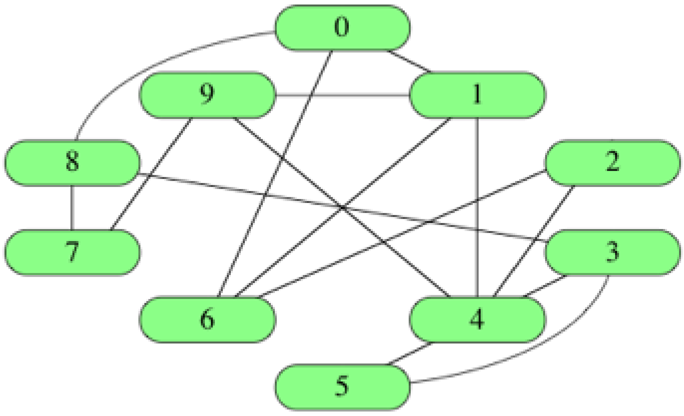
EJERCICIO 1. Todo grafo **simple** G= (V,E) puede ser representado por una matriz, que llamamos **matriz de adyacencia**. Se trata de una matriz cuadrada de n filas y n columnas, donde n es el número de vértices de G. La matriz de adyacencia se construye como sigue: cada elemento

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & si\ los\ vértices\ i,j\ son\ adyacentes \\ 0, & en\ otro\ caso \end{cases}$$

La matriz de adyacencia, por tanto, estará formada por ceros y unos.

Representa la matriz de adyacencia del siguiente grafo:



EJERCICIO 2. Dibuja un grafo cuya matriz de adyacencia sea

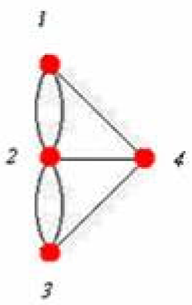
$$\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

EJERCICIO 3. Nótese que con la definición dada, la matriz de adyacencia de un grafo depende del orden de los vértices. Existe una matriz de adyacencia única para cada grafo (sin considerar las permutaciones de filas o columnas), y viceversa. Si G es un grafo que tiene n vértices, y se consideran esas permutaciones ¿Cuántas matrices de adyacencia diferentes podría haber para G?

EJERCICIO 4. Explica por qué siempre es simétrica la matriz de adyacencia de un grafo simple G.

EJERCICIO 5. Las matrices de adyacencia también se pueden usar para representar grafos no dirigidos con bucles y aristas múltiples. A un bucle en el vértice Vi le corresponde un 1 en la posición (i,i) de la matriz de adyacencia. Si hay una arista doble entre Vi y Vj, le corresponde un 2 en la posición (i,j). Si hay una arista triple entre Vi y Vj, le corresponde un 3 en la posición (i,j)….

1. Verifica que la matriz de adyacencia del grafo G que figura debajo es A(G).

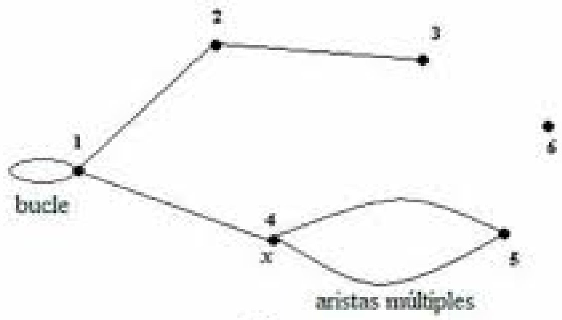


G

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. ¿A qué corresponde la **suma** de los **valores** de la **columna 1?**
3. ¿A qué corresponde la **suma** de los **valores** de la **columna 2?**
4. ¿A qué corresponde la **suma** de los **valores** de la **fila 1?**
5. ¿A qué corresponde la **suma** de los **valores** de la **fila 2?**

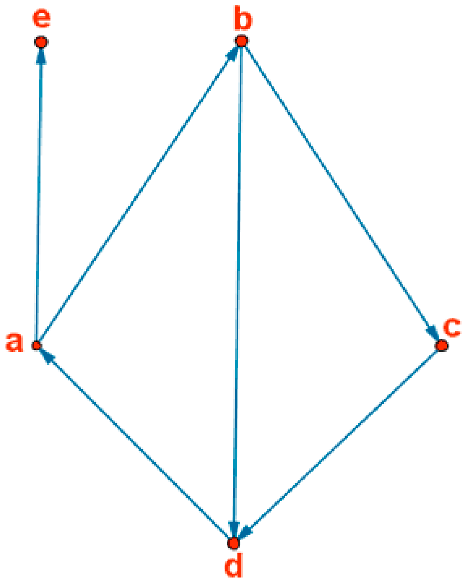
EJERCICIO 6. Verifica que la matriz de adyacencia del grafo H que figura debajo es A(H).



H

$$A(H) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 7. Si G es un grafo dirigido, se puede asociar a G una matriz de adyacencia. Si tenemos una flecha que parte del vértice Vi y llega al vértice Vj , ponemos un 1 en la posición (i,j) de la matriz de adyacencia. En caso de no tener esa flecha ponemos un 0. Explica por qué **la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido no tiene por qué ser simétrica** y verifica que la matriz de adyacencia del grafo siguiente es la que aparece a su derecha:



$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

EJERCICIO 8. Demuestra que la relación de isomorfía entre grafos simples es de equivalencia.