

## PROBLEMAS. TEMA 2 : MAGNITUDES DERIVADAS

1. Los capitales:

$(C,t)$  y  $(2,5 C,t+3)$

son financieramente equivalentes. Determinar:

- Factores, réditos y tantos de capitalización asociados al intervalo  $(t, t+3)$
- Si la ley financiera es de la forma:

$$L(t, p) = 1 + k(p - t) \quad \text{con } p = t+4$$

¿Qué valor numérico toma el parámetro  $k$ ?

$$u(t, t+3, t+4) = \frac{2,5C}{C} = 2,5$$

$$u^*(t, t+3, t+4) = \frac{C}{2,5C} = 0,4$$

$$i(t, t+3, t+4) = 2,5 - 1 = 1,5$$

$$i^*(t, t+3, t+4) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$\rho(t, t+3, t+4) = \frac{1,5}{3} = 0,5$$

$$\rho^*(t, t+3, t+4) = \frac{0,6}{3} = 0,2$$

Equivalencia de capitales:

$$C[1 + k(t+4-t)] = 2,5C[1 + k(t+4-t-3)]$$

$$\boxed{K = 1}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. Calcular el capital ( $C_8, 8$ ) equivalente al capital (100.000, 0) en base a la ley  $L(t, p) = (1 + 0,09)^{p-t}$  y especificar las magnitudes derivadas.

Equivalencia de capitales:

$$C_8(1 + 0,09)^{8-8} = 100.000(1 + 0,09)^{8-0}; p = 8$$

$$C_8 = 199.256,2642$$

Las magnitudes derivadas se calculan de forma análoga que el ejercicio anterior:

$$u(0,8,10) = 1,992562642$$

$$u^*(0,8,10) = 0,50186$$

$$i(0,8,10) = 1,99256 - 1 = 0,99256$$

$$i^*(0,8,10) = 1 - 0,50186 = 0,49813372$$

$$\rho(0,8,10) = \frac{0,99256}{8}$$

$$\rho^*(0,8,10) = \frac{0,49813372}{8}$$

$$\rho(t) = -\frac{\partial L(t, p)}{\partial t} \cdot \frac{1}{L(t, p)} = -\left[ -1(1,09)^{p-t} \cdot \frac{1}{(1,09)^{p-t}} \right] = 1$$

3. El tanto instantáneo de una ley financiera de descuento es  $\delta(t, p) = k.t + h$ , obtener razonadamente:

- La correspondiente ley
- El factor correspondiente al intervalo (t+3,t+5) siendo p=t.

$$A(t, p) = e^{-\int_p^t (kx+h)dx} = e^{-\left[\frac{kx^2}{2} + hx\right]_p^t} = e^{-[K/2(t^2-p^2)+h(t-p)]}$$

$$v(t+3, t+5) = e^{-8k-2t-h}$$

4. Una ley financiera de descuento se caracteriza por tener un tanto instantáneo constante e igual a 0,11. Obtener razonadamente:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\delta(t) = 0,11$$

$$\int_p^t \delta(x, p) dx = \int_p^t 0,11 dx = [0,11x]_p^t = 0,11(t - p)$$

$$A(t, p) = e^{-[0,11(t-p)]}; t > p$$

El orden de preferencia se lleva a cabo en base a los valores sustitutos:

$$V_1 = 100.000$$

$$V_2 = 120.000 A(1991, 1989) = 96.302,255$$

$$V_3 = 150000 A(1993, 1989) = 96.605,46313$$

$$V_1 > V_2 > V_3$$

5. Sabiendo que los capitales (300.000, 1996) y (C, 1998) son financieramente equivalentes, en base a la ley financiera  $A(t, p) = (1 - d)^{t-p}$  con  $d = 0,10$  y  $p = 1995$ , determínese:

- La cuantía C
- Factores, réditos y tantos de descuento correspondientes a la ley anterior y asociados al intervalo (1996, 1998)

Si son financieramente equivalentes:

$$300.000(1 - 0,1)^{1996-1995} = C(1 - 0,1)^{1998-1995} \Rightarrow C = 370.370,3704$$

Se calcula de forma análoga que en capitalización, la única diferencia es que utilizamos la ley de descuento y las magnitudes correspondientes.

$$v(1996, 1998, 1995) = 0,809999$$

$$v^*(1996, 1998, 1995) = 1,234567901$$

$$d(1996, 1998, 1995) = 0,19$$

$$d^*(1996, 1998, 1995) = 0,234567901$$

$$\delta(1996, 1998, 1995) = 0,095$$

$$\delta^*(1996, 1998, 1995) = 0,11728395$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

6. Obténgase el factor de contradescuento correspondiente al intervalo  $(t_0+3, t_0+7)$  de una ley financiera de descuento  $A(t, p)$  conocidos los factores de descuento correspondientes a los intervalos siguientes:

$$v(t_0 + 3, t_0 + 4) = 0,9$$

$$v(t_0 + 4, t_0 + 5) = 0,8$$

$$v(t_0 + 5, t_0 + 6) = 0,7$$

$$v(t_0 + 6, t_0 + 7) = 0,6$$

$$v^*(t_{0+3}, t_{0+7}) = \frac{1}{v(t_{0+3}, t_{0+4})} = 3,306878307$$

7. Obténgase razonadamente la expresión del factor de contradescuento de un intervalo cualquiera  $(t_1, t_2)$  en función del tanto instantáneo de descuento del sistema a que pertenece.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(x, p) dx = \int_{t_1}^{t_2} -\frac{\partial \ln A(x, p)}{\partial x} dx = -[\ln A(x, p)]_{t_1}^{t_2} = -\ln A(t_2, p) + \ln A(t_1, p) = \ln \frac{A(t_1, p)}{A(t_2, p)} = \ln v^*(t_1, t_2, p)$$

$$v^*(t_1, t_2, p) = e^{\int_{t_1}^{t_2} \delta(x, p) dx}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70