TEMA 3. DINÁMICA

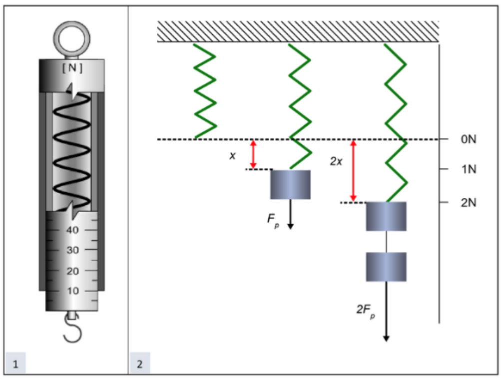
1. Concepto de fuerza

En el tema anterior estudiamos las características principales del movimiento. En este tema estudiaremos los fenómenos que causan el movimiento y las leyes que lo describen. Para ello debemos introducir el concepto de **fuerza.**

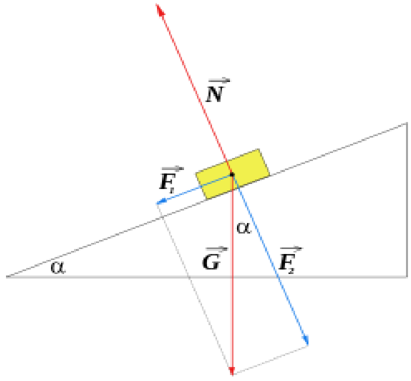
Una fuerza $\vec{F}$ es una acción o influencia externa realizada sobre el objeto que puede cambiar su velocidad y, por tanto, puede dar lugar a una aceleración. Es una magnitud vectorial que tiene módulo (intensidad de la fuerza) y dirección. Se mide en newton (N) en el SI:

$$1\ \text{N} = 1\,\frac{kg\cdot m}{s^2}.$$

En el laboratorio la fuerza se mide con el **dinamómetro**, basado en la Ley de Hooke (deformación proporcional a la fuerza aplicada).



Las fuerzas se manifiestan de diversas maneras. Por ejemplo, al realizar cualquier actividad física. Sin embargo, la aplicación de una fuerza particular no siempre provoca el movimiento de un objeto. Por ejemplo, la gravedad actúa en todo momento sobre un cuerpo, aunque dicho cuerpo no se mueva y permanezca en reposo. Para entender esto debemos acudir a las leyes de Newton.



Primera ley de Newton (ley de inercia):

En ausencia de fuerzas externas, un objeto en reposo continúa en reposo, o un objeto en movimiento permanece con velocidad constante describiendo un movimiento uniforme en línea recta. Decimos que el objeto está en **equilibrio mecánico** y la **condición de equilibrio** es:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} = \vec{0}.$$

Segunda ley de Newton (ley de la dinámica):

La aceleración es proporcional a la fuerza neta:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} = m\vec{a}.$$

donde m denota la masa (inercial) que no se debe confundir con el peso. Vemos que esta ley es consistente con la anterior (i.e. $\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} = m\vec{a} = 0$).

Tercera ley de Newton (ley de acción-reacción):

Supongamos que el objeto A realiza una fuerza $\overrightarrow{F_{AB}}$ sobre el objeto B, entonces el objeto B realiza una fuerza $\overrightarrow{F_{BA}}$ opuesta e igual en magnitud,

3. Tipos de fuerza

En esta sección veremos algunos tipos de fuerza que gobiernan la dinámica de sistemas que no poseen carga eléctrica neta, aunque muchas de estas fuerzas son de origen electromagnético. Además, debemos mencionar que en la naturaleza existen las fuerzas nucleares fuerte y débil, que describen los procesos que tienen lugar a nivel subatómico y son responsables de los fenómenos nucleares y radiactivos.

3.1. Fuerza gravitatoria

La fuerza gravitatoria debida a la atracción de la gravedad en la superficie terrestre es comúnmente conocida como **peso** y está determinada por la aceleración de la gravedad:

$$\overrightarrow{F_g} = -mg\hat{\jmath}.$$

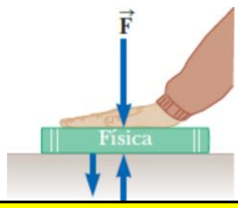
donde m es la masa del objeto. El valor de la aceleración de la gravedad se obtiene del valor aproximado de la fuerza gravitatoria en la superficie terrestre:

$$\left|\overrightarrow{F_g}\right| = \frac{GmM_T}{R_T^2} \approx mg.$$

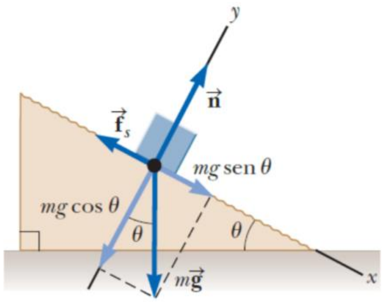
donde G es la constante de gravitación universal, y R_T y M_T es el radio y masa de la Tierra, respectivamente.

3.2. Fuerza de contacto: fuerza normal

Supongamos un objeto en contacto con cierta superficie (fuerza resultante de la repulsión electromagnética que surge del contacto físico). La **fuerza normal** $\overrightarrow{F_N}$ es la fuerza de reacción aplicada sobre el objeto por la superficie y que es perpendicular a la superficie, como se puede ver en la figura:



Sin embargo, no siempre es así, por ejemplo, en el plano inclinado la fuerza normal solo compensa la componente del peso en la dirección perpendicular a la superficie. Por ejemplo, en el plano inclinado de la figura siguiente:

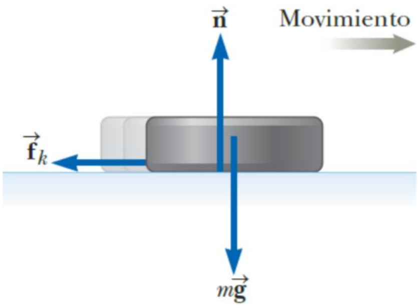


la fuerza normal es:

$$\overrightarrow{F_N} = -F_{g,y}\hat{\jmath} = mgcos\theta\hat{\jmath}.$$

3.2. Fuerza de fricción entre sólidos: Rozamiento

Otra fuerza de contacto que ejerce una superficie sobre un objeto es la **fuerza de rozamiento**. Aunque las superficies puedan estar pulidas, a nivel microscópico son extremadamente rugosas y ásperas (aunque el origen microscópico es la atracción /repulsión electromagnética de los átomos que componen superficie y objeto). La fuerza de rozamiento $\overrightarrow{F_R}$ es la fuerza que se opone al desplazamiento del objeto por la superficie.



En el caso de que el objeto se encuentre **inicialmente estático o en reposo**, la fuerza de rozamiento que se opone al inicio del movimiento puede ser mayor que cuando el objeto ya se encuentra en movimiento. Por ello introducimos el **coeficiente estático de rozamiento** μ_e. Entonces la fuerza de rozamiento (en el caso estático) que se opone inicialmente al movimiento es,

$$|\overrightarrow{F_R}| = \mu_e|\overrightarrow{F_N}|.$$

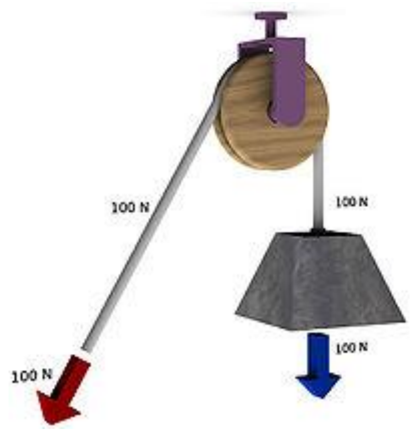
donde se cumple que $\mu_d < \mu_e$. Por tanto, en el análisis de las fuerzas de rozamiento que sufre un objeto se deberá tener presente la diferencia entre dinámico y estático.

3.3. Tensión

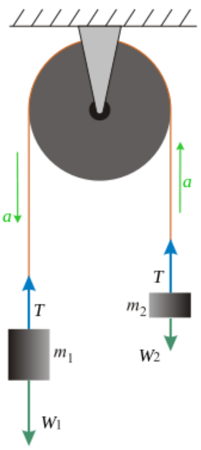
La fuerza de tensión es la fuerza ejercida por una cuerda sobre un objeto al tirar de él. Por ejemplo, levantando cierto peso con una polea con rozamiento y masas despreciables:

$$\overrightarrow{F_T} = -\overrightarrow{F_g} = mg\hat{\jmath}.$$

Dibujando el diagrama de fuerzas correspondiente a la polea:

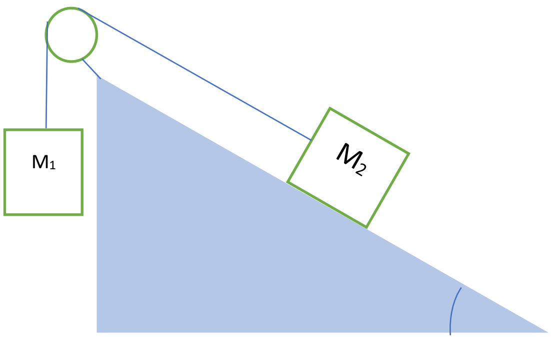


Se observa que esta no acelera y, por tanto, se encuentra en un equilibrio mecánico. Como su masa y rozamiento es despreciable, la magnitud de las tensiones a ambos lados es idéntica $|\overrightarrow{F_{T,1}}| = |\overrightarrow{F_{T,1}}| = \overrightarrow{F_T}$.



En la máquina de Atwood podemos aplicar la 2ª ley de Newton a cada una de las masas por separado (diagrama de cuerpo libre), y resolver el sistema para averiguar la tensión T y la aceleración a.

***Ejercicio**: Consideramos en un plano inclinado $\varphi = 30º$ sobre la horizontal, hay una polea (supondremos con masa y rozamiento despreciables) por la que pasa una cuerda que sujeta por sus extremos dos bloques de $M_1 = M_2 = 10\ kg$: un bloque descansa sobre el plano inclinado, mientras el otro está sostenido por la cuerda. El coeficiente de rozamiento dinámico entre cuerpo y plano es de $\mu = 1/2$. Se pide:*



a) *Calcular la tensión de la cuerda.*

1. Primero planteamos el diagrama de fuerzas para los bloques y la polea.

2. Calculamos la fuerza normal y de rozamiento sobre el bloque 2. Para ello

$$\overrightarrow{F_{T,2}} + \overrightarrow{F_{N,2}} + \overrightarrow{F_{R,1}} + \overrightarrow{F_{g,1}} = M_2\overrightarrow{a_{2,}}$$
$$\overrightarrow{F_{T,1}} + \overrightarrow{F_{g,1}} = M_1\overrightarrow{a_{1.}}$$

Suponiendo que la cuerda está tensa, la magnitud de la fuerza de tensión y la aceleración en los dos bloques es la misma:

$$\left|\overrightarrow{F_{T,1}}\right| = \left|\overrightarrow{F_{T,1}}\right| = F_T$$

$$|\overrightarrow{a_1}| = |\overrightarrow{a_2}| = a.$$

Después de sustituir la ley de Newton para el bloque 1 queda

$$F_T\hat{j} - M_1 g\hat{j} = -M_1 a\hat{j}$$
$$F_T - M_1 g = -M_1 a$$
$$a = \frac{M_1 g - F_T}{M_1}$$

En el caso del segundo bloque, expresamos la ley de Newton en el eje paralelo al plano inclinado:

$$\left|\overrightarrow{F_{T,2}}\right| - \left|\overrightarrow{F_{R,2}}\right| - M_2 g sin\varphi = M_2 a,$$
$$F_T - \mu M_2 g cos\varphi - M_2 g sin\varphi = M_2 a,$$
$$a = \frac{F_T - \mu M_2 g cos\varphi - M_2 g sin\varphi}{M_2}$$

Sustituyendo la primera en la segunda, obtenemos la magnitud de la tensión:

$$\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) F_T = g + \mu g cos\varphi + g sin\varphi$$
$$F_T = \frac{g M_1 M_2 (1 + \mu cos\varphi + sin\varphi)}{M_1 + M_2} = 94{,}72\, N.$$

b) *La magnitud de aceleración de los bloques.*

Conocida la magnitud de la tensión, la aceleración se obtiene sustituyendo:

$$a = \frac{M_1 g - F_T}{M_1} = 0{,}33\, m/s.$$

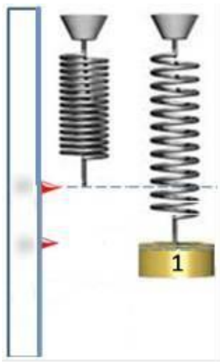
c) *Si los bloques parten inicialmente del reposo, calcular la velocidad de los* *d) La distancia recorrida por el bloque dos sobre la superficie inclinada en el mismo tiempo.*

Recordando la ecuación para el movimiento uniformemente acelerado, la distancia d en el eje paralelo al plano es:

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 10^2 = 16{,}5\ m.$$

3.4. Fuerza elástica. Ley de Hooke.

Un caso particular de fuerza presente en numerosas situaciones es la fuerza elástica. El ejemplo más conocido es el bloque sujeto a un muelle.



La fuerza ejercida por un muelle (ideal) sobre una masa viene dada por la ley de Hooke:

$$\overrightarrow{F_M} = -k\overrightarrow{r_x}$$

donde k es la constante del muelle que caracteriza su rigidez y $\vec{r}$ es el desplazamiento con respecto a la **longitud en reposo** l_0 del muelle en la dirección del eje definido por el propio muelle. Suponiendo el muelle en el eje x,

$$F_M = -kr_x = -k(l - l_0)$$

donde l es la elongación del muelle en el eje x. La longitud en reposo l_0 es la distancia donde la fuerza del muelle es nula. Por tanto, conocida la constante del muelle y la

3.5. Fuerza de resistencia en fluidos

Un sólido que se mueve en el seno de un fluido viscoso experimenta una fuerza de resistencia dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = -\alpha\vec{v},$$

siendo $\vec{v}$ la velocidad del sólido y a. un parámetro que depende de la viscosidad del fluido, la forma y dimensiones del objeto. En la práctica, esta fuerza de resistencia hace que el cuerpo pierda energía lentamente hasta pararlo por completo. En algunos casos se conoce como una fuerza disipativa.

3.6. Fuerzas centrípeta y centrífuga

Un caso especial es el de las fuerzas inerciales, denotadas por $\vec{F}_{inercial}$, que surgen cuando analizamos el movimiento desde un sistema de referencia acelerado. En ese caso surgen fuerzas que no son ”reales” en el sentido de las anteriores, sino que son fruto de la aceleración del sistema de referencia (ya que la segunda ley de Newton nos indica que toda aceleración se puede identificar con una fuerza). El ejemplo más cotidiano tiene lugar en el movimiento circular de un objeto de masa m. Supongamos un sistema de referencia en reposo. Un objeto que describe una circunferencia de radio ρ sufre una aceleración normal o centrípeta:

$$|\overrightarrow{a_c}| = \frac{|\vec{v}|^2}{\rho}$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, esta aceleración es debido a una fuerza que llamamos centrípeta:

$$|\overrightarrow{F_c}| = m|\overrightarrow{a_c}| = \frac{m|\vec{v}|^2}{\rho}$$

y describe el movimiento circular del objeto para el observador situado en el sistema de referencia en reposo. En cambio, si ahora nos situamos en un sistema de referencia que se mueve junto con el objeto, para el observador en dicho sistema el objeto permanece en

$$\vec{F}_{inercial} = -\vec{F_c}.$$

En el caso del movimiento circular esta fuerza se conoce como fuerza centrífuga,

$$|\vec{F}_{inercial}| = |\vec{F_c}| = \frac{m|\vec{v}|^2}{\rho},$$

4. Momento lineal y angular. Impulso mecánico.

Supongamos una partícula con velocidad $\vec{v}$ y masa m. Definimos el **momento lineal** $\vec{p}$ o **cantidad de movimiento** como la relación:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Sustituyendo la definición de momento lineal en la segunda ley de Newton obtenemos:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Esta expresión nos dice que una fuerza aplicada sobre un objeto produce un cambio en el momento lineal del objeto. Cuando la fuerza neta sobre el sistema es cero (estamos en condiciones de equilibrio mecánico), el momento lineal permanece constante y decimos que el **momento lineal se conserva**. Esto también se conoce como **ley de conservación del momento lineal**, y se emplea para analizar las colisiones entre objetos o partículas.

El impulso mecánico $\vec{I}$ es a la variación de momento lineal que experimenta un objeto físico al sufrir una fuerza. En el caso de fuerzas constantes aplicadas en un intervalo Δt, este viene dado por:

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}\,\Delta t.$$

Aplicando la segunda ley de Newton, el impulso mecánico es idéntico a la variación de momento:

donde $\vec{r}$ es el vector de posición de la partícula. Esta magnitud cuantifica la cantidad de momento que se origina debido a la rotación del objeto. De igual manera que antes, podemos manipular la segunda ley de Newton para ver el efecto de las fuerzas aplicadas sobre el momento angular, esto nos conduce a la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{r} \times \vec{F_i} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

donde identificamos el primer miembro como el momento o par de fuerzas $\vec{M}$ que actúa sobre el objeto:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r} \times \vec{F_i}.$$

Entonces, podemos reescribir la ecuación de movimiento para el momento angular como:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

Siguiendo la expresión para la variación del momento angular, si el par de fuerzas que actúa en el objeto es nulo, entonces el momento angular se conserva. Esto se conoce como **ley de conservación del momento angular**.

En el caso particular de una partícula describiendo un **movimiento circular** de radio ρ, el momento angular y lineal se relacionan por:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = \rho|\vec{p}| = m\rho^2\omega$$

donde ω es la velocidad angular. En el **movimiento circular uniforme** (la aceleración tangencial es nula ya que no hay ninguna fuerza tangencial aplicada) la magnitud $|\vec{p}|$ del momento lineal se conserva y, como consecuencia, el momento angular también $\vec{L}$ (no solo $|\vec{L}|$).

Por ejemplo, si estudiamos el movimiento de rotación de la Tierra incluyendo la atmósfera, el momento total Tierra-Atmósfera es:

duración del día aumentaría debido a que la distancia lineal a recorrer (esto es $2\pi R_T$ siendo R_T el radio de La Tierra) no cambia. Gracias a los avances tecnológicos en la medición precisa de la duración del día se ha podido confirmar que los días son ligeramente más largos (décimas de milisegundos) cuando tiene lugar el fenómeno climático ENSO (El Niño – Oscilación del Sur). Durante El Niño, el Pacífico se calienta y los vientos subtropicales en la dirección oeste se aceleran, mientras que los vientos que van al este disminuyen su velocidad. En conjunto esto hace que $\overrightarrow{L_A}$ crezca. Por tanto, podemos deducir que cualquier fenómeno atmosférico que pueda ocurrir a cientos/miles de kilómetros de nosotros, nos puede afectar a todos por igual debido a que compartimos el mismo sistema físico, la atmósfera terrestre.