE UNA FILA O COLUMNA

Calcular el siguiente determinante desarrollándolo por los elementos de su **segunda columna**:

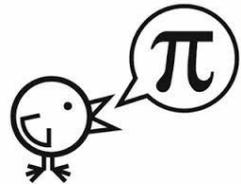
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$|A| = - (0) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - (3) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = - (3) (-1) = 3$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

8. MÉTODO GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE DETERMINANTES

Ejemplo 2.22 Calcular el siguiente determinante por el método general.

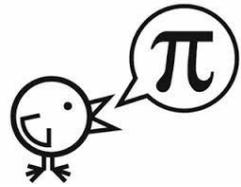
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} (-1)(-2) \\ | \quad | \\ 3 & 3 & 0 & -2 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & -2 \end{matrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

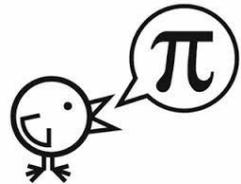
MÉTODO GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE DETERMINANTES

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ (-2) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 \\ -5 & 4 & 0 \\ -3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -11$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

MÉTODO GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE DETERMINANTES

Ejemplo 2.22 Calcular el siguiente determinante por los elementos de la primera fila.

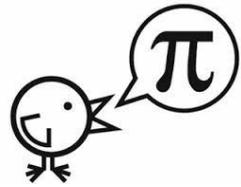
$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} (-3) \\ (-1) \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \\
 |A| = & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -3 & -11 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = (+) \begin{vmatrix} 3 & -3 & -11 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 8 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -11 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 0 & -8 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

EJERCICIOS EN CLASE

Calcular los siguientes determinantes:

$$1. \quad |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

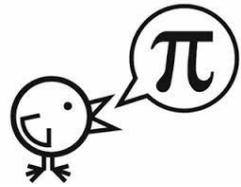
$$4. \quad |A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad |A| = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Tema 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.2 Determinantes

EJERCICIOS EN CASA

Página 125.

Del 1 y 2

Página 144

Del 1, 2, 3, 4

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70