

PROBABILIDAD - 2º-15/12/2015

1. Sea X una variable aleatoria continua (o absolutamente continua) con función de densidad $f(x)$. Probar que la función de distribución de X es una función continua.
2. Se considera el espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Sean dos sucesos A y $B \in \mathcal{A}$ independientes. Probar que: A y B^C ; A^C y B ; A^C y B^C son también independientes.
3. Se considera el espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Dada la sucesión de conjuntos $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ con $A_n \in \mathcal{A} \forall n$, probar que

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n\right) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \inf_{m \geq n} P(A_m)$$

4. Sea X una v.a. con distribución $U(0, 1)$.

(a) Calcular la distribución de la v.a. Y , donde

$$Y = \begin{cases} X & \text{si } 0 < X < \frac{1}{2} \\ X - \frac{1}{3} & \text{si } \frac{1}{2} \leq X < 1 \end{cases}$$

(b) Se considera el siguiente experimento: Se introducen en una urna 2 bolas rojas, si $Y \leq 1/2$ e $Y > 1/6$, 2 bolas blancas, si $Y \leq 1/6$ y 2 bolas negras, si $Y > 1/2$. Si el experimento se repite tres veces independientemente, calcular:

- i. Probabilidad de que en la urna haya el mismo número de bolas de cada color.
- ii. Si se extraen bolas una a una con reemplazamiento de la urna, probabilidad del suceso "exactamente en la cuarta extracción aparece la segunda bola blanca".

5. Sea X una v.a. que toma valores enteros positivos con probabilidad

$$P(X = k) = c(1 - \lambda)^k, \quad k = 1, 2, \dots (0 < \lambda < 1)$$

Determinar el valor de la constante c , la esperanza de X y su varianza.

Puntuación preguntas:

1 -> 1.5 puntos, 2 -> 1.0 puntos, 3 -> 1.5 puntos, 4 -> 4.0 puntos, 5 -> 2.0 puntos