…TESIS DEL TEMA

…s que permiten establecer la *valoración de* …n las siguientes:

Factor	Valoración
1	$V_0 = C \cdot a_{\overline{n}\rceil i}$
(1 + i)	$V_0 = C \cdot (1 + i) \cdot a_{\overline{n}\rceil i}$
$(1 + i)^x$	$V_{n+x} = C \cdot (1 + i)^x \cdot S_{\overline{n}\rceil i}$
$(1 + i)^{-d}$	$V_0 = C \cdot (1 + i)^{-d} \cdot a_{\overline{n}\rceil i}$
$\frac{i}{j_k}$	$V_0 = C \cdot \frac{i}{j_k} \cdot a_{\overline{n}\rceil i} = \frac{C}{k} \cdot a_{\overline{k \cdot n}\rceil i_k}$

…nética.

$$\ldots \frac{d}{i}\Big) \cdot a_{\overline{n}\rceil i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i}$$

…nétrica.

$$\ldots \cdot n \cdot (1+i)^{-1} \quad \text{si } q = 1+i$$

$$\ldots \frac{1-q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \quad \text{si } q \neq 1+i$$

…EMAS RESUELTOS

1\. …final de una renta de cuantía anual 10.000 …e valora a un tipo de interés anual compues- …bar que el valor final puede obtenerse tam- …ctual.

…e acuerdo con las expresiones de valoración de …s, son, respectivamente:

$$\ldots 10.000 \cdot \frac{1-(1+0{,}06)^{-10}}{0{,}06} = 73.600{,}87 \text{ u.m.}$$

El valor final también puede obtenerse capitalizando el valor actual:

$$V_{10} = 73.600{,}87 \cdot (1+0{,}06)^{10} = 131.807{,}95 \text{ u.m.}$$

2. Obtener los valores actual y final de una renta de duración 14 años, cuyos pagos anuales, al principio de cada período, son de 50.000 u.m. y se valora a un rédito anual del 7 % compuesto.

Solución:

Los valores actual y final, contemplando la prepagabilidad de los pagos, se obtendrán, respectivamente, como se indica a continuación:

$$V_0 = 50.000 \cdot (1+0{,}07) \cdot a_{\overline{14}\rceil 0{,}07} = 467.882{,}54 \text{ u.m.}$$

$$V_{14} = 50.000 \cdot (1+0{,}07) \cdot S_{\overline{14}\rceil 0{,}07} = 1.206.451{,}10 \text{ u.m.}$$

3. Una empresa sortea todos los años una cesta de navidad entre sus empleados por importe de 120.000 u.m. Si el tanto de valoración es el 4 % anual compuesto, determinar qué capital ha de colocar en un banco para que se pueda pagar dicha cesta a perpetuidad.

Solución:

El capital que se ha de colocar en la entidad financiera, teniendo en cuenta que la duración es infinita, viene dado por:

$$V_0 = 120.000 \cdot a_{\overline{\infty}\rceil 0{,}04} = 120.000 \cdot \frac{1}{0{,}04} = 3.000.000 \text{ u.m.}$$

4. Una persona ha colocado todos los años 150.000 u.m. en una entidad financiera que abona intereses al 4,75 % anual compuesto. Calcular el montante obtenido a los 16 años de haberse realizado la primera imposición en los supuestos:

a) **Imposiciones pospagables durante 8 años.**

b) **Imposiciones prepagables, teniendo en cuenta que la última se realizó hace 3 años.**

Solución:

a) Como la primera imposición, al ser pospagable, se realiza al final del primer período y deben transcurrir 16 años a partir de entonces, el valor final se obtendrá al final del año 17, contemplando que la renta está anticipada en 9 años y tiene una duración de 8 años. Su valor final es como sigue:

$$V_{17} = 150.000 \cdot (1+0{,}0475)^9 \cdot S_{\overline{8}\rceil 0{,}0475} = 2.155.553{,}88 \text{ u.m.}$$

b) En el caso, la primera imposición con carácter prepagable se efectúa al principio del primer período y la última al principio del año 14, contemplando que la renta está anticipada en 2 años y tiene una duración de 14 años. Su valor final, tras los 16 años, es el siguiente:

l valor actual de una renta de cuantía anual 75.000 u.m., que da en 6 años y se valora a un tipo de interés anual compuesto , en los siguientes casos:

ión 14 años.

gable y perpetua.

lor actual, de acuerdo con el diferimiento de 6 años, es:

$$V_0 = 75.000 \cdot (1+0{,}0625)^{-6} \cdot a_{\overline{14}|0{,}0625} = 477.133{,}86 \text{ u.m.}$$

tras que, atendiendo a la prepagabilidad, el diferimiento de 6 años n infinita, se obtendrá de la siguiente forma:

$$75.000 \cdot (1+0{,}0625) \cdot (1+0{,}0625)^{-6} \cdot a_{\overline{\infty}|0{,}0625} = 886.209{,}81 \text{ u.m.}$$

nualidades de 200.000 u.m. se podrán percibir depositando en ción financiera 3.124.416 u.m., si el tanto de la operación se % compuesto anual?

ndo y despejando en la expresión del valor actualizado, el número des viene dado por:

$$16 = 200.000 \cdot a_{\overline{n}|0{,}04} \quad \Rightarrow \quad n = 25{,}00000015 \cong 25 \text{ anualidades}$$

sa adquiere un determinado equipo industrial que debe pagar e modo:

esta en funcionamiento: 4.000.000 de u.m.

e cada año y durante 4 años: 2.000.000 de u.m.

uipo se consiguen unos ingresos anuales de 3.000.000 de u.m. al del primer año de funcionamiento y supuesto un tanto de de 9 % compuesto anual, determinar el beneficio actualizado, ue la vida del equipo es de 10 años y que transcurrido dicho ende para desguace por 1.000.000 de u.m.

ctual de los flujos de costes e ingresos, que surgen en la operación inan el beneficio actualizado, es:

$$-2 \cdot 10^6 \cdot a_{\overline{4}|0{,}09} + 3 \cdot 10^6 \cdot a_{\overline{10}|0{,}09} + 10^6 \cdot (1+0{,}09)^{-10} = 9.195.944{,}16 \text{ u.m.}$$

rece 3.750 u.m. al año. Si el primer término es de 75.000 u.m., valores actual y final en los siguientes supuestos:

n 8 años y se valora al 4 % anual compuesto.

ble, perpetua y aplicando un tanto del 4,75 % anual com-

c) **Si el decrecimiento es de 3.750 u.m. al año, calcular la duración máxima posible y su valor actual para esa duración, suponiendo que la renta es prepagable y se valora al 3,5 % anual compuesto.**

Solución:

a) Los valores actual y final, de acuerdo con las expresiones de valoración de rentas en progresión aritmética, se obtendrán, respectivamente, como se indica a continuación:

$$V_0 = A(75.000,\ 3.750)_{\overline{8}|0{,}04} = \left(75.000 + \frac{3.750}{0{,}04}\right) \cdot a_{\overline{8}|0{,}04} - \frac{3.750 \cdot 8 \cdot (1+0{,}04)^{-8}}{0{,}04} =$$

$$= 588.133{,}04 \text{ u.m.}$$

$$V_8 = S(75.000,\ 3.750)_{\overline{8}|0{,}04} = A(75.000,\ 3.750)_{\overline{8}|0{,}04} \cdot (1+0{,}04)^8 =$$

$$= \left(75.000 + \frac{3.750}{0{,}04}\right) \cdot S_{\overline{8}|0{,}04} - \frac{3.750 \cdot 8}{0{,}04} = 804.900{,}68 \text{ u.m.}$$

b) El valor actual, teniendo en cuenta la prepagabilidad y la duración infinita, es:

$$V_0 = (1+0{,}0475) \cdot A(75.000,\ 3.750)_{\overline{\infty}|0{,}0475} =$$

$$= (1+0{,}0475) \cdot \left(75.000 + \frac{3.750}{0{,}0475}\right) \cdot a_{\overline{\infty}|0{,}0475} = 3.394.944{,}60 \text{ u.m.}$$

c) La duración máxima posible viene dado por:

$$75.000 + (n-1) \cdot (-3.750) > 0 \quad \Rightarrow \quad n < 21 \quad \Rightarrow \quad n = 20 \text{ años}$$

Con lo que su valor actual, contemplando la prepagabilidad, se determinará de la siguiente forma:

$$V_0 = (1+0{,}035) \cdot A(75.000,\ -3.750)_{\overline{20}|0{,}035} =$$

$$= (1+0{,}035) \cdot \left(\left(75.000 + \frac{-3.750}{0{,}035}\right) \cdot a_{\overline{20}|0{,}035} - \frac{-3.750 . 20 . (1+0{,}035)^{-20}}{0{,}035} \right) =$$

$$= 641.803{,}13 \text{ u.m.}$$

9. Una renta crece anualmente un 4 %. Si el primer término es de 25.000 u.m., determinar los valores actual y final en los siguientes casos:

a) **Perpetua, valorándose al 4,5 % anual compuesto.**

b) **Prepagable, anticipada en 3 años y duración 12 años, aplicando un tanto del 4 % anual compuesto.**

c) **Si los términos decrecen anualmente un 3 % durante 25 años, calcular su valor actual, considerando que el tanto de valoración es el 5,5 % anual compuesto.**

alor actual, de acuerdo con las expresiones de valoración de rentas ón geométrica y teniendo en cuenta la duración infinita, es:

$$A(25.000;\ 1{,}04)_{\overline{\infty}|0{,}045} = 25.000 \cdot \frac{1}{1+0{,}045-1{,}04} = 5.000.000 \text{ u.m.}$$

valores actual y final, contemplando la prepagabilidad, el anticipa- 3 años y que la razón de la progresión geométrica es igual a la uni- tanto de valoración, se obtendrán, respectivamente, como se indica ción:

$$\cdot 0{,}04) \cdot A(25.000;\ 1{,}04)_{\overline{12}|0{,}04} = (1+0{,}04) \cdot 25.000 \cdot 12 \cdot (1+0{,}04)^{-1} =$$

$$= 300.000 \text{ u.m.}$$

$$V_{15} = (1+0{,}04) \cdot (1+0{,}04)^3 \cdot S(25.000;\ 1{,}04)_{\overline{12}|0{,}04} =$$

$$4) \cdot (1+0{,}04)^3 \cdot A(25.000;\ 1{,}04)_{\overline{12}|0{,}04} \cdot (1+0{,}04)^{12} = 540.283{,}05 \text{ u.m.}$$

lor actual viene dado por:

$$000;\ 0{,}97)_{\overline{25}|0{,}055} = 25.000 \cdot \frac{1-0{,}97^{25} \cdot (1+0{,}055)^{-25}}{1+0{,}055-0{,}97} = 258.101{,}03 \text{ u.m.}$$

an las siguientes rentas que se valoran al tanto compuesto del Calcular sus valores actual y final:

ntía semestral 200.000 u.m. y duración 8 años.

able, de cuantía trimestral 125.000 u.m. y perpetua.

a en 5 años, de cuantía mensual 95.000 u.m. y duración 6 años.

valores actual y final, considerando el fraccionamiento semestral, tivamente:

$$V_0 = 200.000 \cdot 2 \cdot \frac{0{,}09}{j_2} \cdot a_{\overline{8}|0{,}09} = 2.262.667{,}98 \text{ u.m.}$$

$$V_8 = 200.000 \cdot 2 \cdot \frac{0{,}09}{j_2} \cdot S_{\overline{8}|0{,}09} = 4.508.507{,}69 \text{ u.m.}$$

$$\left((1+0{,}09)^{1/2}-1\right) \cdot 2 = 0{,}088061302.$$

pueden obtenerse valorando dicha renta como no fraccionada, omo unidad temporal el semestre y, por tanto, midiendo todas las cluida el tipo de interés, en semestres, como se indica a continua-

$$V_0 = 200.000 \cdot a_{\overline{2\cdot 8}|i_2} = 2.262.667{,}98 \text{ u.m.}$$

$$V_{2\cdot 8} = 200.000 \cdot S_{\overline{2\cdot 8}|i_2} = 4.508.507{,}69 \text{ u.m.}$$

$$(1+0{,}09)^{1/2} - 1 = 0{,}044030651.$$

b) El valor actual, contemplando que tanto la prepagabilidad como el fraccionamiento están referidos al trimestre, se obtendrá de la siguiente forma:

$$V_0 = 125.000 \cdot 4 \cdot (1+0{,}09)^{1/4} \cdot \frac{0{,}09}{j_4} \cdot a_{\overline{\infty}|0{,}09} = 5.864.689{,}68 \text{ u.m.}$$

donde $j_4 = \left((1+0{,}09)^{1/4}-1\right) \cdot 4 = 0{,}087112723.$

Este mismo resultado puede obtenerse expresando la renta en términos trimestrales, es decir, empleando como unidad temporal el trimestre y refiriendo todas la variables a éste:

$$V_0 = 125.000 \cdot (1+0{,}09)^{1/4} \cdot a_{\overline{\infty}|i_4} = 5.864.689{,}68 \text{ u.m.}$$

donde $i_4 = (1+0{,}09)^{1/4} - 1 = 0{,}021778181.$

c) Los valores actual y final, de acuerdo con el diferimiento de 5 años y el fraccionamiento mensual, vienen dados, respectivamente, por:

$$V_0 = 95.000 \cdot 12 \cdot (1+0{,}09)^{-5} \cdot \frac{0{,}09}{j_{12}} \cdot a_{\overline{6}|0{,}09} = 3.458.684{,}98 \text{ u.m.}$$

$$V_{11} = 95.000 \cdot 12 \cdot \frac{0{,}09}{j_{12}} \cdot S_{\overline{6}|0{,}09} = 8.924.882{,}06 \text{ u.m.}$$

donde $j_{12} = \left((1+0{,}09)^{1/12}-1\right) \cdot 12 = 0{,}08648788.$

También es posible establecer la valoración en términos mensuales de forma que:

$$V_0 = 95.000 \cdot (1+0{,}09)^{-5} \cdot a_{\overline{12\cdot 6}|i_{12}} = 3.458.684{,}98 \text{ u.m.}$$

$$V_{12\cdot 11} = 95.000 \cdot S_{\overline{12\cdot 6}|i_{12}} = 8.924.882{,}06 \text{ u.m.}$$

donde $i_{12} = (1+0{,}09)^{1/12} - 1 = 0{,}007207323.$

11. Para que una persona pueda percibir al final de cada mes, y por el resto de sus días, una cantidad, deposita 200.000 u.m. en una entidad fianciera que paga el 0,6 % de interés mensual compuesto. Calcular la cantidad que percibirá al final de cada mes.

Solución:

De la expresión que define el valor actual, tomando como unidad temporal el mes, se obtiene que la cuantía mensual es:

$$200.000 = C_{12} \cdot a_{\overline{\infty}|0{,}006} \quad \Rightarrow \quad C_{12} = 1.200 \text{ u.m.}$$

12. Un investigador ha recibido un premio que consiste en una renta bimestral de 100.000 u.m. durante 6 años. Como no necesita este dinero, al menos durante los próximos 6 años, se plantea invertir dicha renta a través de un depósito financiero, teniendo en presentes las siguientes alternativas:

% anual compuesto los 3 primeros años y al

semestral compuesto a lo largo de los 6 años.

s más ventajoso.

ue un comportamiento racional, preferirá aquel
btener el máximo capital posible al final de los

pósito variable, contemplando el fraccionamiento
de la primera renta y los dos tipos de interés exis-

$$)^3 \cdot \frac{0{,}04}{j_6} \cdot S_{\overline{3}|0{,}04} + 3 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot \frac{0{,}045}{j'_6} \cdot S_{\overline{3}|0{,}045} =$$

$$= 12.269.741{,}92 \text{ u.m.}$$

$$6 = 0{,}039349182$$

$$0{,}044178738.$$

e llega planteando su valoración en términos bi-

pósito fijo, considerando la renta en términos se-
to bimestral, se obtiene de la siguiente forma:

$$\frac{0{,}0215}{j'_3} \cdot S_{\overline{2 \cdot 6}|0{,}0215} = 12.260.038{,}18 \text{ u.m.}$$

o nominal semestral con fraccionamiento bimes-

$$(1+0{,}0215)^{1/3} - 1\Big) \cdot 3 = 0{,}021347731.$$

oración en términos anuales con fraccionamiento
estrales.

s resultados, el depósito más ventajoso es el va-

1 ... a compra de una embarcación de recreo, cuyo un desembolso de 8 millones de u.m. La em- aplazamiento del pago a 10 años, cargando un uesto. Dicho asalariado cuenta con un sueldo . más cuatro pagas extras trimestrales de do, dispone de un depósito financiero, cuyo de 2 años un millón de u.m. Determinar si es nbarcación de recreo, teniendo en cuenta que ar la cuarta parte del sueldo mensual, además las pagas extras y el depósito financiero.

$(1+i)$ $i^{(m)} = (1+i)^{1/m} - 1$ $j^{(m)} = [(1+0'0215)^{1/3} - 1] \cdot 3$

ble la adquisición de la embarcación. Dicho valor se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$V_0 = 5 \cdot 10^4 \cdot 12 \cdot \frac{0{,}07}{j_{12}} \cdot a_{\overline{10}|0{,}07} + 10^5 \cdot 4 \cdot \frac{0{,}07}{j_4} \cdot a_{\overline{10}|0{,}07} + 10^6 \cdot (1+0{,}07)^{-2} =$$
$$= 8.103.280{,}85 \text{ u.m.}$$

donde $j_{12} = \left((1+0{,}07)^{1/12} - 1\right) \cdot 12 = 0{,}067849745$

y $j_4 = \left((1+0{,}07)^{1/4} - 1\right) \cdot 4 = 0{,}0682341.$

14. Una empresa ha decidido ampliar sus instalaciones de producción y para ello precisa realizar las siguientes operaciones:

a) **Comprar un terreno con el montante obtenido de haber depositado en un banco, hace 3 años y medio, 2.000.000 de u.m. al 12 % anual capitalizable por trimestres, más el efectivo de descontar racionalmente un efecto, por valor de 1.000.000 de u.m., al 6 % compuesto anual con vencimiento dentro de 18 meses.**

b) **Construir un edificio cuyo coste se eleva 8 pagos trimestrales de 600.000 u.m. más 450.000 u.m. que vencen 3 meses después de la adquisición del terreno, siendo el tanto de valoración del 6 % semestral compuesto.** $600.000 \cdot 2\ \ddot{a}^{(2)}_{\overline{2 \cdot 2}|0'06} + 450.000\ (1'06)^{-1/2}$

c) **Adquirir una maquinaria de producción, dos años después de la compra del terreno, teniendo en cuenta que las siguientes alternativas de pago, ofrecidas por el vendedor, contemplan un tanto del 14 % anual compuesto:**

c.1) **Al contado por 7.100.000 u.m.**
c.2) **5 anualidades prepagables por importe de 1.800.000 u.m.**
c.3) **60 mensualidades prepagables de 150.000 u.m.**
c.4) **4.500.000 u.m. al contado y trimestralidades de 250.000 u.m. durante 3 años.**

Determinar el coste actualizado de las operaciones descritas, sabiendo que durante los dos primeros años actúa un tanto de valoración del 6 % semetral compuesto.

Solución:

La valoración de las operaciones descritas en el momento presente determina su coste actualizado.

a) El coste del terreno se obtendrá a partir del depósito bancario y del descuento racional como se indica a continuación:

$$C^{\text{Depósito}}_{4 \cdot 3{,}5} = 2 \cdot 10^6 \cdot (1+i_4)^{4 \cdot 3{,}5} = 3.025.179{,}45 \text{ u.m.}$$

donde $i_4 = \frac{j_2}{4} = 0{,}03$, ya que $j_4 = 0{,}12.$

$$C^{\text{Descuento}}_0 = 10^6 \cdot (1+0{,}06)^{-18/12} = 916.307{,}42 \text{ u.m.}$$

considerando la renta en términos semestrales con
, viene dado por:

$a_{\overline{4}|0,06} + 45 \cdot 10^4 \cdot (1+0,06)^{-1/2} = 4.656.668,75$ u.m.

$) \cdot 2 = 0,059126028.$

e de la maquinaria, como paso previo, será necesa-
itiva de pago es más ventajosa, de acuerdo con las
vendedor. Para ello se obtienen los valores, dos años
erreno, de las diferentes ofertas:

$V_2^{c.1)} = 7.100.000$ u.m.

$00 \cdot (1+0,14) \cdot a_{\overline{5}|0,14} = 7.044.682,15$ u.m.

$+0,14)^{1/12} \cdot \frac{0,14}{j_{12}} \cdot a_{\overline{5}|0,14} = 6.638.783,15$ u.m.

$1) \cdot 12 = 0,131746223.$

$250.000 \cdot 4 \cdot \frac{0,14}{j_4} \cdot a_{\overline{3}|0,14} = 6.940.191,54$ u.m.

$) \cdot 4 = 0,133197939.$

c.3), ya que es la menos costosa. Como la maquina-
ués de la adquisición del terreno, será preciso ac-
lose:

$,06)^{-2 \cdot 2} \cdot 6.638.783,15 = 5.258.538,06$ u.m.

izado de todas la operaciones descritas es:

.656.668,75 + 5.258.538,06 = 13.856.693,68 u.m.

a llevar a cabo una inversión, cuyos costes e
ntinuación:

a 750.000 u.m. semestrales durante el primer
nte un 10 %.

rgo del primer semestre, son de 100.000 u.m.
cimiento de 200.000 u.m. al semestre.

reportará la inversión en el momento actual,
e temporal de 20 años y un tanto de valoración
e por semestre.

actualizado será necesario determinar el valor ac-

año, contemplando un fraccionamiento semestral. El valor de los costes se obtiene como se indica a continuación:

$$V_0^{\text{Costes}} = \frac{0,0609}{j_2} \cdot A(750.000 \cdot 2;\ 1,1)_{\overline{20}|i} =$$

$$= \frac{0,0609}{j_2} \cdot 750.000 \cdot 2 \cdot \frac{1 - 1,1^{20} \cdot (1+i)^{-20}}{1+i-1,1} = 41.366.875,23 \text{ u.m.}$$

donde $i = (1+0,03)^{1/2} - 1 = 0,0609$, ya que $j_2 = 0,06$ e $i_2 = \frac{0,06}{2} = 0,03.$

b) Del mismo modo que en el caso anterior, como los ingresos crecen semestralmente pero de forma aritmética, la unidad temporal será el semestre, teniendo en cuenta un fraccionamiento mensual. El valor de los ingresos viene dado por:

(6) — Fracc mensual.

$$V_0^{\text{Ingresos}} = \frac{0,03}{j'_6} \cdot A(100.000.6;\ 200.000)_{\overline{2.20}|0,03} =$$

$$= \frac{0,03}{j'_6} \cdot \left(\left(10^5 \cdot 6 + \frac{2.10^5}{0,03} \right) \cdot a_{\overline{2.20}|0,03} - \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 20 \cdot (1+0,03)^{-2 \cdot 20}}{0,03} \right) =$$

$$= 87.290.393,55 \text{ u.m.}$$

donde $j'_6 = \left((1+0,03)^{1/6} - 1 \right) \cdot 6 = 0,029631732.$

Por tanto, beneficio actualizado es:

$$V_0^{\text{Beneficio}} = -41.366.875,23 + 87.290.393,55 = 45.923.518,32 \text{ u.m.}$$

16. Un grupo de inversores debe decidir sobre la explotación de un centro comercial durante los próximos 20 años. Para ello necesitan depositar una fianza de 25.000 millones de u.m., cuyo importe les será reembolsado al final de la concesión de la explotación. Se encargó el estudio de la inversión a un analista financiero, que resumió las características de la operación en los siguientes puntos:

***a)* Se prevé conseguir unas ventas mensuales de 250 millones de u.m. en el primer año y se espera que en los próximos años se vean incrementadas en un 10 % anual.**

***b)* Los gastos de alquiler de las instalaciones se elevará a 61 millones de u.m. trimestralmente por anticipado hasta el final de la concesión.**

***c)* Los gastos del personal contratado para el centro ascienden a 6 millones de u.m. mensualmente, más dos pagas extras semestrales de la misma cuantía, durante el primer año, y están previstos unos incrementos anuales, tanto en los sueldos como en las pagas extraordinarias, del 12 %.**

versores estarían interesados en la explotación le el punto de vista financiero, si se desea obte- e rentabilidad del 12 % anual compuesto.

plotación del centro comercial será necesario obte- igresos y gastos, atendiendo a los distintos puntos

itas, contemplando que la renta es en progresión iento mensual, vienen dados por:

$$= \frac{0,12}{j_{12}} \cdot A(250 \cdot 12;\ 1,1)_{\overline{20}|0,12} =$$

$$\frac{{}^{20} \cdot (1+0,12)^{-20}}{+0,12-1,1} = 47.832,508 \text{ millones de u.m.}$$

$$\Big) \cdot 12 = 0,113865515.$$

er, teniendo en cuenta que la prepagabilidad y el al, se obtendrán como sigue:

$$)^{1/4} \cdot \frac{0,12}{j_4} \cdot a_{\overline{20}|0,12} = 1.957,299 \text{ millones de u.m.}$$

$$\cdot 4 = 0,114949379.$$

al, considerando dos rentas en progresión geomé- mensual y semestral, respectivamente, y teniendo mbas progresiones es igual a la unidad más el tan-

$$12;\ 1,12)_{\overline{20}|0,12} + \frac{0,12}{j_2} \cdot A(6 \cdot 2;\ 1,12)_{\overline{20}|0,12} =$$

$$(1+0,12)^{-1} + \frac{0,12}{j_2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 20 \cdot (1+0,12)^{-1} =$$

.575,514 millones de u.m.

$$\cdot 2 = 0,116601049.$$

s de publicidad, contemplando que la renta es en un fraccionamiento mensual y prepagable, se ob- na:

$$0,12)^{1/6} \cdot \frac{0,12}{j_6} \cdot A(300 \cdot 6;\ 108)_{\overline{20}|0,12} =$$

$$00 \cdot 6 + \frac{108}{0,12}\Big) \cdot a_{\overline{20}|0,12} - \frac{108 \cdot 20 \cdot (1+0,12)^{-20}}{0,12}\Bigg) =$$

Por tanto, el valor actual de los ingresos y gastos, teniendo en cuenta el valor de la fianza, es:

$$V_0 = 47.832,508 - (1.957,299 + 1.575,514 + 19.562,440) - 22.408,331 =$$
$$= 2.328,924 \text{ millones de u.m.}$$

donde $V_0^{\text{Fianza}} = -25.000 + 25.000 \cdot (1+0,12)^{-20} = -22.408,331$ millones de u.m.

Con lo que es interesante la explotación del centro comercial, dado que el valor actualizado de los ingresos supera a los gastos, contemplando un tanto de rentabilidad mínima del 12 % anual.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. **Las condiciones de pago en la compra de un piso son las siguientes:**

   — 650.000 u.m. en el momento de formalización del contrato.

   — 1.000.000 de u.m. a la entrega de las llaves, que tendrá lugar 2 años después de la formalización de la compra.

   — 150.000 u.m. anuales durante 10 años, venciendo el primer pago un año después de la entrega de las llaves.

   Si el tipo de valoración es del 9 % anual compuesto, calcular el valor del piso en los siguientes momentos:

   a) **A la formalización del contrato.**
   b) **A la entrega de las llaves.**
   c) **Una vez pagada la última anualidad.**

   Solución:

   a) $V_0 = 2.301.922,11$ u.m.
   b) $V_2 = 2.734.413,66$ u.m.
   c) $V_{12} = 6.474.535,24$ u.m.

2. **Para la compra de un equipo industrial se ofrecen las siguientes opciones de pago:**

   a) **Al contado 6.000.000 de u.m.**
   b) **Al comienzo de cada año y durante 10 años 850.000 u.m.**
   c) **En el momento de la compra 1.000.000 de u.m. y además 5 pagos anuales de 1.300.000 u.m., venciendo el primero a los 2 años de la compra.**
   d) **Al final de cada año y durante 12 años 800.000 u.m.**

n.

n.

n.

ventajosa será la *c)*.

e se necesita imponer en un banco, que abona compuesto, para que sea suficiente para cubrir durante 10 años, sabiendo que el año anterior m. y se prevé un aumento anual del 3 %.

deberá hacerse para que, transcurridos 10 años, nta de 5.000 u.m. al final de cada mes de forma erés mensual compuesto es el 0,75 %.

un proyecto de inversión evalúa los costes de l primer año, en 5 millones de u.m. mensuales del 10 %. El estudio abarca un horizonte eco- nto de valoración es del 12 % anual compuesto. lizado de estos costes.

rado un coche por 475.000 u.m., el cual es ven- 200.000 u.m. Los gastos de mantenimiento han nensuales. Si el tanto de valoración es del 10 % inar el coste de disfrute de este coche en la ac- e de disfrute mensual.

C_{12} = 18.412,76 u.m.

a sus clientes la formalización de contratos de se encuentran en construcción y se entregarán iendo tres modalidades de pago:

zación del contrato 1.000.000 de u.m. y 24 men- u.m., abonándose la primera en el momento de

b) **Pagar 2 millones de u.m. a la formalización del contrato, 4 millones a la entrega de llaves y el resto, durante 15 años, a través de pagos mensuales de 80.000 u.m. en el primer semestre, contemplando incrementos semestrales del 5 %.**

c) **Aportar a la entrega de llaves 1.000.000 de u.m. y el resto mediante 32 trimestralidades prepagables de 600.000 u.m. para el primer año, teniendo en cuenta un crecimiento de 240.000 u.m. al año.**

Determinar qué alternativa de pago es más ventajosa, si el tanto de valoración es el 10 % anual capitalizable por semestres.

Solución:

a) V_0 = 16.462.187,14 u.m.

b) V_0 = 16.806.414,65 u.m.

c) V_0 = 15.243.661,64 u.m.

Por tanto, la opción más ventajosa será la *c)*.

Bibliografía

ALEGRE, P.; BORRELL, M.; BADÍA, C. y SANCHO, T. (1995): *Ejercicios resueltos de matemática de las operaciones financieras*, Editorial AC, Madrid.

ÁLVAREZ, A. (1992): *Matemáticas financieras*, Editorial Paraninfo, Madrid.

ÁLVAREZ, M. (1992): *Matemáticas financieras*, Editorial Alhambra Longman, Madrid.

ARRANZ, C. y AVILÉS, F. (1992): *Operaciones financieras*, Editorial Centro de Estudios Financieros, Madrid.

BONILLA, M. e IVARS, A. (1994): *Matemática de las operaciones financieras. (Teoría y práctica)*, Editorial AC, Madrid.

CABELLO, J. M.; GÓMEZ, T.; RUIZ, F.; RODRÍGUEZ, R. y TORRICO, A. (1999): *Matemáticas financieras aplicadas. 127 problemas resueltos*, Editorial AC, Madrid.

CALZADA, J. M. y GARCÍA, A. (1997): *Matemática de las operaciones financieras*, Editorial AC, Madrid.

CAMACHO, E.; GÓMEZ, D.; HINOJOSA, M. A.; RUBIALES, V. y VÁZQUEZ, J. M. (1997): *Problemas de matemáticas financieras*, Ediciones Pirámide, Madrid.

DE PABLO, A. (1996): *Manual práctico de matemática comercial y financiera*, Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.

DE PABLO, A. (1998): *Matemáticas de las operaciones financieras*, vols. I y II, UNED, Madrid.

DE PABLO, A. (1998): *Valoración financiera*, Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.

DELGADO, C. (1995): *Matemática financieras. Teoría y 1.200 ejercicios*, Palomero-Delgado Editores, Logroño.

FANJUL, J. L.; ALMOGUERA, A. y GONZÁLEZ, M. C. (1996): *Análisis de las operaciones financieras*, Editorial Civitas, Madrid.

FERRUZ, L. (coord. y dir.) (1994): *Operaciones financieras. Descripción, análisis y valoración*, Editorial Ariel, Barcelona.