

PROBABILIDAD. Curso 2015-2016. Convocatoria de Febrero

TEORIA

- (0.5 puntos) Dada una clase \mathcal{A} de subconjuntos de Ω que tiene estructura de σ -álgebra, demostrar que \mathcal{A} también es cerrada respecto a límites de sucesiones crecientes.
- (0.5 puntos) Probar que la función de probabilidad de una variable aleatoria continua cumple que $P(X = x) = 0, \forall x$.
- (0.5 puntos) Sea $\varphi_{(X,Y)}(t_1, t_2)$ la función característica de una variable aleatoria bivariable, a partir de ella, la función característica de la variable aleatoria $X - Y$.
- (1.25 puntos) Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 1/4, P(B/A) = 1/2$ y $P(B) = 1/2$. Decir si son ciertas o falsas las siguientes relaciones. Justificar la respuesta:
 - $A \subset B$.
 - A y B son independientes.
 - A^C y B^C son independientes.
 - $P(A^C/B^C) = 1/2$.
 - $P(A/B) + P(A^C/B^C) = 1$.
- (1.25 puntos) El resultado de un experimento aleatorio se clasifica en dos categorías: "éxito" y "fracaso". El experimento es repetido sucesivas veces hasta observar el primer "éxito".
 - Indicar cuál es la variable aleatoria X que modeliza este experimento e indicar su función de masa.
 - Calcular $P(X > m | X > n)$ y $P(X > m - n)$ con $m > n \geq 1$. Interpretar los resultados obtenidos.

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

PROBLEMAS

1. (2.0 puntos) Se consideran dos urnas, U_1 y U_2 , donde U_1 contiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras y U_2 contiene 2 bolas negras y 3 bolas blancas. Se realiza el siguiente experimento:

Paso 1: Se toma una bola de U_1 y se traspassa a U_2 . A continuación, se toma una bola de U_2 y se traspassa a U_1 .

Paso 2: Se extraen 2 bolas desde la urna U_1 resultante en el Paso 1.

- Calcular la probabilidad de obtener una bola blanca y una bola negra en el Paso 2.
 - Si en el Paso 2 se han obtenido dos bolas negras, determinar la probabilidad de que en el Paso 1 se traspassara una bola blanca desde U_1 a U_2 y una bola blanca desde U_2 a U_1 .
2. (2.5 puntos) La variable aleatoria bidimensional (X, Y) tiene la distribución de conjunta dada por

$$P(X = x, Y = y) = k(x+1)(y+1), \quad x, y = 0, 1, 2$$

Se pide:

- Calcular el valor de k .
 - Calcular las distribuciones marginales.
 - Distribuciones de X condicionada a $Y = y$ ($y = 0, 1, 2$).
 - ¿Son independientes X e Y ?
 - Calcular $P(X + Y > 2)$ y $P(X^2 + Y^2 \leq 1)$.
 - Calcular las distribuciones de $Z = X + Y$ y de $U = X^2 + Y^2$.
3. (1.5 puntos) Sea $\{X_n : n \geq 1\}$ una sucesión de variables aleatorias binarias independientes con $P(X_n = 1) = \frac{1}{n(n+1)}$. Estudiar si converge en media cuadrática y casi seguro.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[|X_n(\omega) - X(\omega)|^2] = 0$$

$$P(\text{three } 9\text{'s})$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99