

# Funciones

V.M. Jiménez

Universidad de Alcalá (UAH)

# Funciones

Dados dos conjuntos  $X$  e  $Y$ ,

$$f : X \rightarrow Y$$

# Funciones

Dados dos conjuntos  $X$  e  $Y$ ,

$$f : X \rightarrow Y$$

Dominio

# Funciones

Dados dos conjuntos  $X$  e  $Y$ ,

$$f : X \rightarrow Y$$

Dominio      Codominio

# Funciones

Dados dos conjuntos  $X$  e  $Y$ ,

$$f : X \rightarrow Y$$

Dominio      Codominio

**Imagen de  $x$ :**  $f(x)$

# Funciones

Gráfica (o grafo) de  $f$ :  $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$

# Funciones

Gráfica (o grafo) de  $f$ :  $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$

Imagen de un subconjunto:  $f(X') := \{f(x) \mid x \in X'\}$

# Funciones

Gráfica (o grafo) de  $f$ :  $\{(x, f(x)) / x \in X\}$

Imagen de un subconjunto:  $f(X') := \{f(x) / x \in X'\}$

Antiimagen de un subconjunto:  $f^{-1}(Y') := \{x / f(x) \in Y'\}$



# Funciones

Gráfica (o grafo) de  $f$ :  $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$

Imagen de un subconjunto:  $f(X') := \{f(x) \mid x \in X'\}$

Antiimagen de un subconjunto:  $f^{-1}(Y') := \{x \mid f(x) \in Y'\}$

Restricción sobre un subconjunto:  $f|_U : U \rightarrow Y$

# Funciones

## Inyectiva

# Funciones

**Inyectiva**  $x \neq x'$ , entonces  $f(x) \neq f(x')$

# Funciones

**Inyectiva**  $x \neq x'$ , entonces  $f(x) \neq f(x')$

**Sobreyectiva**

# Funciones

**Inyectiva**  $x \neq x'$ , entonces  $f(x) \neq f(x')$

**Sobreyectiva**  $f(X) = Y$

# Funciones

**Inyectiva**  $x \neq x'$ , entonces  $f(x) \neq f(x')$

**Sobreyectiva**  $f(X) = Y$

**Biyectiva**

# Funciones

**Inyectiva**  $x \neq x'$ , entonces  $f(x) \neq f(x')$

**Sobreyectiva**  $f(X) = Y$

**Biyectiva** inyectiva y sobreyectiva.

# Funciones

## Periódica

Se dice que una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es **periódica**...



# Funciones

## Periódica

Se dice que una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es **periódica**...  
si existe un  $T > 0$  tal que

$$f(x + T) = f(x), \forall x$$

Al menor de estos  $T$  se le llama **período**.

# Funciones

Se dice que una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**par:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**par:** si  $f(-x) = f(x)$

**impar:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**par:** si  $f(-x) = f(x)$

**impar:** si  $f(-x) = -f(x)$

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Creciente:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Creciente:** si  $f(x_1) \leq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Creciente:** si  $f(x_1) \leq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

**Estrictamente creciente:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Creciente:** si  $f(x_1) \leq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

**Estrictamente creciente:** si  $f(x_1) < f(x_2)$  siempre que  $x_1 < x_2$



# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Decreciente:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Decreciente:** si  $f(x_1) \geq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Decreciente:** si  $f(x_1) \geq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

**Estrictamente decreciente:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Decreciente:** si  $f(x_1) \geq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

**Estrictamente decreciente:** si  $f(x_1) > f(x_2)$  siempre que  $x_1 < x_2$

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  es:

**Decreciente:** si  $f(x_1) \geq f(x_2)$  siempre que  $x_1 \leq x_2$

**Estrictamente decreciente:** si  $f(x_1) > f(x_2)$  siempre que  $x_1 < x_2$

**Monótona:** Creciente o decreciente.

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  está:

**Acotada inferiormente:**

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  está:

**Acotada inferiormente:** si existe un  $k$  tal que  $f(x) \geq k$  para todo  $x$ .

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  está:

**Acotada inferiormente:** si existe un  $k$  tal que  $f(x) \geq k$  para todo  $x$ .

**Acotada superiormente:**



# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  está:

**Acotada inferiormente:** si existe un  $k$  tal que  $f(x) \geq k$  para todo  $x$ .

**Acotada superiormente:** si existe un  $r$  tal que  $f(x) \leq r$  para todo  $x$ .

# Funciones

Se dice que una función  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  está:

**Acotada inferiormente:** si existe un  $k$  tal que  $f(x) \geq k$  para todo  $x$ .

**Acotada superiormente:** si existe un  $r$  tal que  $f(x) \leq r$  para todo  $x$ .

**Acotada:** Acotada inferiormente o superiormente.

# Funciones

## Composición

Consideremos dos funciones  $g : X \rightarrow Y$  y  $f : Y \rightarrow Z$ , la composición  $f \circ g : X \rightarrow Z$ , está definida como,

$$f \circ g (x) = f (g (x)).$$

# Funciones

## Inversa

Sea  $f : X \rightarrow Y$ , una función biyectiva. Sea define la **inversa**, como la función  $f^{-1} : Y \rightarrow X$  tal que

$$f\left(f^{-1}(y)\right) = y \quad \wedge \quad f^{-1}(f(x)) = x,$$

para todo  $x \in X$  e  $y \in Y$ .

$$f \circ f^{-1} = ?$$

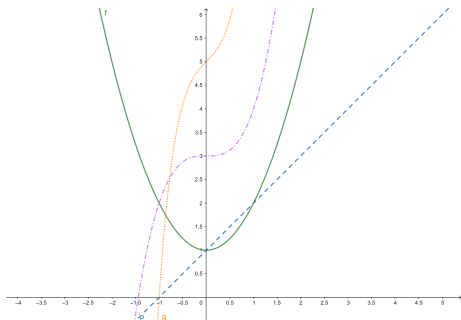
$$f^{-1} \circ f = ?$$

# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función polinómica

$$x \mapsto a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, \quad a_i \in \mathbb{R}$$

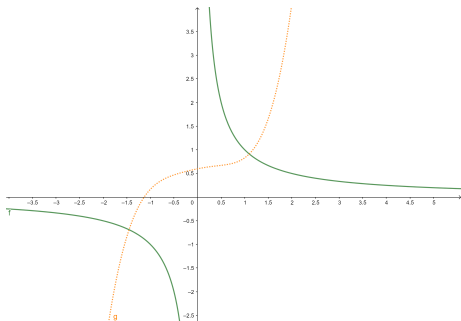


# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función racional

$$x \mapsto \frac{P(x)}{Q(x)}, \quad P \text{ y } Q \text{ polinomios y } Q(x) \neq 0$$



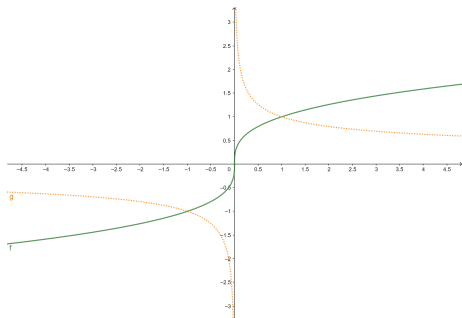
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$0 < p/q < 1, \quad p \text{ impar}, q \text{ impar}$$



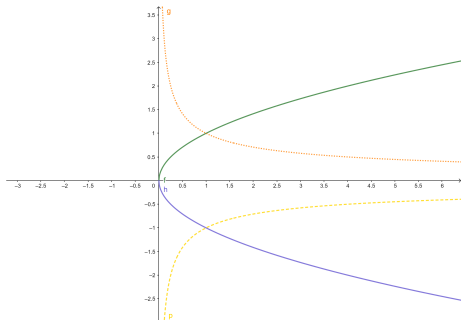
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$0 < p/q < 1, \quad p \text{ impar, } q \text{ par}$$





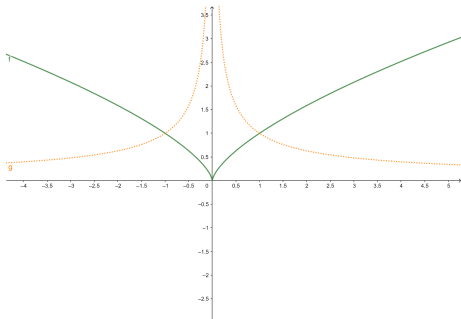
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$0 < p/q < 1, \quad p \text{ par, } q \text{ impar}$$



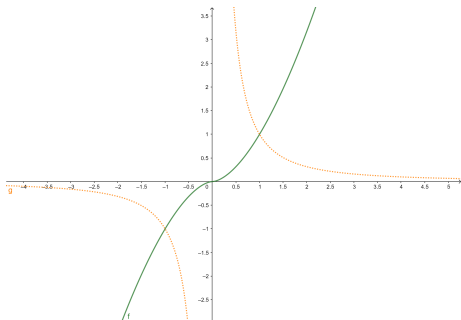
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$p/q > 1, \quad p \text{ impar, } q \text{ impar}$$



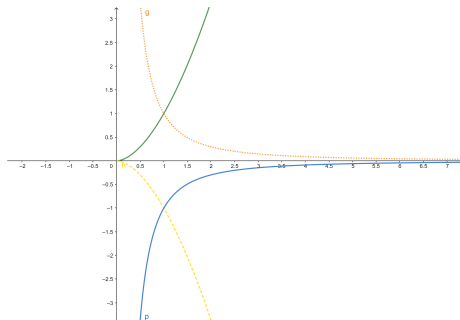
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$p/q > 1, \quad p \text{ impar, } q \text{ par}$$



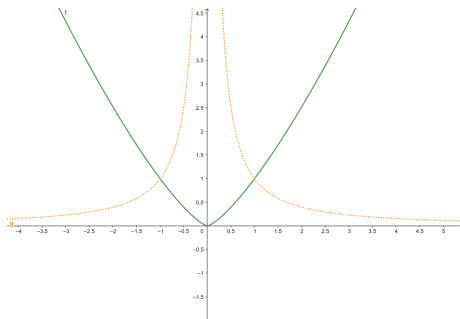
# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función potencial de exponente racional

$$x \mapsto x^{p/q}, \quad p/q \text{ irreducible}$$

$$p/q > 1, \quad p \text{ par, } q \text{ impar}$$

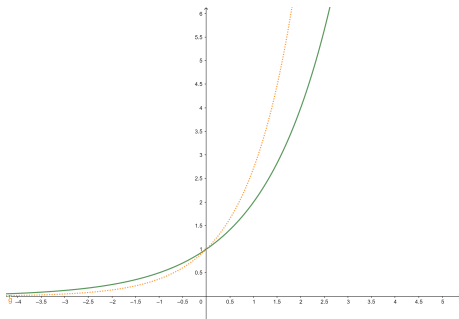


# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función exponencial

$$x \mapsto a^x, \quad a \text{ real}$$

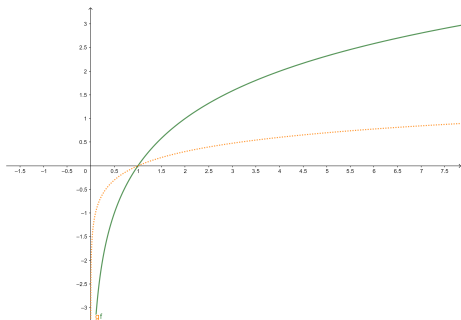


# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función logarítmica

$$x \mapsto \log_a(x), \quad a \text{ real}$$

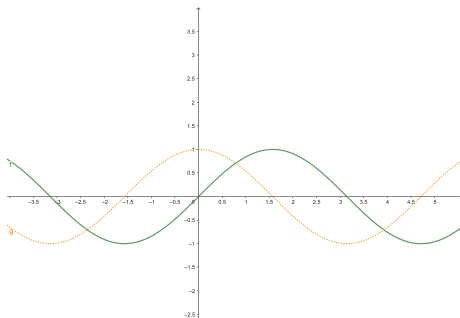


# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función trigonométrica

$$x \mapsto \text{sen}(x), \quad x \mapsto \text{cos}(x)$$



# Funciones

## Algunas funciones elementales

### Función trigonométrica

$$x \mapsto \text{tang}(x)$$

