

PROBABILIDAD. Curso 2017-2018. Primera Convocatoria.

TEORIA

1. (0.5 puntos) Calcular el número de alumnos que debe haber en una clase para la probabilidad de que el cumpleaños del director del colegio coincida con el de alguno de los alumnos sea al menos de 0.5.
2. (0.5 puntos) Sea X una variable aleatoria con función de probabilidad $P(X=n) = \frac{1}{2^n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. ¿Existe $E[X]$? Justifica la respuesta.
3. (0.5 puntos) Sea X una variable aleatoria con distribución Normal de media μ y desviación típica σ . Calcular $P(|X - \mu| \leq 3\sigma)$.
4. (1.25 puntos) Sea F_X la función de distribución de una variable aleatoria X continua. Calcular la función de distribución de la variable aleatoria $Y = \min\{X, 1\}$.
5. (1.25 puntos) Definir cuándo una sucesión de variables aleatorias $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ converge en probabilidad. Enunciar la Ley Fuerte y la Ley Débil de los grandes números. Estudiar si la sucesión de variables aleatorias independientes $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ con X_n distribuida como una Poisson de parámetro λ_n converge en probabilidad a una variable aleatoria X distribuida como una Poisson de parámetro λ . Enunciar la Ley Fuerte y/o la Ley Débil de los grandes números.

Es $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\omega \in \Omega : |\sum_{k=1}^n X_k(\omega) - X(\omega)| < \epsilon)$

$P \equiv P(\omega \in \Omega : \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n X_k(\omega) = X(\omega))$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



PROBLEMAS

- (1.5 puntos) Tenemos cien urnas de tres tipos A, B y C. La urna de tipo A contiene 3 blancas y 2 negras; la urna de tipo B contiene 4 blancas y 6 negras y la urna de tipo C contiene 1 blanca y 9 negras. Se elige una de las cien urnas al azar y se extrae de ella una bola. Si la bola extraída es blanca, se sabe que la probabilidad de que la bola proceda de una urna de tipo A es $16/39$. Por otra parte, si la bola extraída es negra, se sabe que la probabilidad de que la bola proceda de una urna de tipo B es $30/61$. Calcular el número de urnas de cada tipo.
- (2.0 puntos) Dada la función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{3x}{40} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{x}{24} + \frac{3x}{40} & \text{si } 1 \leq x < 6 \\ \frac{1}{4} + \frac{3x}{40} & \text{si } 6 \leq x < 10 \\ 1 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

Encontrar F_1 , función de distribución discreta, F_2 , función de distribución absoluta continua y $\lambda \in (0, 1)$ tal que $F = \lambda F_1 + (1 - \lambda) F_2$.

- (2.5 puntos) Sea (X, Y) una variable aleatoria bidimensional absolutamente continua con función de densidad

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{24}(x + y) & \text{si } 0 < x < 4, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Se pide:

- Curva de regresión de Y sobre X .
- Razón de correlación de Y sobre X .

$$\beta_{Y|X} = \frac{\text{Cov}[X, Y]}{\text{Var}[X]}$$

$$y = E[Y|X=x]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99