



## 2. Fluidoestática - Fluid Statics

1. La fosa de las Marianas, en el océano Pacífico, tiene una profundidad máxima de 11 034 m. Considerando la densidad del agua del mar uniforme e igual a  $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$ , ¿cuál será la presión absoluta a esa profundidad?

The Mariana Trench, in the Pacific ocean, has its deepest point at 11 034 m below the sea level. Considering the density of sea water to be uniform and equal to  $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$ , what is the absolute pressure at that depth?

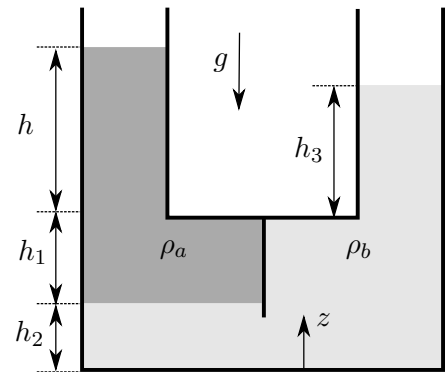
**Sol.**  $p = 1098 \text{ atm}$

2. El depósito de la figura contiene aceite (con densidad  $\rho_a$ ) y agua (con densidad  $\rho_b$ ) inmiscible a una temperatura de  $20^\circ$ . ¿Cuál es la altura  $h$  de la columna de aceite?

Datos:  $h_1 = 12 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 8 \text{ cm}$ ,  $h_3 = 6 \text{ cm}$ ,  $\rho_a = 898 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_b = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

The tank shown in the figure contains two immiscible fluids, namely oil (with density  $\rho_a$ ) and water (with density  $\rho_b$ ) at temperature  $20^\circ$ . What would be the height of the column of oil  $h$ ?

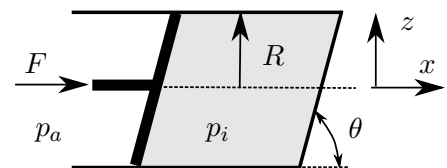
Data:  $h_1 = 12 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 8 \text{ cm}$ ,  $h_3 = 6 \text{ cm}$ ,  $\rho_a = 898 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_b = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .



**Sol.**  $\frac{dp}{dz} = -\rho g \rightarrow p_a + \rho_a g(h+h_1) + \rho_b g h_2 = p_a + \rho_b g(h_1+h_2+h_3) \rightarrow h = \frac{\rho_b}{\rho_a}(h_1+h_3) - h_1 \rightarrow h = 8 \text{ cm}$

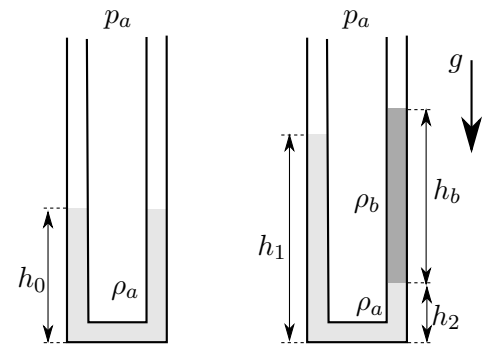
3. Sabiendo que para mantener el émbolo en la posición indicada se debe ejercer una fuerza de componente horizontal  $F_x = 60 \text{ N}$ , determine la presión en el gas del interior  $p_i$  del cilindro de radio  $R = 3 \text{ cm}$  y ángulo  $\theta = 60^\circ$ . Suponga que no hay fricción entre el émbolo y el cilindro.

Upon knowledge that the piston requires a horizontal force  $F_x = 60 \text{ N}$  to keep it static, determine the pressure of the gas  $p_i$  inside of the cylinder with radius  $R = 3 \text{ cm}$  and angle  $\theta = 60^\circ$ . Assume negligible the friction between the piston and the cylinder.



**Sol.**  $p_i = 21 \text{ k Pa}$

4. El tubo en forma de U de la figura, de diámetro interior  $d$ , está abierto a la atmósfera por ambos extremos y contiene inicialmente mercurio (densidad  $\rho_a$ ) hasta un nivel  $h_0$ , según se indica en la figura de la izquierda. Si se vierte un volumen  $V$  de agua (densidad  $\rho_b$ ) en la rama derecha del tubo, ¿cuál será la altura del mercurio en cada rama del tubo cuando se alcance el nuevo equilibrio entre los dos fluidos?

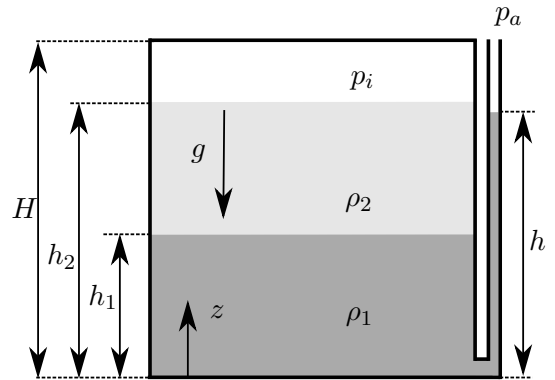


The U-shape pipe shown in the figure, with diameter  $d$ , is open to atmosphere in both endings and contains mercury (density  $\rho_a$ ) up to the level  $h_0$  as shown in the figure on the left. If a water volume  $V$  is added into the right side of the pipe (with density  $\rho_b$ ), what would be the height of the mercury columns once equilibrium is reached?

**Sol.**  $h_1 = h_0 + \frac{\rho_b}{\rho_a} \frac{2V}{\pi d^2}$ ,  $h_2 = h_0 - \frac{\rho_b}{\rho_a} \frac{2V}{\pi d^2}$

5. El depósito de la figura de altura  $H$  contiene agua (con densidad  $\rho_1$ ) hasta un nivel  $h_1$  y una capa de aceite (con densidad  $\rho_2 < \rho_1$ ) hasta una altura  $h_2$  en una cámara a presión interna  $p_i$ . Determine, a partir de la altura  $h$  de la columna de agua en el tubo piezométrico, la presión  $p_i$  en el interior del depósito.

The tank in the figure with height  $H$  contains water (with density  $\rho_1$ ) up to the level  $h_1$  and an oil layer (with density  $\rho_2$ ) up to the height  $h_2$  in a pressurized chamber with pressure  $p_i$ . Determine, through the height of the external water column  $h$ , the pressure  $p_i$  inside the tank.

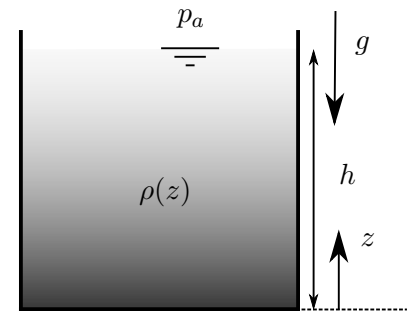


**Sol.**  $p_i - p_a = \rho_1 g(h - h_1) - \rho_2 g(h_2 - h_1)$

6. Debido a un gradiente vertical de concentración, la densidad de la solución salina almacenada en el depósito de la figura es función de la altura,  $\rho(z) = \rho_0 - \gamma z$ . Determine la presión  $p_0$  en el fondo del depósito.

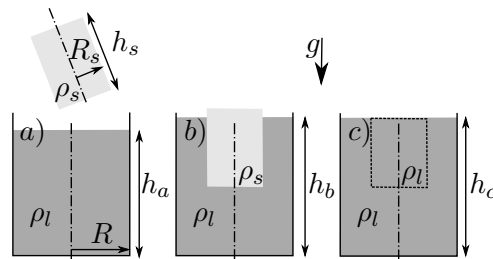
Caused by the vertical gradient of concentration, the density of the saline solution saved in the tank is a function of height,  $\rho(z) = \rho_0 - \gamma z$ . Determine the pressure on the tank bottom.

**Sol.**  $\frac{dp}{dz} = -\rho g \rightarrow \int_{p_0}^{p_a} dp = - \int_0^h \rho g dz \rightarrow p_0 = p_a + gh \left( \rho_0 - \gamma \frac{h}{2} \right)$



7. Disponemos de un depósito cilíndrico de radio  $R$  con agua, densidad  $\rho_l$ , hasta una altura  $h_a$ . Introducimos un bloque cilíndrico de hielo  $\rho_s = 0.9\rho_l$  de radio  $R_s$  y altura  $h_s$ . a) ¿Cuál será la profundidad del hielo sumergido en el agua cuando éste esté en equilibrio? b) ¿Y el nivel de agua  $h_b$ ? c) ¿Cuál será el nuevo nivel de agua  $h_c$  cuando el bloque se derrita?

The cylindric tank in the figure, with radius  $R$ , contains water (density  $\rho_l$ ) up to the level  $h_a$ . We introduce a cylindric block of ice,  $\rho_s = 0.9\rho_l$ , with radius  $R_s$  and height  $h_s$ . a) What would be the depth of the ice submerged into water? b) How would the new level of water  $h_b$ ? c) What would be the level  $h_c$  once the ice is completely melted down?



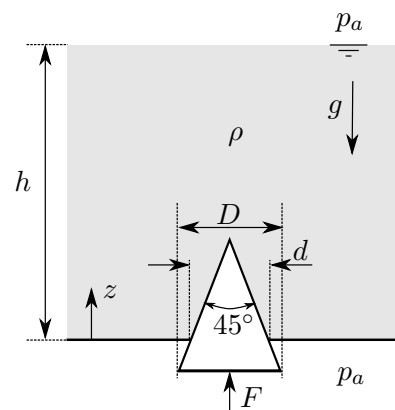
**Sol. a)**  $h_{su} = \frac{\rho_s}{\rho_l} h_s = 0.9h_s$     **Sol. b)**  $h_b = h_a + \frac{R_s^2}{R^2} h_{su} = h_a + \frac{R_s^2}{R^2} 0.9h_s$     **Sol. c)**  $h_b = h_c$

8. El depósito de la figura tiene un orificio de diámetro  $d$  en su cara inferior. Para contener el agua del interior, el orificio se cierra mediante un tapón cónico de ángulo  $\alpha = 45^\circ$  y diámetro  $D \geq d$ . Si peso del tapón es  $Mg$ , a) calcule la fuerza  $\bar{F}_a$  necesaria para mantener el tapón en el orificio si este se coloca tal y como se representa en la figura y b) calcule la fuerza  $\bar{F}_b$  si el tapón se coloca del revés.

On the bottom side of the tank shown in the figure there is a hole with diameter  $d$ . In order to hold the water inside the tank, a conic-shape plug (angle  $45^\circ$  and diameter  $D \geq d$ ) is placed into the hole. If the plug weight is  $Mg$ , a) what would be the force  $\bar{F}_a$  to be exerted on the plug to keep it static if the plug is used in the orientation shown in the figure? b) What would be the force  $\bar{F}_b$  in case the plug is placed upside-down?

**Sol. a)**  $\bar{F}_a = \left[ Mg + \rho g \frac{\pi d^2}{4} \left( h - \frac{d}{6 \tan(\alpha/2)} \right) \right] \bar{e}_z$

**Sol. b)**  $\bar{F}_b = \left[ Mg + \rho g h \frac{\pi d^2}{4} - \rho g \frac{\pi D^3}{24 \tan(\alpha/2)} \left( 1 - \frac{d^3}{D^3} \right) \right] \bar{e}_z$



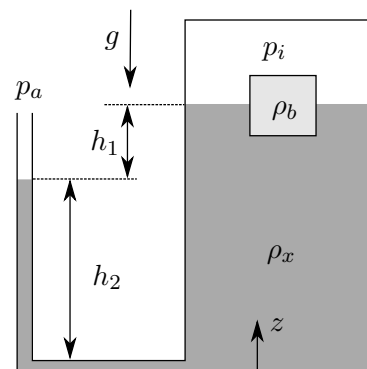
9. Un bloque de madera de densidad  $\rho_b$  flota en un cierto fluido  $x$  de densidad  $\rho_x$  desconocida (véase figura) de modo que el 75% del volumen del bloque queda sumergido en el líquido. El depósito que contiene el fluido  $X$  y el bloque de madera encierra una cierta cantidad de aire a presión  $p_i$  y únicamente está abierto a la atmósfera a través del tubo en U como se muestra en la figura. Sabiendo que el fluido  $x$  está en reposo, determine: la densidad del líquido  $x$  y la presión en el interior de la cámara de aire  $p_i$ .

Datos:  $\rho_b = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $h_1 = 40 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 70 \text{ cm}$ .

A wooden block with density  $\rho_b$  floats on a liquid  $x$  with unknown density  $\rho_x$  (see figure), such that 75% of the block volume gets submerged in the liquid. The tank that contains the liquid and the block enclosed air with pressure  $p_i$  and it is uniquely open to atmosphere through the U-shape duct shown in the figure. Knowing that fluid  $x$  is static, determine liquid density  $\rho_x$  and inside-tank air pressure  $p_i$ .

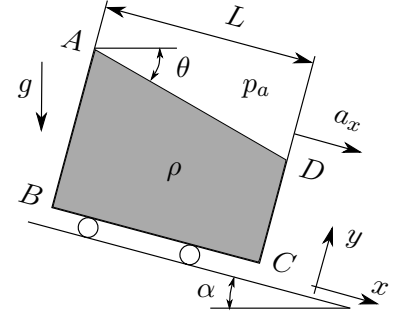
Data:  $\rho_b = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $h_1 = 40 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 70 \text{ cm}$ .

**Sol.**  $\rho_x = \rho_b \frac{V_{\text{tot}}}{V_{\text{su}}} = 1067 \text{ kg/m}^3$ ,     $p_i = p_a - \rho_x g h_1 = 97.144 \text{ Pa}$



10. El depósito de líquido de la figura se mueve con aceleración constante,  $a_x$ , sobre un plano inclinado con un ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal. Se conocen la densidad del líquido,  $\rho$ , la aceleración de la gravedad,  $g$ , la presión ambiente  $p_a$ , la longitud del depósito,  $L$  y la altura  $h$  que alcanza el líquido cuando el depósito está en reposo sobre una superficie horizontal. La dimensión del depósito en la dirección perpendicular al dibujo es  $b$ . Suponiendo que el fluido se mueve como un sólido rígido, se pide: a) el ángulo  $\theta$  que la superficie del líquido forma con la horizontal, b) la presión en los puntos B y C, c) la fuerza que el líquido ejerce sobre la base del depósito.

The tank in the figure moves down with constant acceleration,  $a_x$ , on the inclined plane with angle  $\alpha$  as shown in the figure. By knowing that liquid inside density is  $\rho$ , gravity acceleration is  $g$ , ambient pressure is  $p_a$ , tank length is  $L$ , and liquid level when the tank is static on a horizontal plane is  $h$ . The transverse length of the tank is  $b$  (direction pointing perpendicular to the sketch). Determine: the angle  $\theta$  that liquid surface forms with the horizontal plane, b) pressure at points B and C, c) force exerted by the liquid on the tank base.



**Sol. a)** En el sistema de referencia ligado al depósito el vector de fuerzas másicas es  $\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{a}_x = (g \sin \alpha - a_x)\vec{e}_x - g \cos \alpha \vec{e}_y$ . Sabiendo que  $\nabla p = \rho \vec{f}_m$  y que la superficie del líquido es isóbara y por tanto  $\nabla p$  apunta en dirección perpendicular al plano de la superficie del líquido se obtiene que

In a system of reference co-moving with the tank the mass force vector is  $\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{a}_x = (g \sin \alpha - a_x)\vec{e}_x - g \cos \alpha \vec{e}_y$ . Knowing that  $\nabla p = \rho \vec{f}_m$  and that liquid surface is isobaric so that  $\nabla p$  points perpendicularly to the surface plane we get

$$\theta = \alpha + \arctan \left( \frac{a_x - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \right) .$$

**Sol. b)** Integrando la ecuación de fluidoestática a lo largo de la componente  $y$  obtenemos  
Integrating the fluid-statics equation along  $y$  coordinate yields

$$p_B = p_a + \rho g (y_A - y_B) = p_a + \rho g \left( h + \frac{L}{2} \frac{a_x - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \right) ,$$

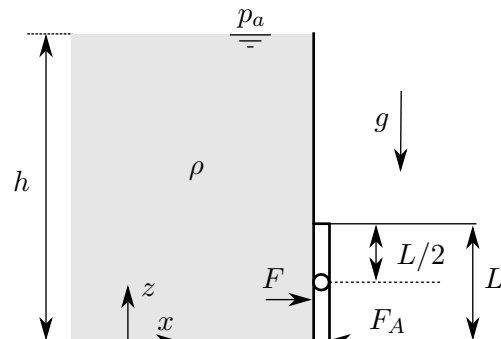
$$p_C = p_a + \rho g (y_D - y_C) = p_a + \rho g \left( h - \frac{L}{2} \frac{a_x - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \right) .$$

**Sol. c)**  $\vec{F}_{BC} = \frac{p_B + p_C}{2} L b \vec{n}_{BC} = -(p_a + \rho g h \cos \alpha) L b (\sin \alpha, \cos \alpha) .$

11. La válvula cuadrada de lado  $L$  que se muestra en la figura puede girar alrededor del eje horizontal que pasa por su centro. Determine a) La fuerza  $\bar{F}$  que el fluido ejerce sobre la válvula, b) la fuerza  $\bar{F}_A$  que debemos ejercer en la base de la válvula para mantenerla cerrada, y c) la fuerza  $\bar{F}_A$  si esta se ejerciese en la parte superior de la válvula, a una distancia  $L$  de la base.

The squared-shape valve with side length  $L$  shown in the figure can rotate over the bolt placed at the valve center. Determine a) the force  $\bar{F}$  that fluid is acting on the valve, b) the force  $\bar{F}_A$  that we must exert on the valve base to keep is closed, and c) the force  $\bar{F}_A$  in case we are applying such force on the upper side of the valve, at a distance  $L$  from the base.

**Sol.** Con la distribución de presión  $p(z) - p_a = \rho g(h - z)$ ,  
With the pressure distribution  $p(z) - p_a = \rho g(h - z)$ ,



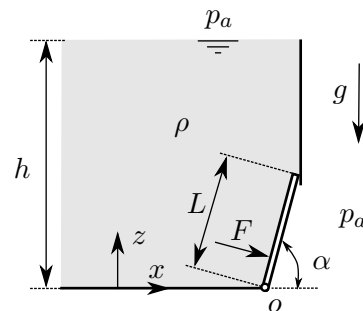
$$a) \quad \bar{F} = - \int_0^L \rho g(h - z)L (-\bar{e}_x) dz = \rho g L^2 \left( h - \frac{L}{2} \right) \bar{e}_x$$

$$b) \quad \text{Con With } \bar{F}_A = -F_A \bar{e}_x, \quad \int_0^L \left( \frac{L}{2} - z \right) \rho g(h - z)L dz - F_A \frac{L}{2} = 0 \quad \rightarrow \bar{F}_A = -\rho g \frac{L^3}{6} \bar{e}_x$$

$$c) \quad \text{Con With } \bar{F}_A = -F_A \bar{e}_x, \quad \int_0^L \left( \frac{L}{2} - z \right) \rho g(h - z)L dz + F_A \frac{L}{2} = 0 \quad \rightarrow \bar{F}_A = \rho g \frac{L^3}{6} \bar{e}_x$$

12. El depósito de la figura contiene líquido de densidad  $\rho$  hasta una altura  $h$  y se cierra mediante una compuerta cuadrada de lados  $L \times L$  y de peso despreciable. Dicha compuerta está articulada en el eje  $o$  y se apoya en la pared vertical del depósito formando un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. Se pide calcular la fuerza que tanto el líquido como el aire exterior ejercen sobre la compuerta y el momento generado por dicha fuerza con respecto al punto  $o$ . Resuelva el problema por medio de a) la integración en  $z$ , b) la superposición de distribución de presiones y c) volúmenes de control.

The tank shown in the figure contains a liquid with density  $\rho$  up to the level  $h$ . It is close by a square-shape gate with dimensions  $L \times L$  and negligible weight. The gate can rotate over the joint  $o$  and stands up against the wall forming an angle  $\alpha$  with respect the horizontal axis. Determine the force and the moment with respect to the point  $o$ . Solve this problem a) integrating along the coordinate  $z$ , b) superposing the pressure distribution effects, and c) through the control volume method.



$$\text{Sol. a) } p'(z) = p(z) - p_a = \rho g(h - z),$$

$$\bar{F} = - \int_0^{l \sin \alpha} \rho g(h - z)l \frac{dz}{\sin \alpha} \bar{n},$$

$$\bar{M} = - \int_0^{l \sin \alpha} \frac{z}{\sin \alpha} \rho g(h - z)l \frac{dz}{\sin \alpha} (\bar{e}_l \times \bar{n}),$$

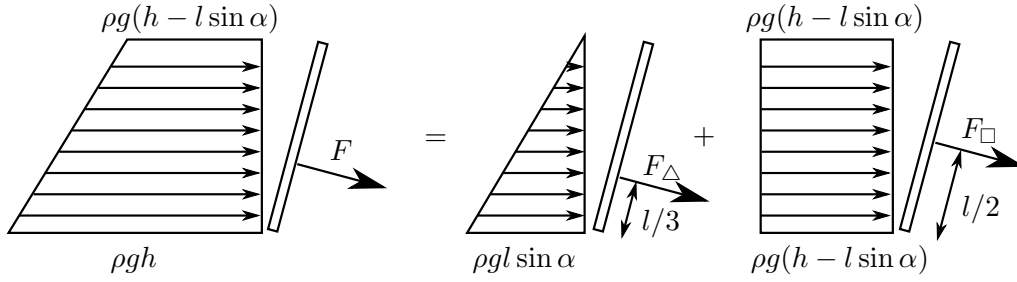
$$\bar{F} = - \int_{\Sigma} p \bar{n} d\sigma, \quad d\sigma = l dl = l \frac{dz}{\sin \alpha},$$

$$\bar{F} = \rho g l^2 \left( h - \frac{l}{2} \sin \alpha \right) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$\bar{M} = \rho g l^3 \left( \frac{h}{2} - \frac{l}{3} \sin \alpha \right) \bar{e}_y,$$



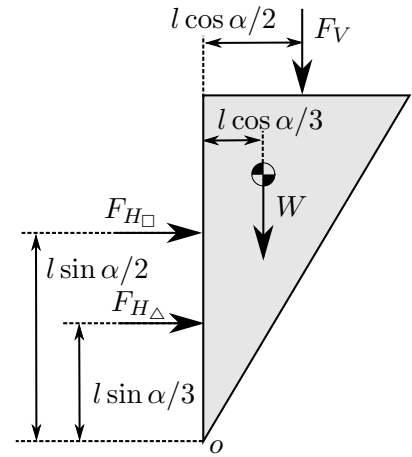
Sol. b) Método de superposición - Superposition method



$$\bar{F}_\Delta = \frac{1}{2} \rho g l^3 \sin \alpha \bar{n} , \quad \bar{F}_\square = \rho g l^2 (h - l \sin \alpha) \bar{n} , \quad \bar{F} = \bar{F}_\Delta + \bar{F}_\square , \quad \bar{M} = F_\Delta \frac{l}{3} \bar{e}_y + F_\square \frac{l}{2} \bar{e}_y ,$$

Sol. c) Método de volúmenes de control - Control Volume method

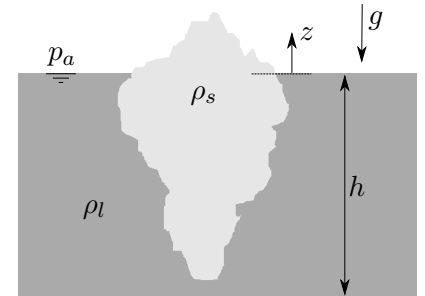
$$\begin{aligned} \bar{F}_V &= -\rho g l^2 (h - l \sin \alpha) \cos \alpha \bar{e}_z , \\ \bar{W} &= -\frac{1}{2} \rho g l^3 \sin \alpha \cos \alpha \bar{e}_z , \\ \bar{F}_{H_\square} &= \rho g l^2 (h - l \sin \alpha) \sin \alpha \bar{e}_x , \\ \bar{F}_{H_\Delta} &= \frac{1}{2} \rho g l^3 \sin^2 \alpha \bar{e}_x , \\ \bar{F} &= \bar{F}_V + \bar{F}_H + \bar{W} = \bar{F}_V + \bar{F}_{H_\Delta} + \bar{F}_{H_\square} + \bar{W} , \\ \bar{M} &= \left( F_V \frac{l}{2} \cos \alpha + F_{H_\Delta} \frac{l}{3} \sin \alpha + F_{H_\square} \frac{l}{2} \sin \alpha + W \frac{l}{3} \cos \alpha \right) \bar{e}_y \end{aligned}$$



13. Sabiendo que la densidad del hielo es 0.89 veces la densidad del agua de mar, ¿qué porcentaje de volumen de un iceberg permanece sumergido en el mar?

By knowing that density of ice is 0.89 times that of sea water, what percentage of a global iceberg volume would remain under water?

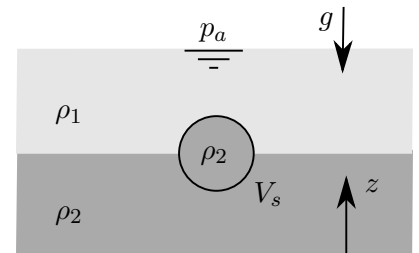
Sol.  $V_{\text{sub}} = 0.89 V_{\text{ice}}$



14. Determine el peso aparente  $\bar{W}_{\text{ap}}$  (peso + fuerza de flotación) de la esfera de la figura si su volumen es  $V_s$  y su densidad es igual a la del líquido más pesado,  $\rho_2$ . Note que exactamente la mitad de la esfera está sumergida en el líquido ligero y la otra mitad en el líquido pesado.

Determine the apparent weight  $\bar{W}_{\text{ap}}$  (weight + buoyancy force) of the sphere in the figure if its volume is  $V_s$  and its density is the same as that of the heavier fluid,  $\rho_2$ . Notice that exactly half of the sphere is submerged into the lighter fluid and the other half into the heavier one.

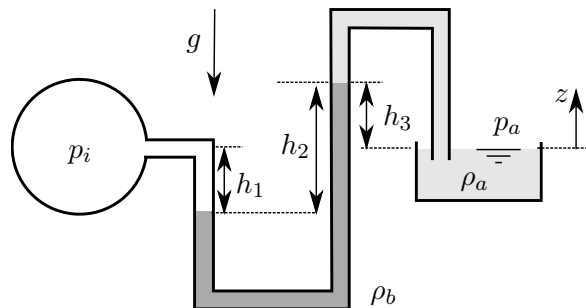
Sol.  $\bar{W}_{\text{ap}} = V_s g (\rho_1 - \rho_2) / 2 \bar{e}_z$



15. El sistema de la figura conecta una cámara de gas a presión  $p_i$  a un depósito de agua (densidad  $\rho_a$ ) abierto a la atmósfera por medio de un conducto. La parte del conducto en contacto con el depósito de gas contiene mercurio con densidad  $\rho_b$  como se muestra en la figura. Se pide determinar la presión dentro del depósito  $p_i$  a través de las alturas de las columnas de mercurio y agua.

Datos:  $h_1 = 12$  cm,  $h_2 = 20$  cm,  $h_3 = 10$  cm,  $\rho_a = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_b = 13580$  kg/m<sup>3</sup>

The system in the figure connects a gas reservoir with pressure  $p_i$  with an open-to-atmosphere water tank (water density is  $\rho_a$ ) through a pipe system. The pipe section in contact to the gas reservoir contains mercury with density  $\rho_b$  as sketched in the figure. By looking at the water and mercury column heights, determine the pressure inside the gas reservoir.



Data:  $h_1 = 12$  cm,  $h_2 = 20$  cm,  $h_3 = 10$  cm,  $\rho_a = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_b = 13580$  kg/m<sup>3</sup>

**Sol.**  $p'_i = p_i - p_a = \rho_b g h_2 - \rho_a g h_3 = 25\,636.8$  Pa .

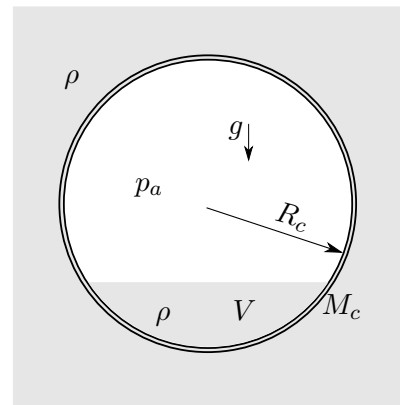
16. Disponemos de una sonda submarina de largo alcance y autonomía usada para cartografiar el suelo oceánico. La sonda está compuesta, principalmente, por una carcasa metálica de masa  $M_c$  y ancho despreciable. La sonda esférica de radio  $R_c$  tiene la capacidad de introducir y liberar agua para ajustar su peso según necesidad. Se pide calcular el volumen que ha de contener en su interior para que permanezca en equilibrio cuando está completamente sumergida.

Datos:  $R_c = 0.3$  m,  $M_c = 50$  kg.

Let's assume we have an underwater sound to study the ocean floor. The probe mainly consist of a metallic case with mass  $M_c$  and negligible width. The probe is spherical, with radius  $R_c$ , and it has the capability of taking and releasing water to adjust the global weight on demand. What would be the volume of water needed inside the tank to keep the probe totally submerged and to stay in equilibrium with the surrounding water?

Data:  $R_c = 0.3$  m,  $M_c = 50$  kg.

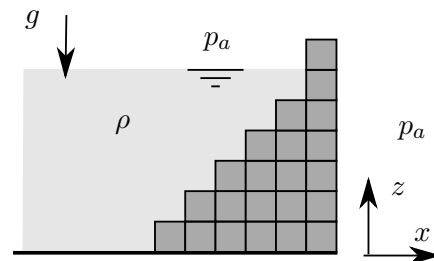
**Sol.**  $V = \frac{4}{3}\pi R_c^3 - \frac{M_c}{\rho} = 63.1 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup> = 63.1 l.



17. La presa de la figura esta formada por bloques cúbicos de hormigón de lado  $L$  y tiene una profundidad  $b = 5L$  en la dirección perpendicular al papel. Determine la componente horizontal y vertical de la fuerza que el agua del embalse ejerce sobre la presa.

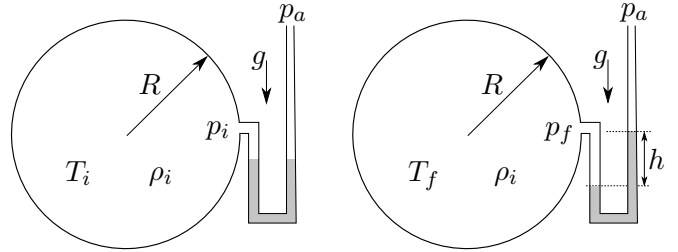
The dam shown in the figure is made of cubic blocks with side length  $L$ . The dam width  $b$  is five blocks, or  $b = 5L$ , in the direction perpendicular to the paper plane. Determine horizontal and vertical components that water exerts on the dam.

**Sol.**  $F_x = 30p_a L^2 + 90\rho g L^3$ ,  $F_z = -25p_a L^2 - 75\rho g L^3$



18. Tenemos un gas encerrado en un depósito a temperatura inicial  $T_i$ . Para medir la presión en el interior usamos un manómetro de mercurio cuya densidad es  $\rho = 13580 \text{ kg/m}^3$ . Se pide calcular el valor de  $h$  obtenido cuando la temperatura del gas en el interior aumenta a  $T_f = 2T_i$ . Se supone que la densidad del gas  $\rho_i = \rho_f$  no cambia.

The tank shown in the figure is filled with gas at initial temperature  $T_i$ . A mercury manometer is installed to measure the pressure inside. Mercury density is  $\rho = 13580 \text{ kg/m}^3$ . What would be the value of  $h$ , sketched in the figure, once the temperature inside the tank has been increased up to  $T_f = 2T_i$ ? It is assumed that gas density is constant so  $\rho_i = \rho_f$ .



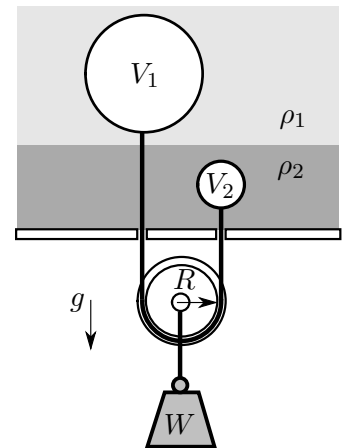
**Sol.**  $T_f/T_i = p_f/p_i = 2$ ,  $p_f = 2p_a$ ,  $h = \Delta p/(g\rho) = 0.76 \text{ m}$

19. Disponemos de dos globos esféricos, de peso despreciable, que están completamente sumergidos en diferentes líquidos, con densidades  $\rho_1$  (aceite) y  $\rho_2$  (agua), respectivamente. Ambos globos están conectados entre sí por un sistema de polea simple como el mostrado en la figura. Se pide calcular los volúmenes de ambos globos para que el sistema esté en completo equilibrio (fuerzas y momentos). El peso de la polea es despreciable y en ella hay anclado un peso  $W$ .

Datos:  $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_2 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $W = 10g \text{ N}$ .

Two spherical balloons with negligible weight are submerged in different liquids, with densities  $\rho_1$  (oil) and  $\rho_2$  (water) respectively, as shown in the figure. They are connected through a solid cord that goes through a simple pulley system. Determine the volume of the balloons for the system to be in equilibrium. The weightless pulleys is attached to a weight  $W$ .

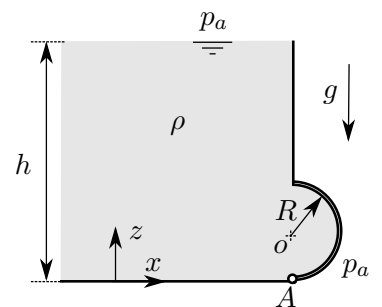
Data:  $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_2 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $W = 10g \text{ N}$ .



**Sol.**  $\sum \vec{F} = 0 \rightarrow V_1\rho_1g + V_2\rho_2g = W$ ,  $\sum \vec{M} = 0 \rightarrow V_1\rho_1R = V_2\rho_2R$ ,  
 $V_1 = \frac{W}{2\rho_1g} = 6.25 \text{ l}$ ,  $V_2 = \frac{W}{2\rho_2g} = 5 \text{ l}$

20. El depósito mostrado en la figura, el cual tiene una ventana semicilíndrica de radio  $R$  y longitud  $b$  en el lateral, está lleno de agua (densidad  $\rho$ ) hasta una altura  $h$ . Se pide a) determinar la fuerza que el líquido y el aire ejercen sobre la ventana y el momento asociado sobre el punto  $A$ , b) ídem para el caso de que la ventana semicilíndrica fuera convexa desde el lado interior del depósito.

The tank shown in the figure, which has a cylindrical window with radius  $R$  and length  $b$  on the bottom of the lateral wall, contains water (density  $\rho$ ) up to the level  $h$ . a) Determine the force that both water and surrounding air exert on the window and the corresponding moment with respect the point  $A$ . b) Calculate the same in case the windows were convex from the inner side.



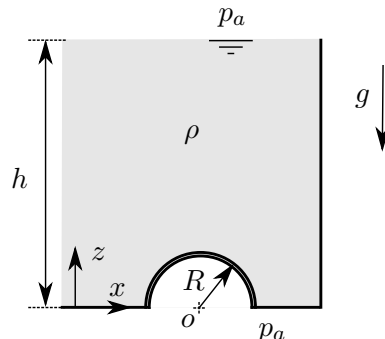
**Sol. a)**  $\vec{F} = \rho g R b \left( 2(h - R) \vec{e}_x - \frac{\pi R}{2} \vec{e}_z \right)$ ,  $\vec{M} = 2\rho g R^2 b (h - R) \vec{e}_y$

**Sol. b)**  $\vec{F} = \rho g R b \left( 2(h - R) \vec{e}_x + \frac{\pi R}{2} \vec{e}_z \right)$ ,  $\vec{M} = 2\rho g R^2 b (h - R) \vec{e}_y$



21. El depósito mostrado en la figura, el cual tiene una ventana semiesférica de radio  $R$  en el fondo, está lleno de agua (densidad  $\rho$ ) hasta una altura  $h$ . Se pide a) determinar la fuerza que el líquido y el aire ejercen sobre la ventana semiesférica y b) la fuerza en caso de que la ventana semiesférica fuera cóncava desde el lado interior del depósito.

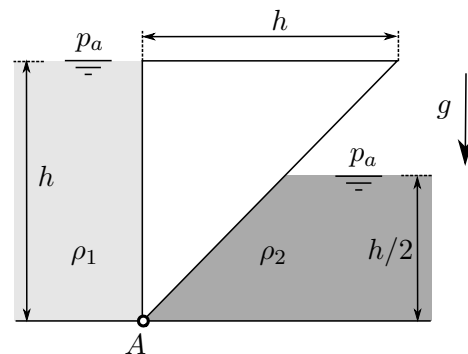
The tank shown in the figure, which has a spherical window with radius  $R$  on the floor, contains water (density  $\rho$ ) up to the level  $h$ . a) Determine the force that both water and surrounding air exert on the window and b) the corresponding force in case the windows were concave from the inner side.



**Sol. a)**  $\bar{F}_z = -\rho g \left( h - \frac{2}{3}R \right) \pi R^2 \bar{e}_z$ , **Sol. b)**  $\bar{F}_z = -\rho g \left( h + \frac{2}{3}R \right) \pi R^2 \bar{e}_z$ ,

22. Una cuña bidimensional triangular de catetos  $h$  y profundidad  $b$  reposa sobre un vértice en la posición indicada en la figura. La cuña separa dos líquidos de densidades  $\rho_1$  y  $\rho_2$ . Sabiendo que el peso de la cuña es despreciable y que ésta se apoya en una rótula en el vértice  $A$ , calcule la relación entre las densidades  $\rho_1/\rho_2$  para que el sistema esté en equilibrio.

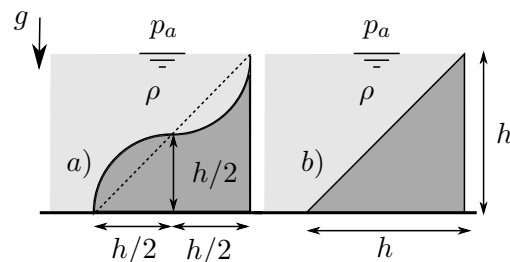
A bidimensional wedge, with short sides  $h$  and width  $b$ , stands upon one vertex in the position shown in the figure. The wedge separates two fluids with densities  $\rho_1$  and  $\rho_2$ , respectively. Knowing that the wedge is weightless and it can rotate over the joint  $A$ , calculate the density ratio  $\rho_1/\rho_2$  for the system to be in equilibrium.



**Sol.**  $\sum \bar{M} = 0 \rightarrow \frac{1}{6} \rho_1 g h^3 b = \frac{\rho_2 g h^3 b}{48 \cos^2(\pi/4)} \rightarrow 4\rho_1 = \rho_2$

23. En el proceso de diseño de un muro que estará bajo un fluido de densidad  $\rho$  se han hecho dos propuestas, como puede verse en el dibujo. El proceso de decisión implica calcular la fuerza a la que la superficie del muro estará sometida. Si  $F_a$  y  $F_b$  son los módulos de las fuerzas a las que estarán sometidas las superficies a) y b), determine el valor del ratio  $F_a/F_b$ .

Let's consider the two different configurations shown in the figure that are proposed for a wall design. One of the pivotal parameters is the force exerted by the water on the the wall surface. If  $F_a$  and  $F_b$  stand for the force modules in configurations a) and b) respectively, determine the value of the ratio  $F_a/F_b$ .

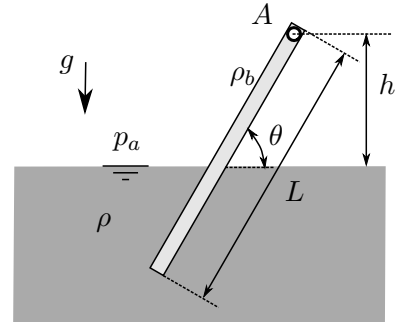


**Sol.**  $F_a/F_b = 1$ .

24. Un bloque de madera de sección rectangular de área  $A$ , longitud  $L$  y densidad  $\rho_b$  está articulado en el punto  $A$  tal y como se muestra en la figura. El punto  $A$  se encuentra a una altura  $h$  sobre el nivel de agua. Si el bloque de madera está parcialmente sumergido en agua, calcule el ángulo  $\theta$  que forma el bloque con la horizontal sabiendo que el cociente entre la densidad de la madera y la densidad del agua es  $\rho_m/\rho = 3/4$ .

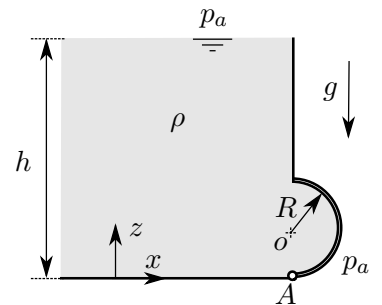
A wooden block, with rectangular cross section  $A$ , length  $L$ , and density  $\rho_b$ , is articulated at point  $A$  placed at a height  $h$  above water level. If the wooden block is partially submerged and the wood density is  $3/4$  times water density, determine the angle  $\theta$  that the block forms with the water surface.

**Sol.**  $\sin \theta = 2h/L$



25. El depósito mostrado en la figura, el cual tiene una ventana semiesférica de radio  $R$  en el lateral, está lleno de agua (densidad  $\rho$ ) hasta una altura  $h$ . Se pide a) determinar la fuerza que el líquido y el aire ejercen sobre la ventana semiesférica y el momento asociado sobre el punto  $A$ , b) ídem para el caso de que la ventana semiesférica fuera convexa desde el lado interior del depósito.

The tank shown in the figure, which has a spherical window with radius  $R$  on the bottom of the lateral wall, contains water (density  $\rho$ ) up to the level  $h$ . a) Determine the force that both water and surrounding air exert on the window and the corresponding moment with respect the point  $A$ . b) Calculate the same in case the windows were convex from the inner side.



**Sol. a)**  $\bar{F} = \rho g \pi R^2 (h - R) \bar{e}_x - \frac{2}{3} \rho g \pi R^3 \bar{e}_z, \quad \bar{M} = \rho g \pi R^3 (h - R) \bar{e}_y$

**Sol. b)**  $\bar{F} = \rho g \pi R^2 (h - R) \bar{e}_x + \frac{2}{3} \rho g \pi R^3 \bar{e}_z, \quad \bar{M} = \rho g \pi R^3 (h - R) \bar{e}_y$