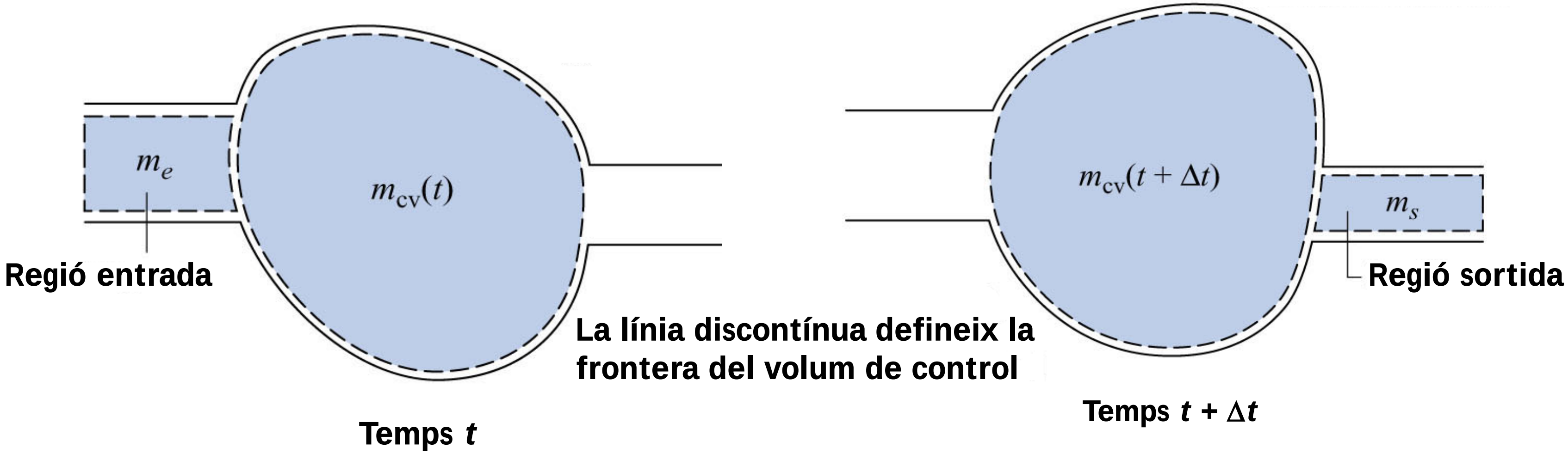
Tema 2. Anàlisi energètica de sistemes oberts

- Balanç de massa en un volum de control
- Flux màssic en sistemes de flux unidireccional
- Cabal volumètric
- Energia de flux
- Balanç d’energia en un volum de control
- Balanç de massa i energia en flux i estat estacionari
  - Turbina, compressor i bomba
  - Caldera i bescanviador
  - Tovera i difusor
  - Cambra de mescla
  - Vàlvula isentàlpica
- Balanç de massa i energia en flux transitori
  - Ompliment dipòsit
  - Buidat dipòsit

Xavier Ramis

Balanç de massa en un volum de control



- **Volum de control-superfície de control**
- **Conservació de la massa**
- **Balanç per unitat de temps**

$$t \rightarrow m_e + m_{vc}(t)$$
$$t + \Delta t \rightarrow m_s + m_{vc}(t+\Delta t)$$

Conservació massa

$$m_e + m_{vc}(t) = m_s + m_{vc}(t+\Delta t)$$
$$m_e - m_s = m_{vc}(t+\Delta t) - m_{vc}(t)$$

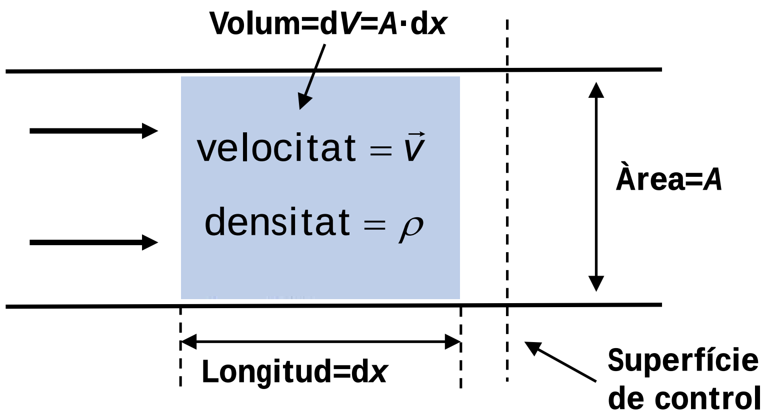
$$\sum_e m_e - \sum_s m_s = \Delta m_{vc}$$

$$\sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s = \frac{dm_{vc}}{dt}$$

Per unitat de temps

$\dot{m}_e, \dot{m}_s$ **flux màssic (kg/s) a l'entrada i sortida**

Flux màssic en sistemes de flux unidireccional



Flux unidireccional

- El flux és normal a l'àrea
- Les propietats són uniformes en una posició

$$m = \rho V$$

$$\left.\begin{array}{l} dm = \rho\, dV = \rho\, A\, dx \\ \vec{v} = \dfrac{dx}{dt} \quad \Rightarrow dx = \vec{v}\, dt \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} dm = \rho A \vec{v}\, dt \\ \dot{m} = \dfrac{dm}{dt} = \rho A \vec{v} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\dot{m} = \rho\, A\, \vec{v}}$$

$$\boxed{\underbrace{\dot{m}}_{\left(\frac{kg}{s}\right)} = \frac{\overbrace{A}^{(m^2)}\,\underbrace{\vec{v}}_{\left(\frac{m}{s}\right)}}{\underbrace{v}_{\left(\frac{m^3}{kg}\right)}}}$$

Xavier Ramis

Cabal volumètric

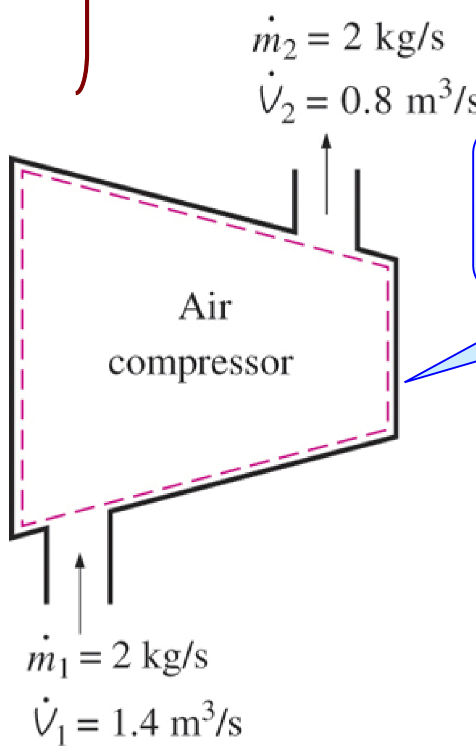
Cabal volumètric

$$\left(\frac{m^3}{s}\right) \leftarrow \boxed{\dot{V} = \frac{V}{t}}$$

Relació flux màssic-cabal volumètric

$$\boxed{\dot{m} = \rho \dot{V}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{m} = \frac{\dot{V}}{v}}$$

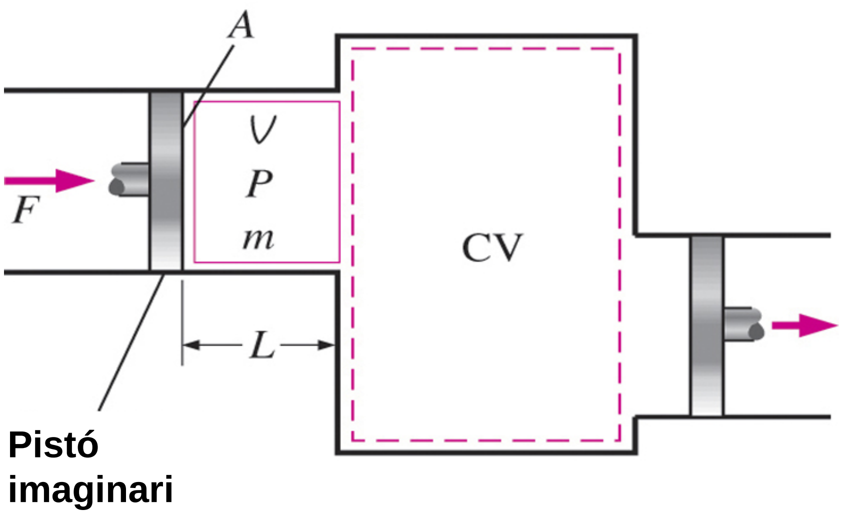


El cabal volumètric no es conserva (líquids excepció)

En sistemes de flux estacionari el flux màssic es conserva

Xavier Ramis

Energia de flux



$$F = P\,A$$

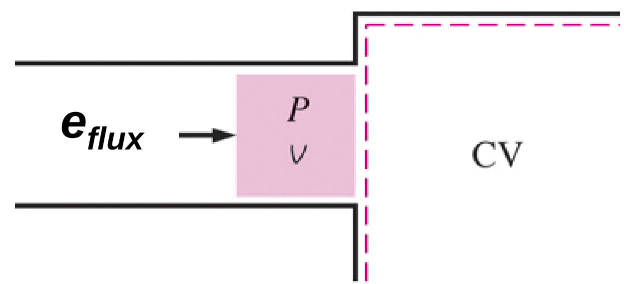
$$E_{flux} = F\,L = P\,A\,L = P\,V \qquad (kJ)$$

$$e_{flux} = Pv \qquad (kJ\,/\,kg)$$

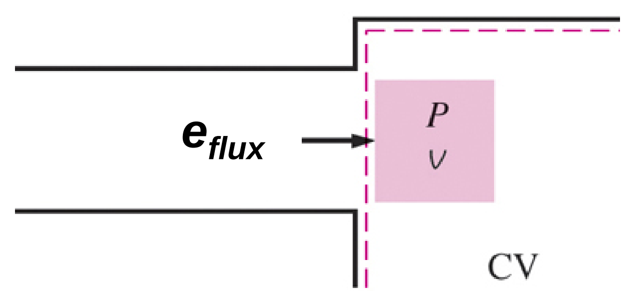
Energia d'un fluid en moviment

$$e = Pv + u + e_c + e_p$$

$$e = h + e_c + e_p$$

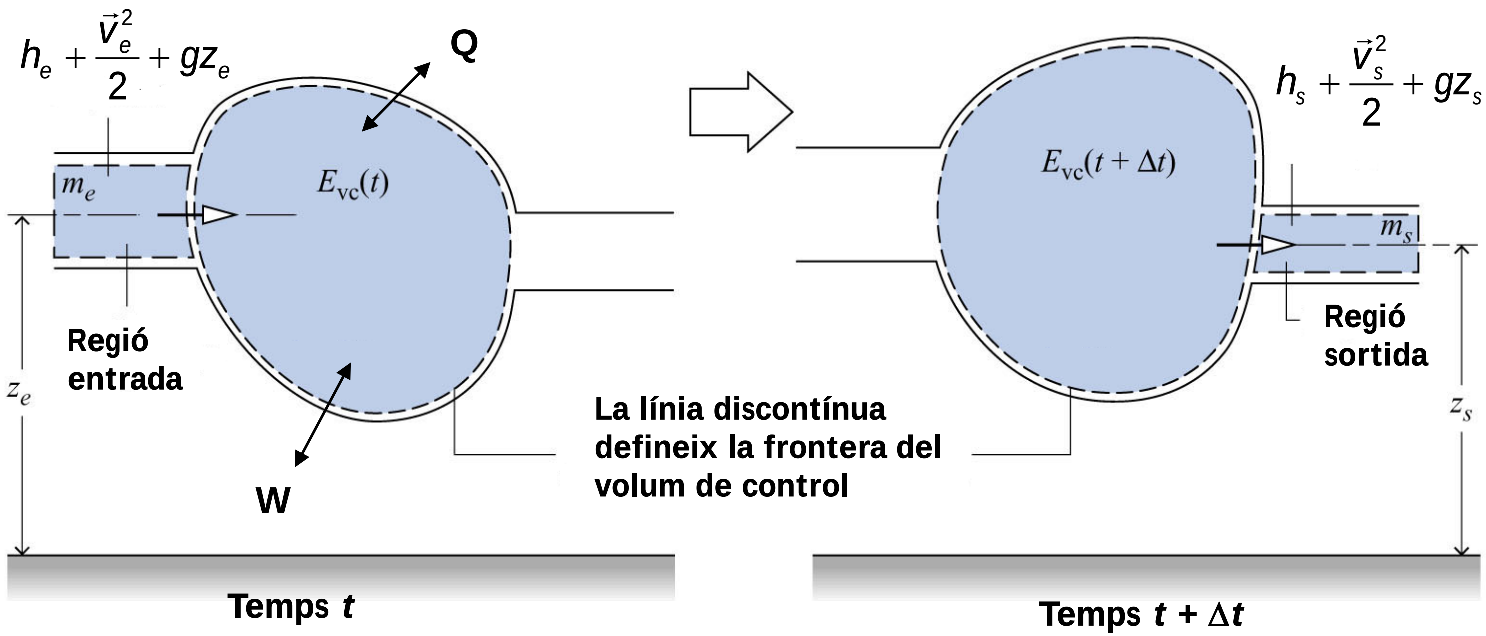


Abans entrar



Després entrar

Balanç d'energia en un volum de control



$$t \to E(t) = E_{vc}(t) + m_e\left(h_e + \frac{\vec{v}_e^2}{2} + gz_e\right)$$

$$t + \Delta t \to E(t + \Delta t) = E_{vc}(t + \Delta t) + m_s\left(h_s + \frac{\vec{v}_s^2}{2} + gz_s\right)$$

Conservació ⬇ **energia**

$$E(t + \Delta t) - E(t) = Q + W$$

Balanç d'energia en un volum de control

$$\left[E_{vc}(t+\Delta t)+m_s\left(h_s+\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}+gz_s\right)\right]-\left[E_{vc}(t)+m_e\left(h_e+\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}+gz_e\right)\right]=Q+W$$

$$\sum_s m_s\left(h_s+\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}+gz_s\right)-\sum_e m_e\left(h_e+\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}+gz_e\right)=Q+W-\Delta E_{vc}$$

$$\Delta E_{vc}=E_f-E_i=m_f\left(u_f+\cancel{\frac{\vec{v}_f^{\,2}}{2}}+\cancel{gz_f}\right)-m_i\left(u_i+\cancel{\frac{\vec{v}_i^{\,2}}{2}}+\cancel{gz_i}\right)$$

Balanç d'energia en un volum de control per unitat de temps

$$\sum_s \dot{m}_s\left(h_s+\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}+gz_s\right)-\sum_e \dot{m}_e\left(h_e+\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}+gz_e\right)=\dot{Q}+\dot{W}-\frac{dE_{vc}}{dt}$$

Flux màssic sortida — **Flux màssic entrada** — **Potència** — **Potència calorífica o flux de calor**

Xavier Ramis

Balanç de matèria i energia en flux i estat estacionari

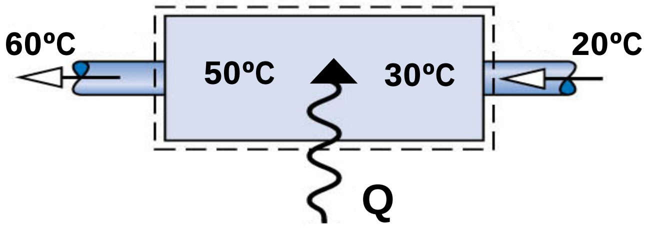
Flux i estat estacionari (règim permanent):

- Els fluxos de massa i d'energia (Q i W) que entren o surten del volum de control no varien amb el temps
- La massa dins volum de control no varia amb el temps $\dfrac{dm_{vc}}{dt}=0$
- Les propietats dins o en els límits del volum de control no varien amb el temps $\dfrac{dE_{vc}}{dt}=0$
- És habitual estudiar els processos per unitat de temps

Una entrada i una sortida

$$\dot{m}_e-\dot{m}_s=\cancel{\frac{dm_{vc}}{dt}} \longrightarrow \boxed{\dot{m}_e=\dot{m}_s=\dot{m}}$$

$$m_e=m_s$$



$$\dot{m}_s\left(h_s+\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}+gz_s\right)-\dot{m}_e\left(h_e+\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}+gz_e\right)=\dot{Q}+\dot{W}-\cancel{\frac{dE_{vc}}{dt}}$$

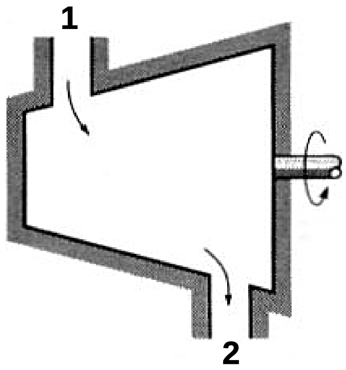
$$\boxed{\dot{m}\left[\left(h_s-h_e\right)+\left(\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}-\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}\right)+g\left(z_s-z_e\right)\right]=\dot{Q}+\dot{W}}$$

Cas particular e_c=0 i e_p=0

$$\boxed{\dot{m}\left(h_s-h_e\right)=\dot{Q}+\dot{W}}$$

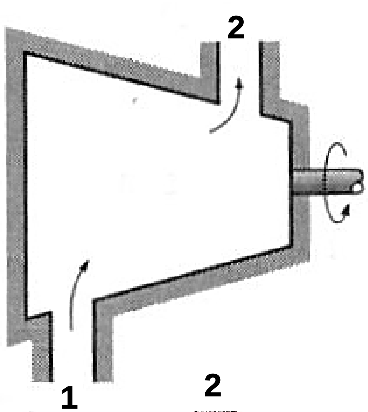
Termodinàmica. Tema 2

Turbina, compressor i bomba



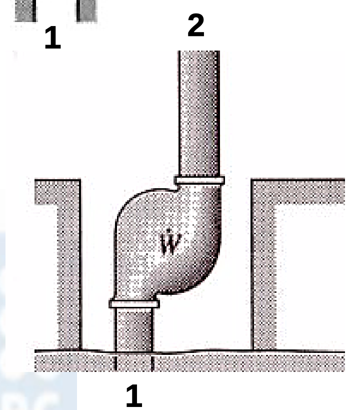
Turbina

$P_1>P_2$
$v_1<v_2$
$T_1>T_2$



Compressor

$P_1<P_2$
$v_1>v_2$
$T_1<T_2$



Bomba

$P_1<P_2$
$v_1=v_2$

Hipòtesis

- **Règim permanent**
- **Cota i canvi velocitat menyspreables**
- **Habitualment adiabàtic**

$$\dot m\left[(h_2-h_1)+\cancel{\left(\frac{\vec v_2^{\,2}}{2}-\frac{\vec v_1^{\,2}}{2}\right)}+\cancel{g(z_2-z_1)}\right]=\cancel{\dot Q}+\dot W$$

Dispositiu adiabàtic

$$\boxed{\dot m(h_2-h_1)=\dot W}$$

Dispositiu no adiabàtic

$$\boxed{\dot m(h_2-h_1)=\dot Q+\dot W}$$

Xavier Ramis

Turbina, compressor i bomba reversibles

$$\dot{m}\left[\left(h_2 - h_1\right)\right] = \dot{Q} + \dot{W}$$

$$\Downarrow$$

Balanç d'energia

$$\Delta h = q + w$$

$$\Delta h = \int TdS + \int vdP$$

$$\Uparrow$$

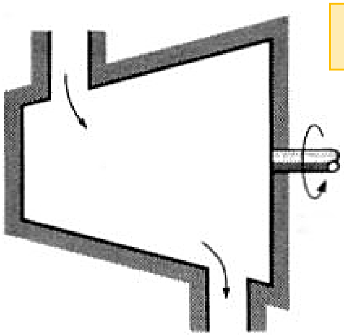
Equació de Gibbs

$$dh = TdS + vdP$$

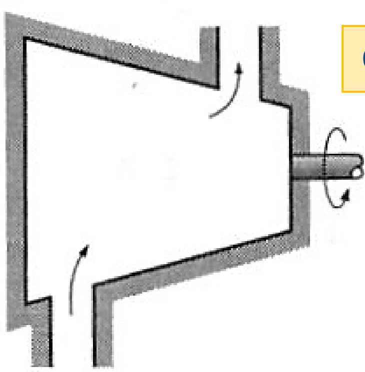
$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} w_{rev} &= \int vdP \\ \dot{W}_{rev} &= \int \dot{V}dP \end{aligned}}$$

Líquids *v*=ct

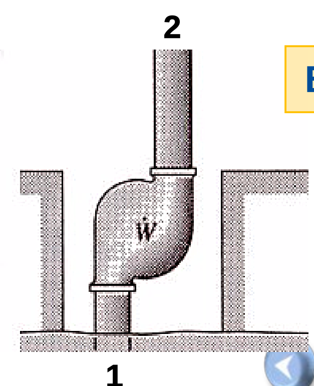
$$\boxed{\begin{aligned} w_{rev} &= v\Delta P = v\left(P_2 - P_1\right) \\ \dot{W}_{rev} &= \dot{V}\Delta P = \dot{V}\left(P_2 - P_1\right) \end{aligned}}$$



Turbina



Compressor

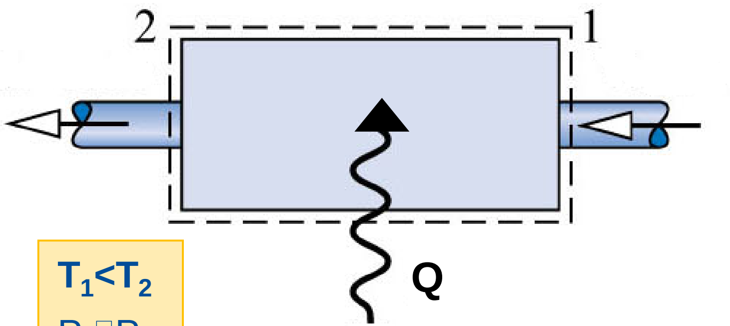


Bomba

Xavier Ramis

Caldera i bescanviador

Caldera



$T_1 < T_2$

$P_1 \approx P_2$

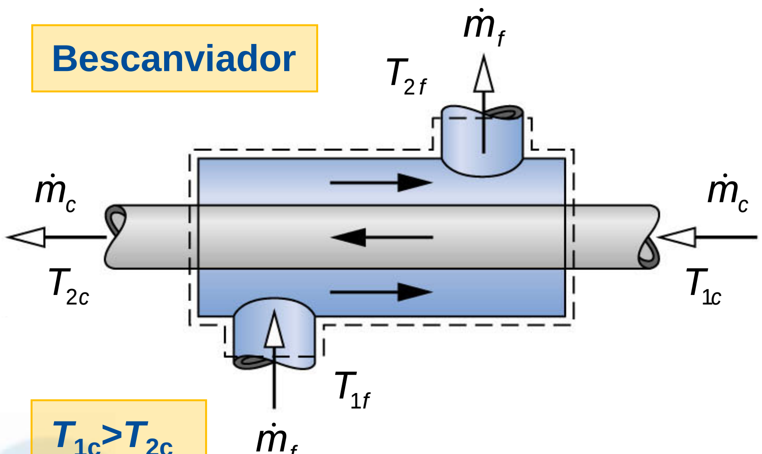
$$\dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{Q}$$

Hipòtesis caldera

- Règim permanent
- Velocitat i cota menyspreables
- No hi ha treball

$$\dot{m}\left[\left(h_2 - h_1\right) + \cancel{\left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right)} + \cancel{g\left(z_2 - z_1\right)}\right] = \dot{Q} + \cancel{\dot{W}}$$

Bescanviador



$T_{1c} > T_{2c}$

$T_{1f} < T_{2f}$

$P \approx ct$

Hipòtesis bescanviador adiabàtic

- Règim permanent (vàries entrades i sortides)
- Velocitat i cota menyspreables
- No hi ha treball ni calor

$$\sum \dot{m}\left[\left(h_2 - h_1\right) + \cancel{\left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right)} + \cancel{g\left(z_2 - z_1\right)}\right] = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

$$\dot{m}_c\left(h_{2c} - h_{1c}\right) + \dot{m}_f\left(h_{2f} - h_{1f}\right) = 0$$

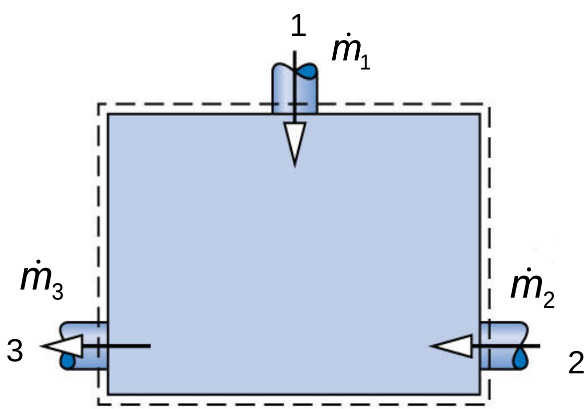
$$\dot{m}_f\left(h_{2f} - h_{1f}\right) = -\dot{m}_c\left(h_{2c} - h_{1c}\right)$$

$$\dot{Q}_f = -\dot{Q}_c$$

Xavier Ramis

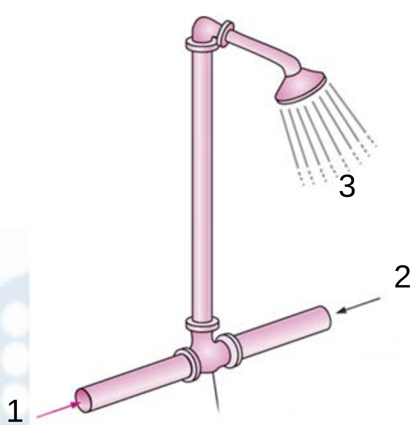
Cambra de mescla (mesclador)

Cambra mesclat



T_3 entre T_1 i T_2

P □ct



Cambra mesclat adiabàtica

- **Règim permanent (vàries entrades)**
- **Velocitat i cota menyspreables**
- **No hi ha treball ni calor**

$$\sum \dot{m}\left[(h_s - h_e) + \cancel{\left(\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}\right)} + \cancel{g(z_s - z_e)}\right] = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

$$\sum_s \dot{m}_s\left(h_s + \cancel{\frac{\vec{v}_s^{\,2}}{2}} + \cancel{gz}_s\right) - \sum_e \dot{m}_e\left(h_e + \cancel{\frac{\vec{v}_e^{\,2}}{2}} + \cancel{gz_e}\right) = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

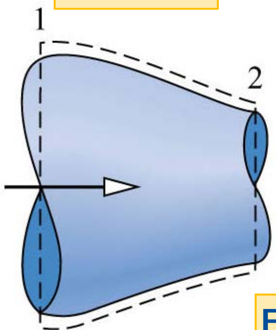
$$\dot{m}_2\left(h_3 - h_2\right) + \dot{m}_1\left(h_3 - h_1\right) = 0$$

$$\dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1 = 0$$
$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$$

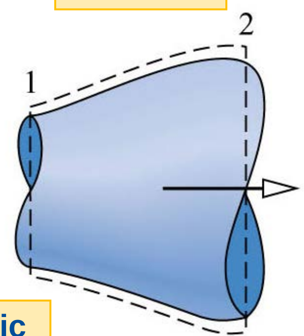
Xavier Ramis

Toveres i difusors

Tovera



Difusor



Flux subsònic

$\vec{v}_2 > \vec{v}_1$

$P_2 < P_1$

$\vec{v}_2 < \vec{v}_1$

$P_2 > P_1$

Hipòtesis toveres (accelera) i difusors (desaccelera)

- **Règim permanent**
- **Cota menyspreable**
- **No hi ha treball i calor menyspreable**

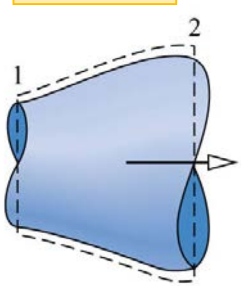
$$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right) + \cancel{g(z_2 - z_1)}\right] = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

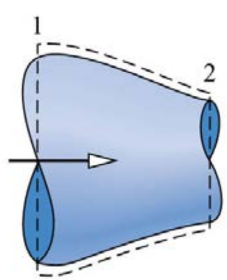
$$\boxed{\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right)\right] = 0}$$

$$\boxed{\vec{v}_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + \vec{v}_1^{\,2}}}$$

Tovera

Difusor

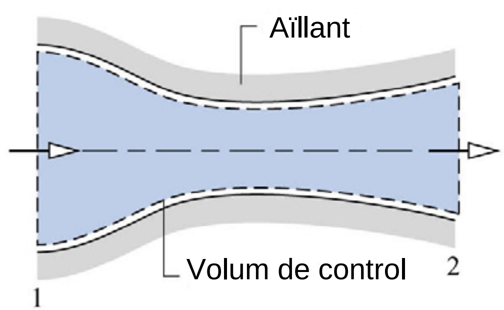




Flux supersònic

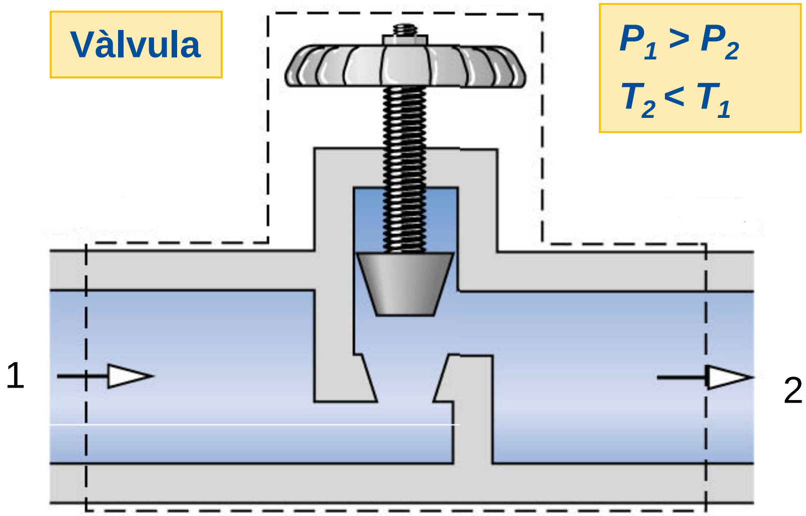
Tovera

Flux subsònic- supersònic



Vàlvula estrangulament (isentàlpica)

Vàlvula



$P_1 > P_2$

$T_2 < T_1$

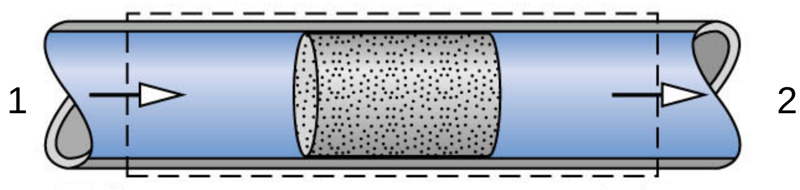
Vàlvula regulable

Hipòtesis vàlvula

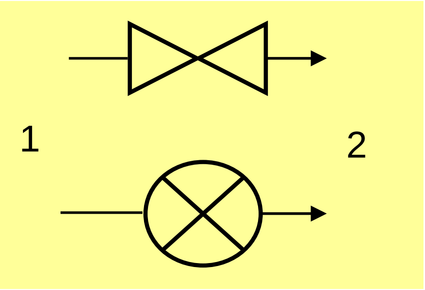
- **Règim permanent**
- **Cota i canvi velocitat menyspreables**
- **No hi ha treball i calor menyspreable**

$$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \left(\cancel{\frac{\vec{v}_2^2}{2} - \frac{\vec{v}_1^2}{2}}\right) + \cancel{g(z_2 - z_1)}\right] = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

$$\boxed{\dot{m}(h_2 - h_1) = 0 \quad \Rightarrow h_2 = h_1}$$



Tap porós



Xavier Ramis

Activitat. Balanços d'energia sistemes estacionaris

P3 Una turbina de vapor adiabàtica produeix 5 MW i les condicions del vapor a l'entrada i a la sortida són: (1) P_1 =2 MPa, T_1 =400ºC, z_1 =10 m, $\vec{v}_1$=50 m/s i (2) P_2=15 kPa, x_2 =0,9, $\vec{v}_2$=180 m/s i z_2=6m.

1) Compareu les magnituds Δh, Δe_c i Δep.

2) Determineu el treball realitzat per unitat de massa de vapor.

3) Determineu el flux màssic del vapor.

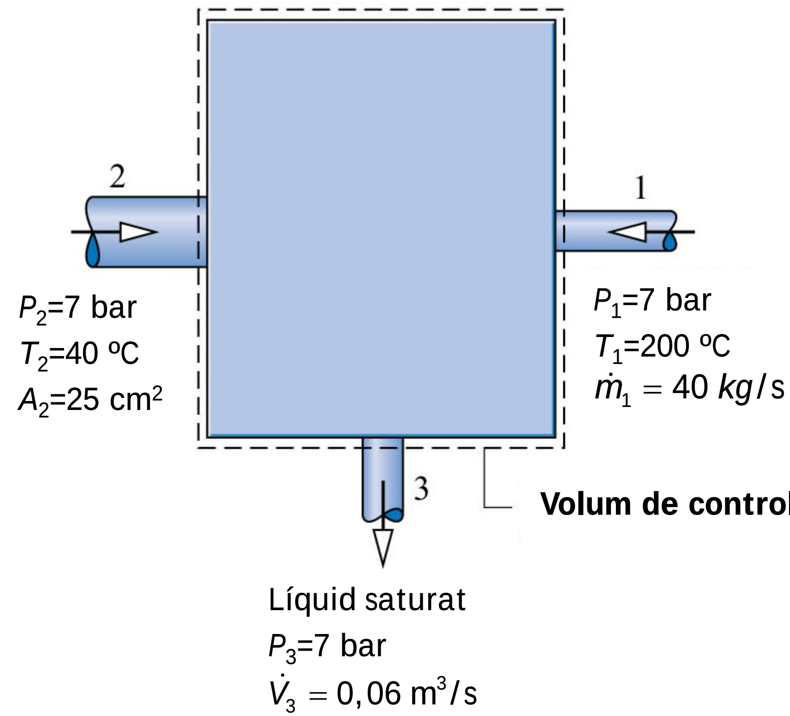
R/ 1) -886,8 kJ/kg, 14,95 kJ/kg, -0,0392 kJ/kg, 2) -872,5 kJ/kg, 3) 5,73 kg/s

Xavier Ramis

Activitat. Càlcul flux màssic

P1 L'escalfador d'aigua de la figura té dues entrades i una sortida. Un flux màssic de 40 kg/s de vapor entra per (1) a P_1=7 bar i T_1=200ºC. Per (2) entra aigua líquida a P_2=7 bar i T_2=40ºC a través d'una conducció de secció A_2=25 cm^2. Per la sortida (3) surt un cabal volumètric de 0,06 m^3/s de líquid saturat a 7 bar. Determineu el flux màssic (kg/s) a l'entrada 2 i a la sortida 3 i la velocitat (m/s) a l'entrada 2. Aquest dispositiu no és adiabàtic.

R/ 54,15 kg/s, 14,15 kg/s, 5,7 m/s



Q4 Refrigerant R-134a en estat de líquid saturat a 0,8 MPa, s'expandeix en una vàlvula fins a la pressió de 0,12 MPa. Determineu el títol del refrigerant a la sortida de la vàlvula i la disminució de temperatura durant el procés.

R/ 0,34, -53,6ºC

Xavier Ramis

Activitat. Balanços d'energia sistemes estacionaris

- En una turbina s'expandeixen 1350 kg/h vapor des de 4 MPa i 500ºC fins a 0,5 MPa i 250ºC. La turbina perd un flux de calor de 25 kW durant el procés. Quina potència produeix la turbina?

  R/ -156,9 kW

$$B.E. \quad \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{Q} + \dot{W}$$

$$\dot{Q} = 25 \text{ kW} \qquad \dot{m} = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 0,375 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{W} = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) - \dot{Q} = 0,375 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left(2961,04 - 3446,02\right) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - \left(-25\right) \text{ kW} = \boxed{-156,9 \text{ kW}}$$

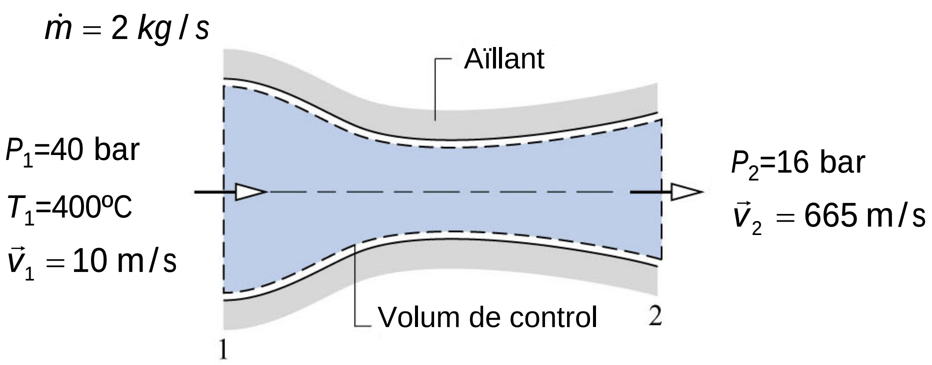
- Per una canonada de 20 cm de diàmetre interior circula etilè a una velocitat de 25 m/s. El manòmetre indica una pressió de 9 bar i la temperatura és de 290 K. Calculeu el flux màssic.

  R: 9,76 kg/s

Activitat balanç d'energia en una tovera

P2 A una tovera tèrmicament aïllada hi entra vapor d'aigua a 40 bar i 400ºC i amb una velocitat de 10 m/s. El vapor surt de la tovera a 16 bar i amb una velocitat de 665 m/s. El flux màssic d'aigua és de 2 kg/s. Determineu l'àrea a la sortida de la tovera, en m^2.

R/ $4{,}59 \cdot 10^{-4}$ m^2



$$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right)\right] = 0 \quad \Rightarrow h_2 = 2993{,}6\,\frac{kJ}{kg}$$

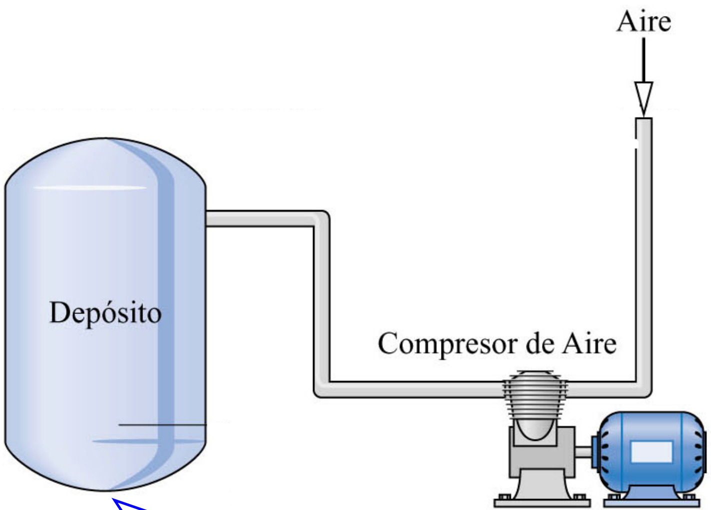
$$\dot{m} = \frac{A_2 \vec{v}_2}{v_2} \quad \Rightarrow A_2 = \frac{\dot{m}\, v_2}{\vec{v}_2} = 4{,}59 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

Xavier Ramis

Balanç de massa i energia en flux transitori

Flux transitori o no estacionari (règim no permanent):

- Els fluxos de massa i d'energia (*Q* i *W*) que entren o surten del volum de control poden variar amb el temps
- La massa dins volum de control varia amb el temps $m_e \neq m_s \Rightarrow \Delta m_{vc} \neq 0$
- Les propietats dins o als límits del volum de control poden variar amb el temps $\Delta E_{vc} \neq 0$
- És habitual estudiar els processos en un temps determinat i no per unitat de temps



Les condicions dins dipòsit varien

$$\dot{m}_s h_s - \dot{m}_e h_e = \dot{Q} + \dot{W} - \frac{dU_{vc}}{dt}$$

Menyspreant velocitat i cota

Una sola entrada i sortida

integrant

$$\int_0^t \dot{m}_s h_s dt - \int_0^t \dot{m}_e h_e dt = Q + W - \Delta U_{vc}$$

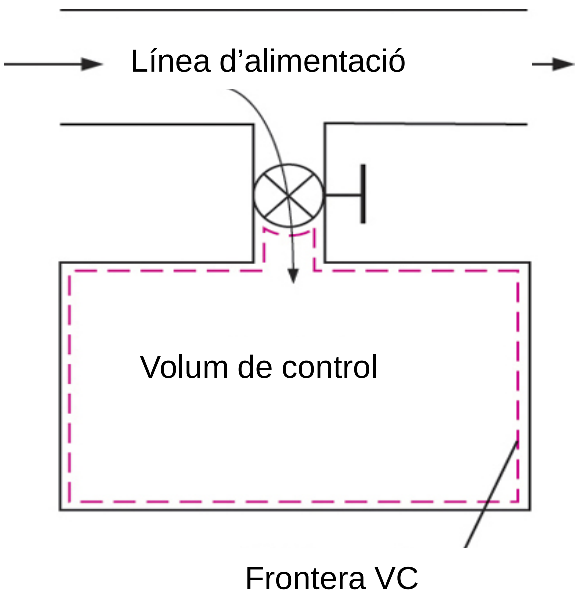
considerant h_s i h_e constants

$$m_s h_s - m_e h_e = Q + W - \Delta U_{vc}$$

$$m_e - m_s = \Delta m_{vc} = m_f - m_i$$

Xavier Ramis

BM i BE en flux transitori: ompliment dipòsit

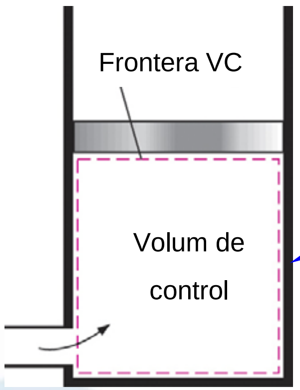


Hipòtesis

- **Sense sortida i una sola entrada**
- **Velocitat i cota menyspreables**
- **Habitualment sense treball**
- **Habitualment la *T* a dins del dipòsit augmenta**

$$\cancel{m_s} h_s - m_e h_e = Q + \cancel{W} - \Delta U_{vc}$$

$$m_e - \cancel{m_s} = \Delta m_{vc} = m_f - m_i$$



Dispositiu adiabàtic

$$\boxed{m_e h_e = m_f u_f - m_i u_i}$$

$$\boxed{\left(m_f - m_i\right) h_e = m_f u_f - m_i u_i}$$

Amb treball

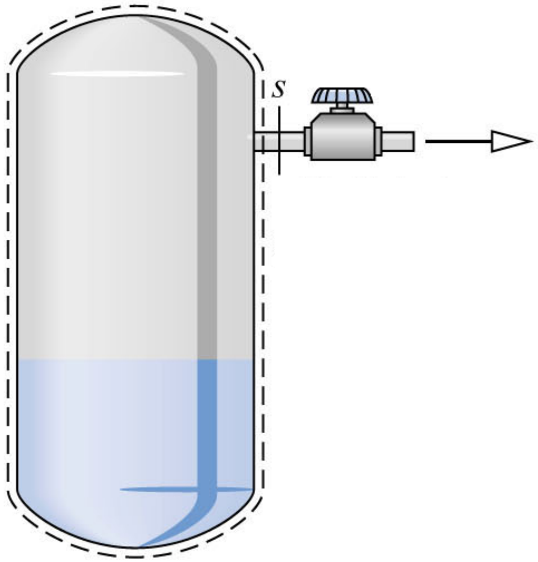
$$\boxed{-m_e h_e = Q - \left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

Dispositiu no adiabàtic

$$\boxed{-\left(m_f - m_i\right) h_e = Q - \left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

Xavier Ramis

BM i BE en flux transitori: buidat dipòsit



Hipòtesis

- **Sense entrada i una sola sortida**
- **Velocitat i cota menyspreables**
- **Habitualment sense treball**
- **Habitualment la *T* a dins del dipòsit disminueix**
- **h_s pot no ser constant (valor mitjà o integració)**

$$m_s h_s - \cancel{m_e} h_e = Q + \cancel{W} - \Delta U_{vc}$$

$$\cancel{m_e} - m_s = \Delta m_{vc} = m_f - m_i$$

Dispositiu adiabàtic

$$\boxed{m_s h_s = -\left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

$$\boxed{\left(m_i - m_f\right) h_s = -\left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

Dispositiu no adiabàtic

$$\boxed{m_s h_s = Q - \left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

$$\boxed{\left(m_i - m_f\right) h_s = Q - \left(m_f u_f - m_i u_i\right)}$$

Xavier Ramis

Activitat. Ompliment dipòsit

Q2 S'omple un dipòsit, rígid i aïllat tèrmicament, inicialment buit, amb vapor d'aigua que circula per una conducció d'alta pressió a 2 MPa i 300°C. Si el procés finalitza quan la pressió a l'interior del dipòsit és 2 MPa, quina és la temperatura en aquest moment?

R/ 445,9ºC

- Un dipòsit, rígid i aïllat tèrmicament està inicialment buit. S'obre la vàlvula que el comunica amb l'exterior i entra aire atmosfèric a T=27ºC i P=100 kPa, fins que la pressió dins del dipòsit és 100 kPa. Quina és la temperatura de l'aire en aquest moment? Podeu considerar que l'aire es comporta com a gas ideal i que $h=c_pT$ i $u=c_vT$.

R/ 147ºC

Xavier Ramis

Activitat. Ompliment dipòsit

P.6 Un dipòsit de 0,2 m^3 està ple en un 5% (en volum) d'aigua líquida en equilibri amb el seu vapor a 24,1°C. Per mitjà d'una conducció de vapor saturat a 5 bar es dóna pressió fins que el dipòsit assoleix una pressió de 4 bar. Es demana:

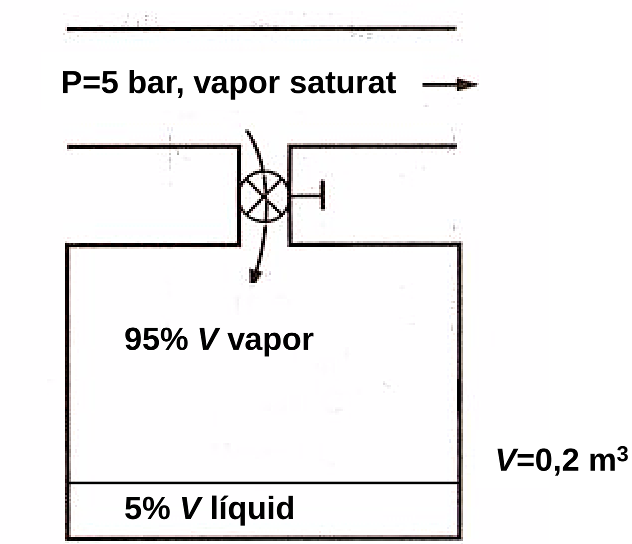
1) L'estat final del dipòsit.

2) La temperatura del dipòsit quan assoleixi la pressió de 4 bar.

3) La massa de vapor que s'ha introduït.

Suposeu el procés adiabàtic i utilitzeu les taules del vapor d'aigua.

R/1) Líquid-vapor 2) 143,6°C 3) 2,69 kg



Xavier Ramis

Activitat. Buidat dipòsit

P.7 Una olla de pressió amb una vàlvula tarada a 150 kPa de 0,006 m^3 de capacitat s'omple amb 2 litres d'aigua a 20°C i s'escalfa amb la vàlvula posada.

1) Calculeu el títol del contingut de l'olla en el moment que comenci a sortir vapor per la vàlvula.

2) Calculeu la calor aportada des del moment de posar l'olla a escalfar fins que comença a sortir vapor per la vàlvula.

3) Calculeu la calor aportada per la font de calor des que s'inicia l'escalfament fins al moment que han sortit de l'olla a través de la vàlvula 1,7 kg de vapor. Quin serà l'estat del contingut de l'olla en aquesta situació final?

Podeu negligir la quantitat d'aire present dins de l'olla en el moment de posar la vàlvula i començar a escalfar.

R/1) $1{,}67\ 10^{-3}$ 2) 773,7 kJ 3) 4562,6 kJ, $1{,}63\cdot10^{-2}$

Xavier Ramis

Activitat. Buidat dipòsit

(P1_27012014_PA) El sistema cilindre-pistó de la figura, de parets adiabàtiques, es troba inicialment buit. Sobre els topalls A hi reposa un pistó, de massa constant. La suma de la pressió deguda al pes del pistó i la pressió atmosfèrica és de 2,0 MPa. Inicialment el sistema té un volum de 5 dm^3. Des d'una conducció (1) s'introdueix etilè a 5 MPa i 350 K. El pistó es mou sense fricció. Determineu:

1) La temperatura a l'interior del cilindre quan el pistó comença a pujar.
2) La massa d'etilè introduïda fins aquell moment.
3) La temperatura de l'interior del cilindre un cop el pistó ha començat a pujar i el volum del sistema ha augmentat en un 20%.
4) La massa d'etilè introduïda des de que el pistó comença a pujar fins que el volum augmenta en un 20%.

R/ 385,3 K, 0,0921 kg, 374,5 K, 0,0223 kg