Universidad Rey Juan Carlos

Diagrama de Bloques y Grafos

Juan Antonio Hernández Tamames,
Susana Borromeo
Curso 2014-2015

Universidad Rey Juan Carlos

Diagramas de Bloques

- Representación en Diagramas de Bloques
- Álgebra de Bloques

Universidad Rey Juan Carlos

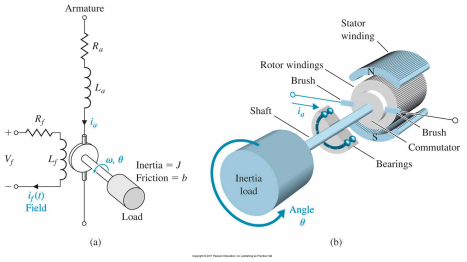
Ideas Básicas

- Los sistemas dinámicos que constituyen los sistemas de control automático de representan mediante sistemas de Ec. Diferenciales Simultáneas.
- La transformada de Laplace reduce el problema a un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales.
- Los sistemas de control controlan variables específicas mediante “variables de control”.
- La relación entre variables específicas del sistema y las variables de control se realiza mediante la Función de Transferencia del sistema o relación entre variables de entrada y de salida.

Universidad Rey Juan Carlos

Diagramas de Bloques

- Se utiliza para representar la función de transferencia sobre las variables de interés.
- Ejemplo: Control de un Motor de Corriente contínua y su carga mediante circuito de inducción:



- La función de transferencia del sistema relaciona el desplazamiento angular y el voltaje de entrada.

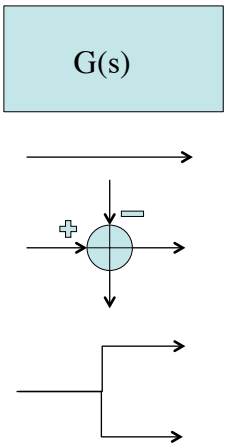
$$V_f(s) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{K_m}{s(Js + b)(L_f s + R_f)}} \xrightarrow{\text{Output}} \theta(s)$$

Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

Universidad Rey Juan Carlos

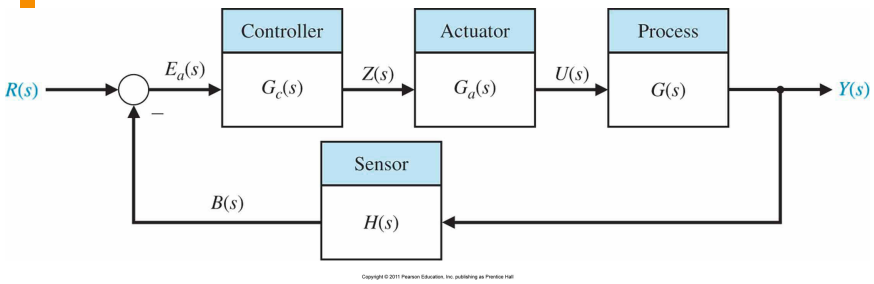
Diagramas de Bloques: elementos

- *Bloques:* representan la relación entre variables dada por una función de transferencia.
- *Flechas:* indican la dirección del flujo de información.
- *Sumadores:* realizan la suma algebraica de variables del sistema.
- *Bifurcaciones*: Evolución simultánea de una variable por distintos caminos de flujo.



Universidad Rey Juan Carlos

Diagramas de Bloques: ejemplo

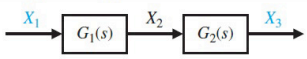
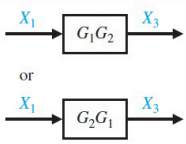
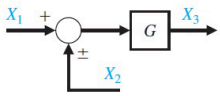
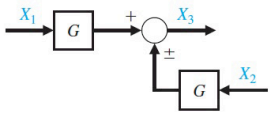
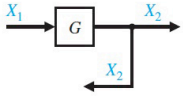
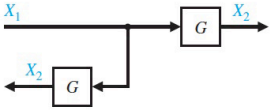


$E_a(s)=R(s)-B(s)$;
$B(s)= H(s)\, Y(s)$;
$Z(s)=G_c(s)\, E_a(s)$;
$U(s)=G_a(s)Z(s)$;
$Y(s)= G(s)\, U(s)$

Universidad Rey Juan Carlos

Álgebra de bloques

Table 2.6 Block Diagram Transformations

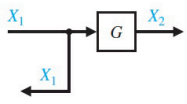
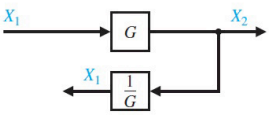
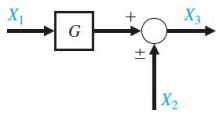
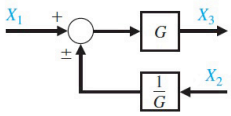
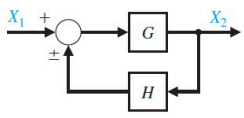
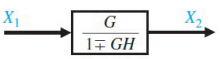
Transformation	Original Diagram	Equivalent Diagram
1. Combining blocks in cascade		
2. Moving a summing point behind a block		
3. Moving a pickoff point ahead of a block		

Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

Universidad Rey Juan Carlos

Álgebra de bloques

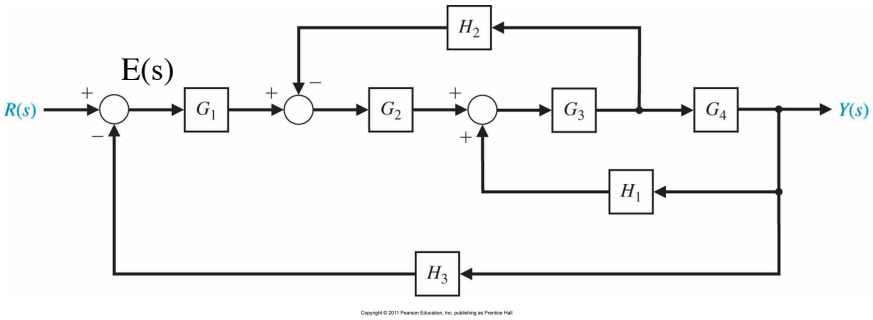
Table 2.6 Block Diagram Transformations

Transformation	Original Diagram	Equivalent Diagram
4. Moving a pickoff point behind a block		
5. Moving a summing point ahead of a block		
6. Eliminating a feedback loop		

Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

Universidad Rey Juan Carlos

Álgebra de bloques. Reducción

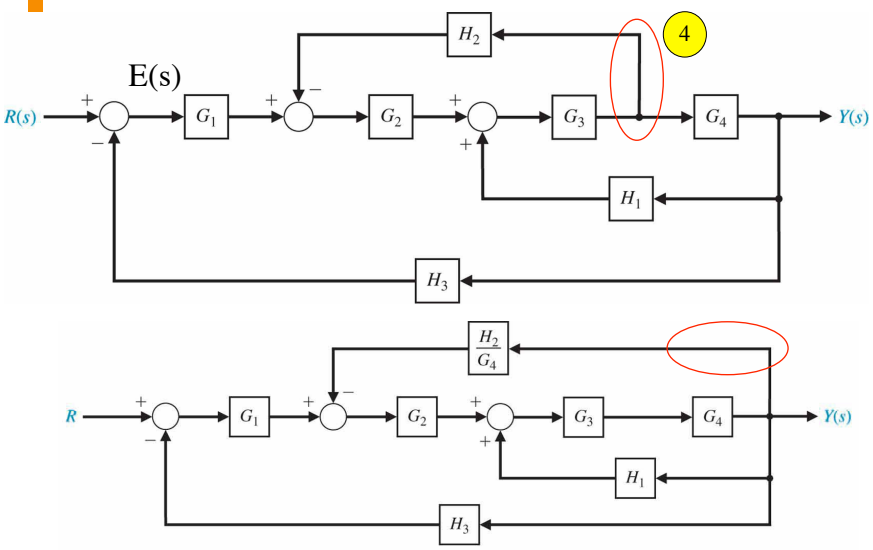


Ejemplo 2.7

$E(s) = R(s) - H_3(s)Y(s)$

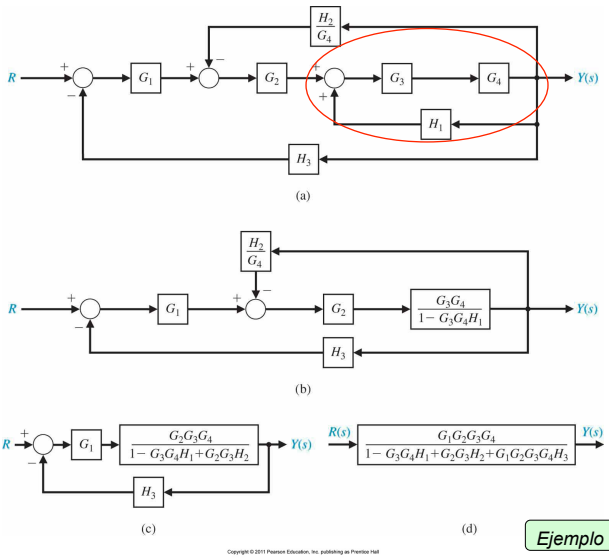
Universidad Rey Juan Carlos

Álgebra de bloques. Reducción



Universidad Rey Juan Carlos

Álgebra de bloques. Reducción

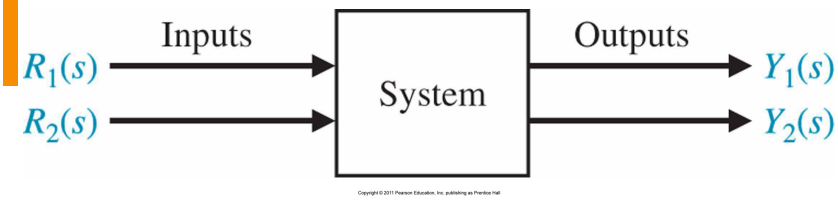


Ejemplo 2.7

Figure 2.27 Block diagram reduction of the system of Figure 2.26.

Universidad Rey Juan Carlos

Diagramas de Bloques: múltiples variables



$$Y_1(s)=G_{11}(s)R_1(s)+G_{12}(s)R_2(s)$$
$$Y_2(s)=G_{21}(s)R_1(s)+G_{22}(s)R_2(s)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \dots \\ Y_I(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \dots & G_{1j}(s) \\ G_{21}(s) & & G_{2j}(s) \\ \dots & \dots & \dots \\ G_{I1}(s) & \dots & G_{IJ}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \\ \dots \\ R_J(s) \end{bmatrix}$$

Universidad Rey Juan Carlos

Grafos de flujo de señal

- La reducción de diagramas de bloques puede ser un proceso relativamente complejo cuando las interrelaciones son complejas. Particularmente en sistemas con varias variables de control y varias variables de salida.
- El denominado Método de Mason o Método de las Trayectorias

Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

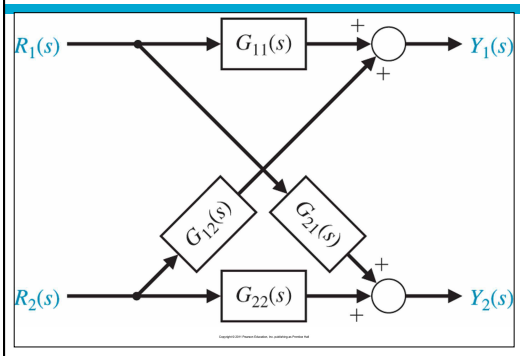
Universidad Rey Juan Carlos

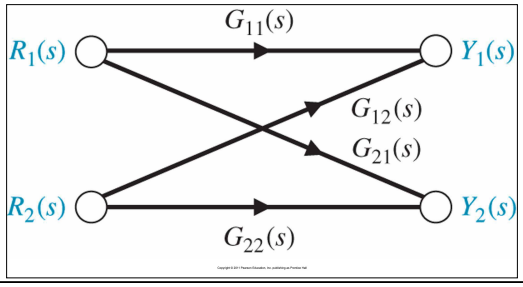
Grafos de flujo de señal: elementos

- **Nodo:** punto que representa una variable
- **Rama:** arco dirigido que une dos nodos
- **Transmitancia:** ganancia (F.T.) entre dos nodos
- **Nodo de entrada o fuente:** nodo al que no llega
- ningún arco. Corresponden con las entradas del sistema.
- **Nodo de salida o sumidero:** nodo del que no salen arcos. Corresponden con las salidas del sistema.
- **Camino o trayecto:** recorrido de ramas en la dirección de los arcos.
- **Camino directo:** trayecto que parte de un nodo fuente y llega a un nodo destino sin pasar 2 veces por el mismo nodo.
- **Lazo o bucle:** trayecto que parte y termina en el mismo nodo sin pasar dos veces por el mismo nodo.

Universidad Rey Juan Carlos

Grafos de flujo de señal: ejemplo





Universidad Rey Juan Carlos

Fórmula de Mason

$$T_{ij} = \frac{\sum_K P_{ijk}\Delta_{ijk}}{\Delta}$$

Notación Dorff

T_{ij} = Función de transferencia entre la variable de entrad i y la variable de salida j

P_{ijk} = Trayectoria k-ésima desde la variable de entrada i a la variable de salida j

Δ_{ijk} = Cofactor de ña trayectoria P_{ijk}

Δ = Determinante del sistema

Δ: Es igual a 1 , menos la suma de las ganancias de todos los lazos, más la suma de los productos de combinaciones de dos lazos que no se tocan, menos la suma de los productos de combinaciones de tres lazos que no se tocan, y así sucesivamente…..

Universidad Rey Juan Carlos

Fórmula de Mason

Trayecto: Recorrido de ramas conectadas en el sentido de sus flechas. Comienza y acaba en nodos.

Trayecto directo: Trayecto que va de un nodo inicial a un nodo final sin pasar dos veces por ningún nodo.

Bucle: Trayecto que comienza y acaba en el mismo nodo.

Bucles disjuntos: Conjuntos de bucles que no tienen ningún nodo en común.

Ganancia de un trayecto: Producto de las ganancias de los tramos que componen un trayecto.

***Formula de Mason*:**

$$M(s) = \frac{X_f(s)}{X_i(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum_i T_i \Delta_i$$

Siendo:

T_i Ganacia de cada uno de los posibles trayectos directos.

$\Delta = 1 - \sum B_{1i} + \sum B_{2i} - \sum B_{3i} \cdots$

B_{ki}: Producto de las ganancias de las i posibles *k-uplas* de bucles disjuntos del grafo.

Δ_i Cofactor de T_i. Se obtiene a partir de Δ_i haciendo cero la ganacia de los bucles con nodos comunes con Δ_i.

Universidad Rey Juan Carlos

Fórmula de Mason

T_K = transmitancia ò ganancia del K-esimo trayecto directo entre el nodo x_e y el x_s.

ΣB_{1n} = suma de las transmitancias de todos los bucles existentes en el flujograma.

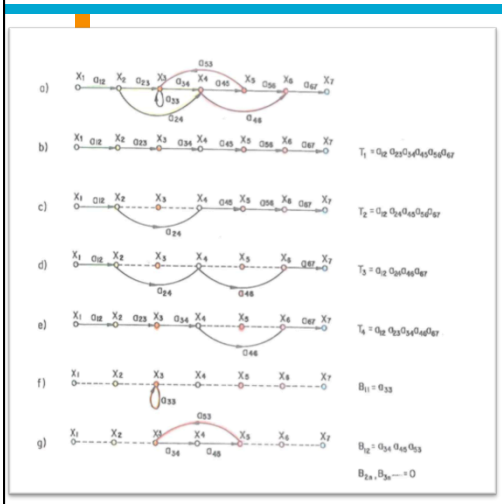
ΣB_{2n} = suma de los productos de las transmitancias de las parejas de bucles que no poseen ningùn nodo comùn (bucles disjuntos).

ΣB_{3n} = suma de los productos de las transmitancias de las ternas de bucles disjuntos existentes en el flujograma.

Δ_K = valor de Δ excluyendo todos los tèrminos donde intervienen bucles que tienen algùn nodo comun con el trayecto directo T_K; a Δ_K se le denomina "cofactor de T_K".

Universidad Rey Juan Carlos

Grafos de flujo de señal: ejemplo



$$\Delta = 1 - (a_{33} + a_{34}a_{45}a_{53})$$

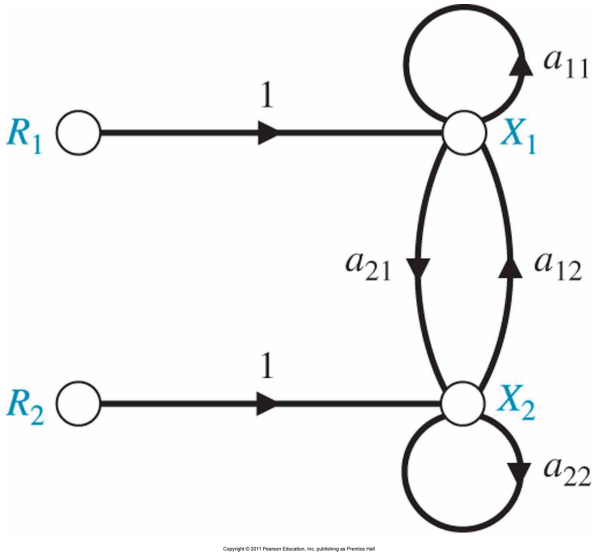
$$\Delta_1 = 1 \qquad \Delta_2 = 1 - a_{33}$$

$$\Delta_3 = 1 - a_{33} \qquad \Delta_4 = 1$$

$$M = \frac{a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}a_{56}a_{67} + a_{12}a_{24}a_{45}a_{56}a_{67}(1-a_{33}) + a_{12}a_{24}a_{46}a_{67}(1-a_{33}) + a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}a_{56}a_{67}}{1-(a_{33}+a_{34}a_{45}a_{53})}$$

Universidad Rey Juan Carlos

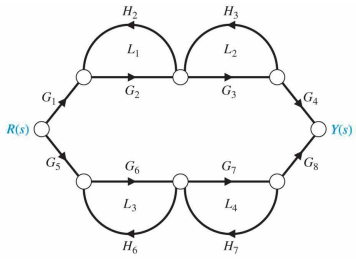
Fórmula de Mason: ejemplo



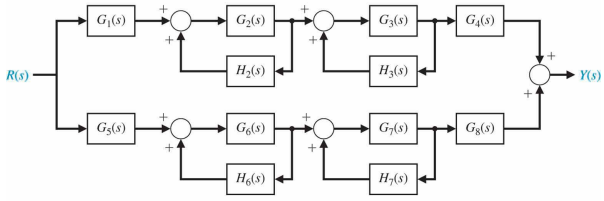
Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

Universidad Rey Juan Carlos

Fórmula de Mason: ejemplo



(a)



(b)

Copyright © 2011 Pearson Education, Inc. publishing as Prentice Hall

Ejemplo 2.8