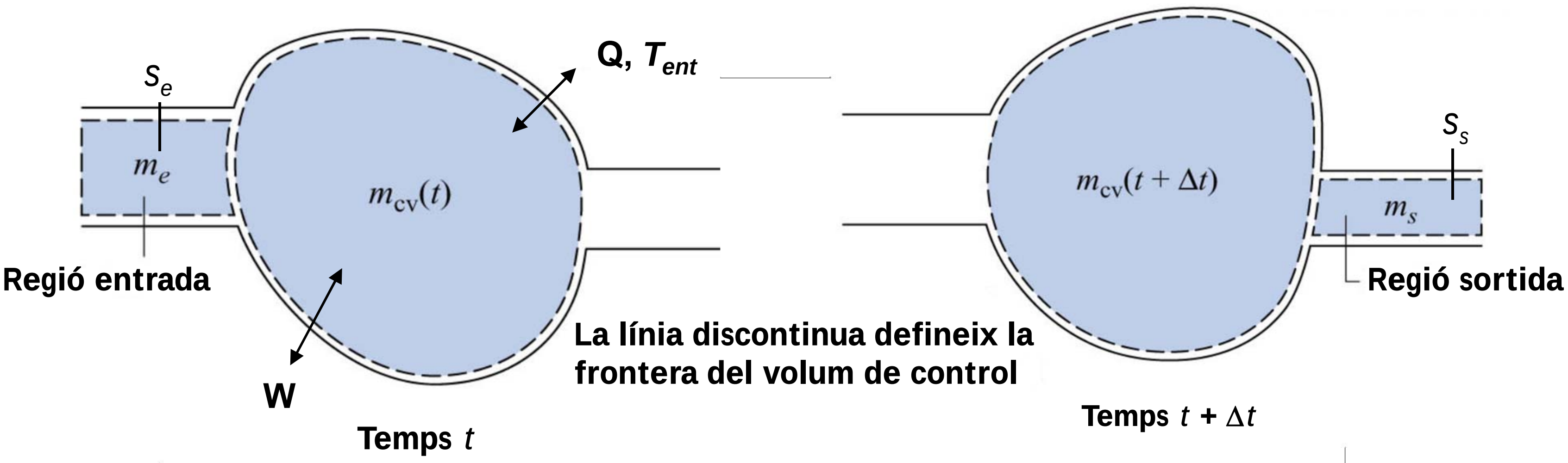
Tema 3. Balanços d'entropia i exergia en sistemes oberts

- **Balanç d'entropia en un volum de control**
- **Balanç d'entropia en flux i estat estacionari**
- **Balanç d'entropia en flux transitori**
- **Rendiment isentròpic**
  - Turbina
  - Compressor (bomba)
  - Tovera
- **Exergia (Energia disponible)**
  - Exergia associada al *W*, *Ec* i *Ep*
  - Exergia associada a la calor
  - Treball maximal en un sistema obert FEE
  - Exergia associada a un fluid en un sistema obert FEE
- **Balanç d'exergia en un sistema obert FEE**
  - Demostració balanç d'exergia en sistema obert FEE
- **Rendiment exergètic**

Balanç d'entropia en un volum de control



$$\boxed{S_{gen} = \Delta S_{uni} = \underbrace{\Delta S_{sist}}_{\text{fluid}} + \underbrace{\Delta S_{entorn}}_{\text{font tèrmica o ambient}} \geq 0}$$

$$\Delta S_{sistema} = \left(S_{vc}(t+\Delta t) + m_s s_s\right) - \left(S_{vc}(t) + m_e s_e\right) = \Delta S_{vc} + m_s s_s - m_e s_e$$

$$\Delta S_{entorn} = -\int \frac{\delta Q}{T_{ent}}$$

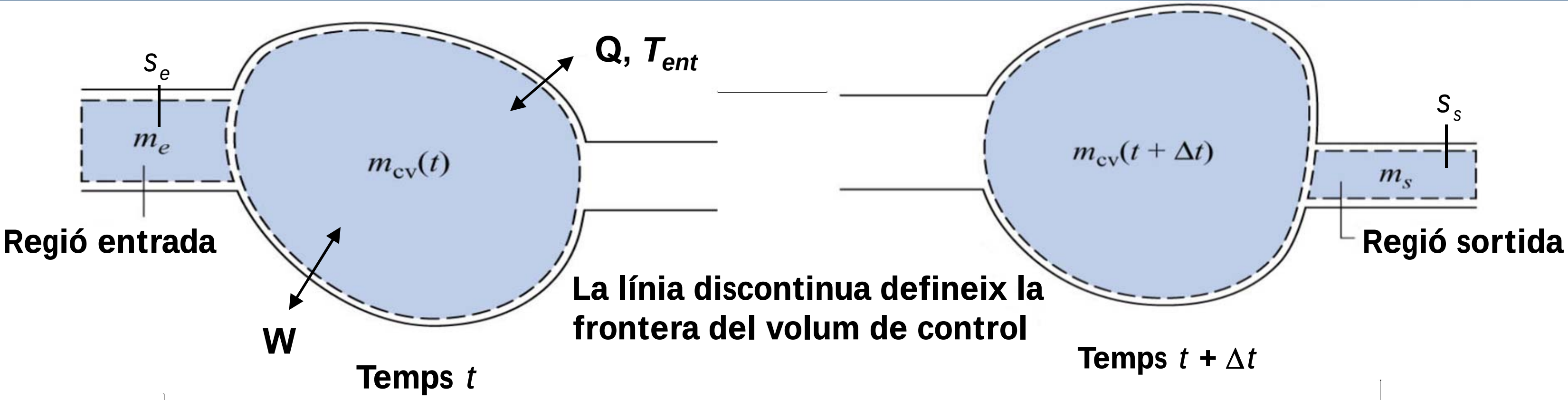
$$\Delta S_{univers} = \Delta S_{vc} + m_s s_s - m_e s_e - \int \frac{\delta Q}{T_{ent}}$$

$$\Delta S_{vc} = S_f - S_i = m_f s_f - m_i s_i$$

Calor referida al sistema
Calor positiva si entra vc
Calor negativa si surt vc

Habitualment T_{ent}=ct

Balanç d'entropia en un volum de control



Balanç d'entropia en un volum de control amb varies entrades i sortides

$$\Delta S_{univers} = \Delta S_{vc} + \sum m_s s_s - \sum m_e s_e - \sum \int \frac{\delta Q}{T_{ent}}$$

Balanç d'entropia en un volum de control per unitat de temps

$$\Delta \dot{S}_{univers} = \frac{dS_{vc}}{dt} + \dot{m}_s s_s - \dot{m}_e s_e - \int \frac{\delta \dot{Q}}{T_{ent}}$$

Balanç d'entropia en un volum de control amb T_{ent} constant i una sola entrada i sortida

$$\Delta \dot{S}_{univers} = \frac{dS_{vc}}{dt} + \dot{m}_s s_s - \dot{m}_e s_e - \frac{\dot{Q}}{T_{ent}} \qquad \Delta S_{univers} = \Delta S_{vc} + m_s s_s - m_e s_e - \frac{Q}{T_{ent}}$$

Balanç d'entropia en flux i estat estacionari

Flux i estat estacionari (regim permanent):

- La massa dins volum de control (v.c.) no varien amb el temps $\Delta\dot{m}_{vc} = dm_{vc}/dt = 0$
- Les propietats dins o en els límits del v.c. no varien amb el temps $\Delta\dot{S}_{vc} = dS_{vc}/dt = 0$

Una entrada i una sortida

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \cancel{\frac{dm_{vc}}{dt}} \rightarrow \boxed{\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}}$$

$$\Delta\dot{S}_{univers} = \cancel{\frac{dS_{vc}}{dt}} + \dot{m}_s s_s - \dot{m}_e s_e - \frac{\dot{Q}}{T_{ent}}$$

$$\boxed{\Delta\dot{S}_{univers} = \dot{m}\left(s_2 - s_1\right) - \frac{\dot{Q}}{T_{ent}}}$$

Adiabàtic irreversible

$$\boxed{\Delta\dot{S}_{univers} = \dot{m}\left(s_2 - s_1\right) > 0 \quad \Rightarrow s_2 > s_1}$$

Adiabàtic reversible

$$\boxed{\Delta\dot{S}_{univers} = \dot{m}\left(s_2 - s_1\right) = 0 \quad \Rightarrow s_2 = s_1}$$

Balanç d'entropia en flux transitori

Flux transitori o no estacionari (regim no permanent):

- La massa dins volum de control varia amb el temps $m_e \neq m_s \Rightarrow \Delta m_{vc} \neq 0$
- Les propietats dins o en els límits del volum de control poden variar amb el temps $\Delta S_{vc} \neq 0$
- Es solen estudiar els procés en un temps determinat i no per unitat de temps

$$m_e - m_s = \Delta m_{vc} = m_f - m_i$$

$$\Delta S_{univers} = \Delta S_{vc} + m_s s_s - m_e s_e - \frac{Q}{T_{ent}}$$

Buidat dipòsit m_e=0

$$\Delta S_{univers} = \left(m_f s_f - m_i s_i\right) + \left(m_i - m_f\right) s_s - \frac{Q}{T_{ent}}$$

Buidat adiabàtic reversible $\Delta S_{univers} = 0$

$$s_f = s_i = s_s$$

Cas particular buidat complet dipòsit m_f=0

$$\Delta S_{univers} = m_i \left(s_s - s_i\right) - \frac{Q}{T_{ent}}$$

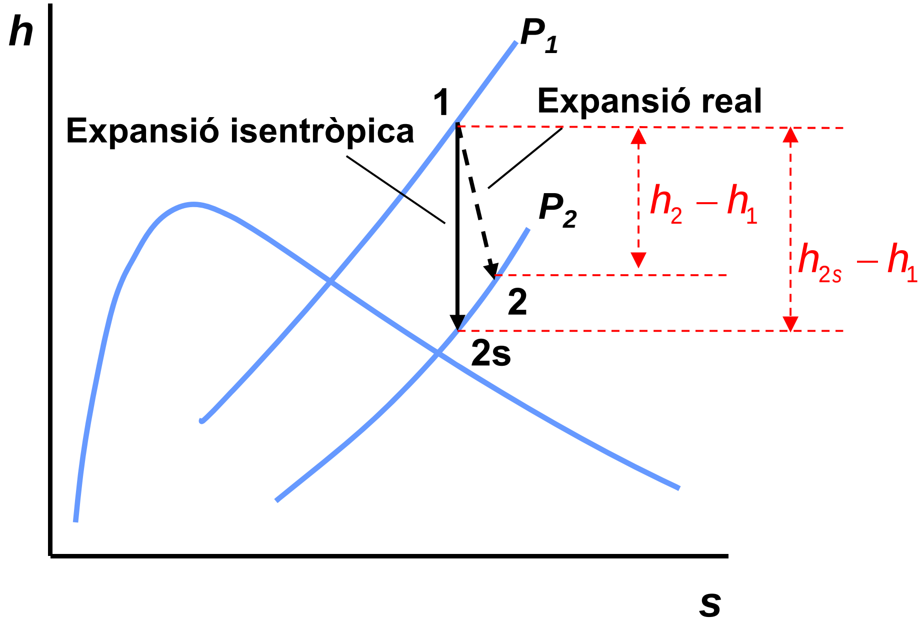
Ompliment dipòsit m_s=0

$$\Delta S_{univers} = \left(m_f s_f - m_i s_i\right) - \left(m_f - m_i\right) s_e - \frac{Q}{T_{ent}}$$

Ompliment dipòsit inicialment buit m_i=0

$$\Delta S_{univers} = m_f \left(s_f - s_e\right) - \frac{Q}{T_{ent}}$$

Rendiment isentròpic turbina

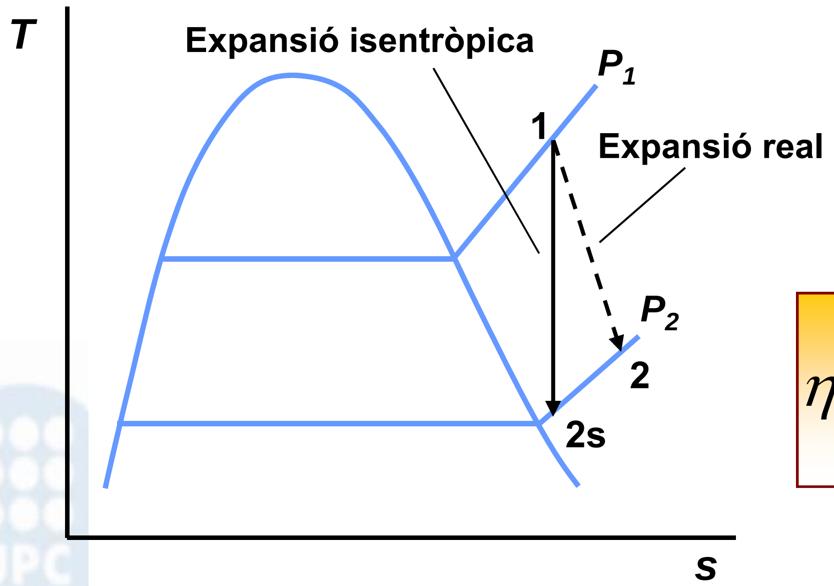


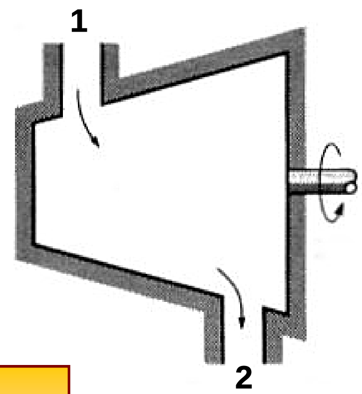
- **Adiabàtica**
- **Velocitat i cota menyspreables**

$$\dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{W}$$

- **Adiabàtic reversible $s_{2s}=s_1$**
- **Adiabàtic real $s_2>s_1$**

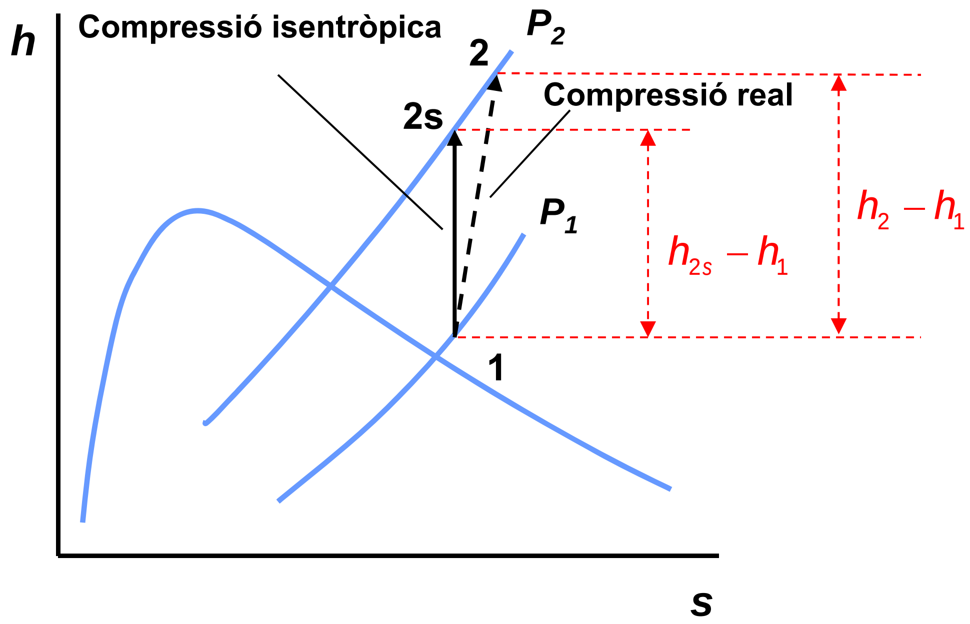
$$\dot{W}_{real} < \dot{W}_{iso}$$





$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{real}}{\dot{W}_{iso}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} < 1$$

Rendiment isentròpic compressor (bomba)

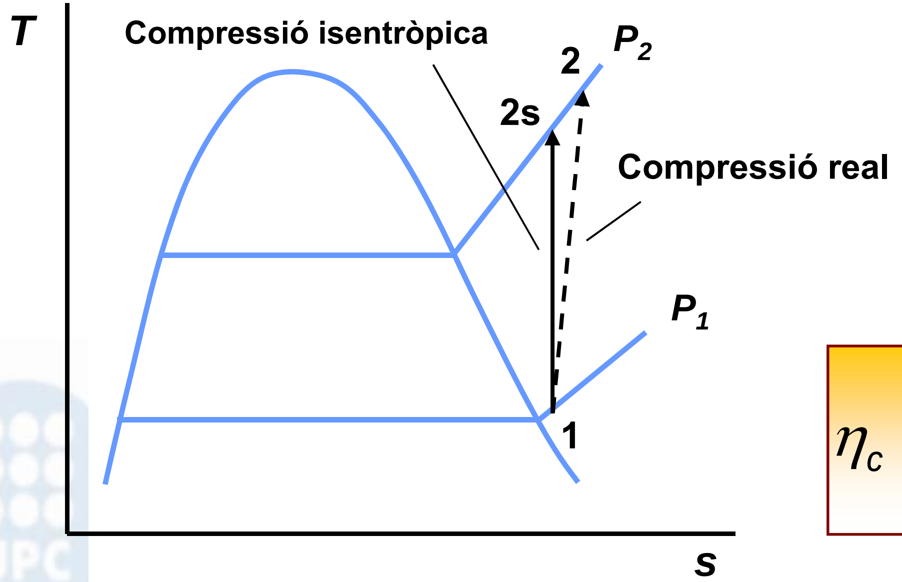


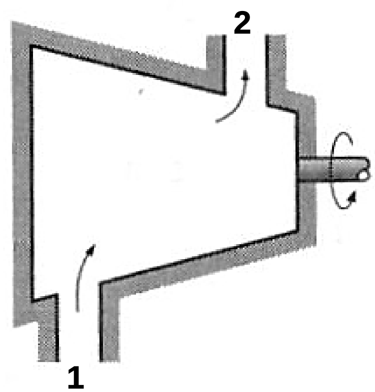
- **Adiabàtica**
- **Velocitat i cota menyspreables**

$$\dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{W}$$

- **Adiabàtic reversible $s_{2s}=s_1$**
- **Adiabàtic real $s_2>s_1$**

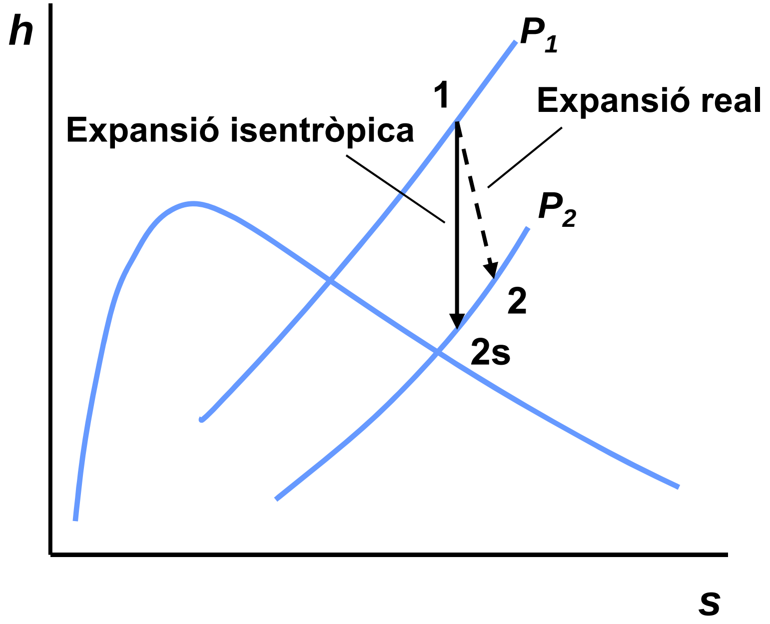
$$\dot{W}_{real} > \dot{W}_{iso}$$





$$\eta_c = \frac{\dot{W}_{iso}}{\dot{W}_{real}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} < 1$$

Rendiment isentròpic tovera

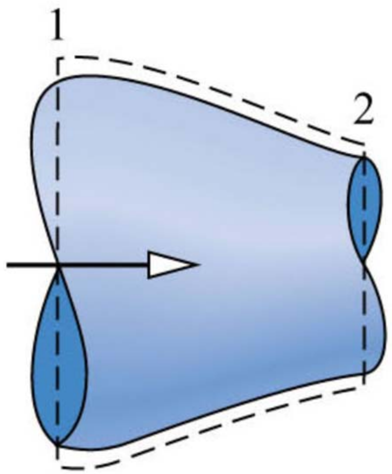


- **Adiabàtica**
- **Velocitat entrada menyspreable**

$$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \left(\frac{\vec{V}_2^2}{2} - \frac{\vec{V}_1^2}{2}\right)\right] = 0$$

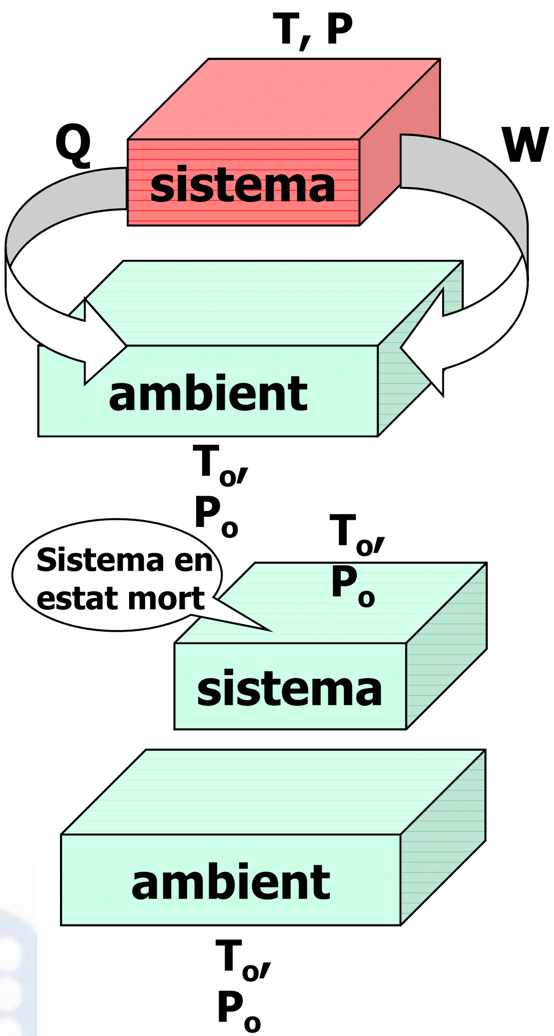
- **Adiabàtic reversible $s_{2s}=s_1$**
- **Adiabàtic real $s_2>s_1$**

$$\eta_{tovera} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} = \frac{\dfrac{\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2}{2}}{\dfrac{\vec{V}_{2s}^2 - \vec{V}_1^2}{2}}$$



$$\boxed{\eta_{tovera} = \frac{\vec{V}_2^2}{\vec{V}_{2s}^2}}$$

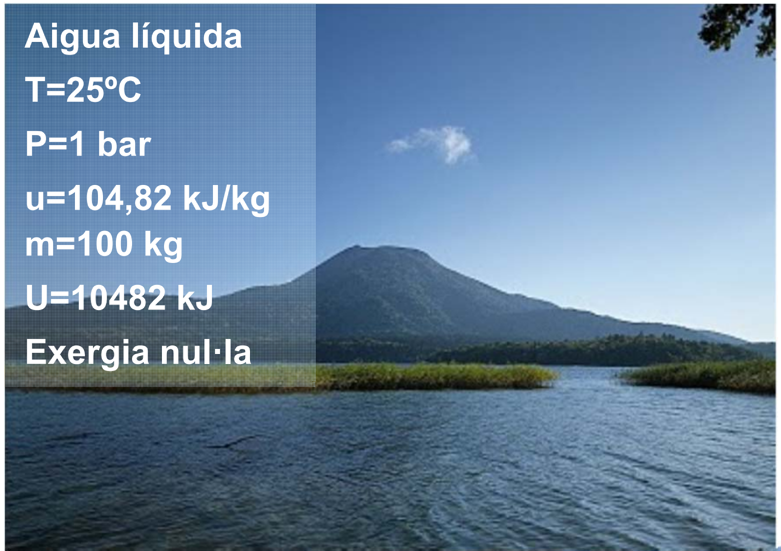
Disponibilitat d'energia en sistemes i processos. El concepte d'exergia



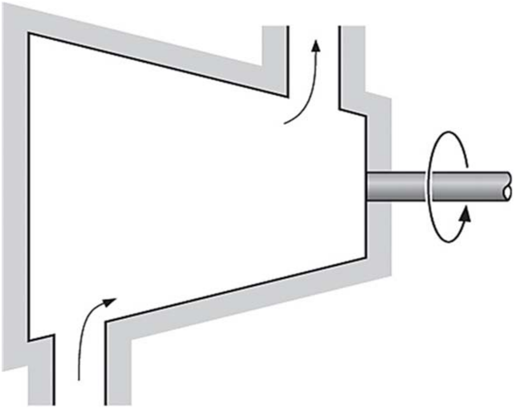
- Quan un sistema no està en equilibri amb el seu entorn, pot interaccionar amb ell, transferint calor i treball.
- L'energia en forma de treball intercanviada dependrà tant del contingut energètic del sistema com del procés involucrat
- Les possibles interaccions energètiques acaben quan el sistema assoleix l'equilibri amb el seu entorn. Es a dir, un sistema pot evolucionar fins que ell mateix adquireix les condicions ambientals, sense poder canviar de forma espontània a un estat diferent

Exergia (Energia disponible)

- L'exergia associada a una energia representa la màxima quantitat de energia útil (treball) que es pot obtenir d'aquesta energia
- En quant l'exergia quantifica la part de l'energia realment útil, és un indicador de la qualitat de l'energia (de la capacitat de ser útil)
- Esta mort (les condicions ambientals). Estat on no es pot aprofitar l'energia. L'energia està degradada. L'exergia és zero.
- Un sistema lliurarà el màxim treball mitjançant un procés reversible i evolucionant fins a l'estat mort

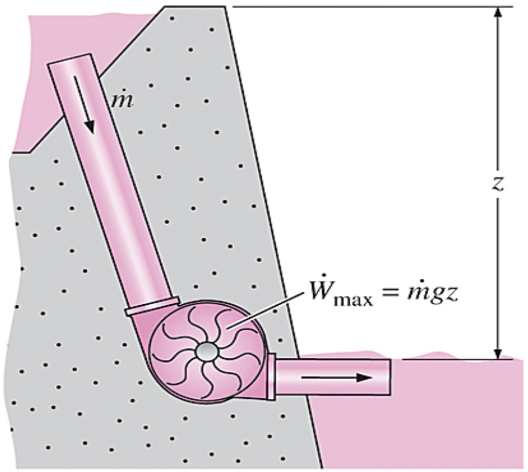


Exergia associada a *W*, *Ec* i *Ep*



L'exergia associada al treball és el mateix treball. El treball (p.e el treball elèctric) és l'energia de més alta qualitat

$$E_x(W) = |W|$$



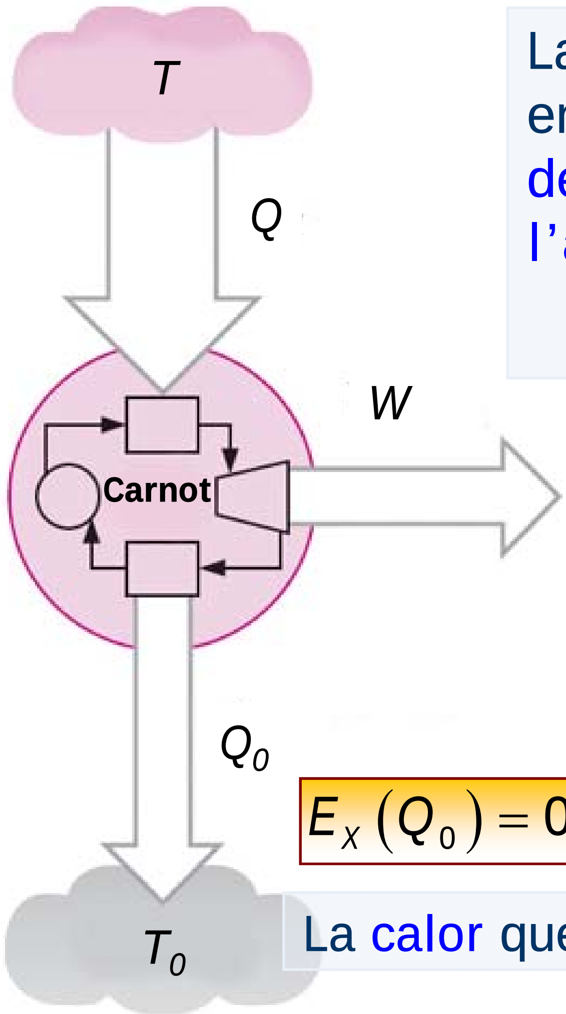
Igualment, les exergies de les energies cinètica i potencial són iguals a elles mateixes

$$E_{x,ep} = mgz \qquad (kJ / kg)$$

$$E_{x,ec} = m\frac{\vec{v}^2}{2} \qquad (kJ / kg)$$

Exergia associada a la calor

La calor és una energia de més baixa qualitat que el treball, només una part es pot transformar en energia útil (treball)



La màxima quantitat de treball d'una energia en forma de calor l'obtindria amb una màquina de Carnot que tingués com a focus fred l'ambient

$$\eta_C = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_0}{T} \quad \Rightarrow W = Q\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)$$

$$\boxed{E_X(Q) = |Q|\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)}$$

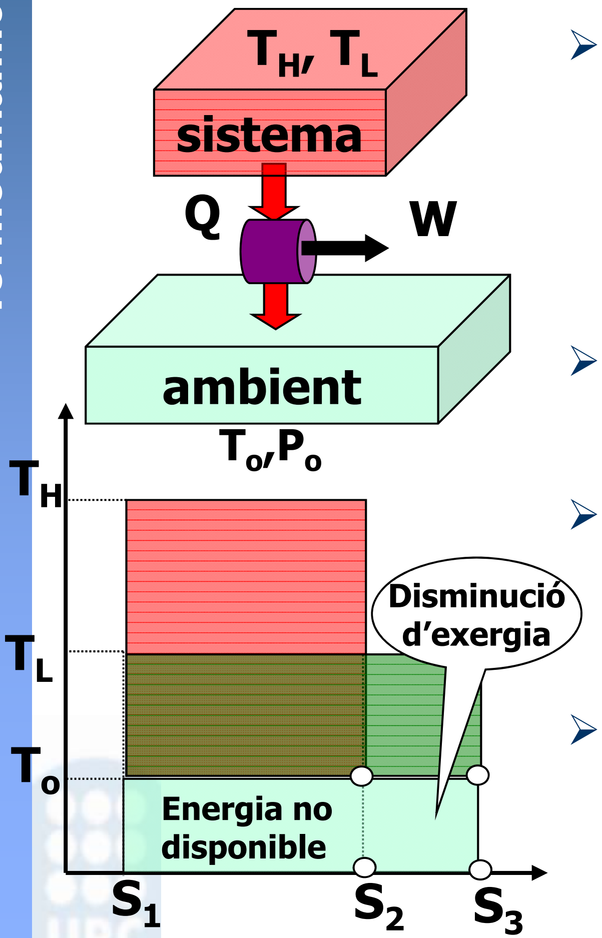
$$\boxed{E_X(Q) = \int |\delta Q|\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)}$$

$$\boxed{E_X(Q_0) = 0}$$

La calor que es dissipa contra l'ambient (a T_0) no té exergia

Treball maximal i exergia d'un flux de calor

El treball maximal és el màxim treball que es pot obtenir quan un sistema evoluciona entre dos estats d'equilibri (W_{max}) o el treball mínim necessari per produir el canvi, en el cas de que el sistema necessiti aportació de treball (W_{min})



- Variació d'exergia i W_{max} de la calor transf. des de T_H a T_L

$$Ex_{Q_{T_L}} - Ex_{Q_{T_H}} = |Q|\left[(1-\frac{T_o}{T_L}) - (1-\frac{T_o}{T_H})\right] = |Q|\left[\frac{T_o}{T_H} - \frac{T_o}{T_L})\right]$$

$$|W_{\max imal}| = \left|Ex_{Q_{T_L}} - Ex_{Q_{T_H}}\right| = |Q|\,T_o(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H})$$

- Si $T_L = T_o$

$$|W_{\max imal}| = Ex_{Q_{T_H}} = |Q|(1-\frac{T_o}{T_H})$$

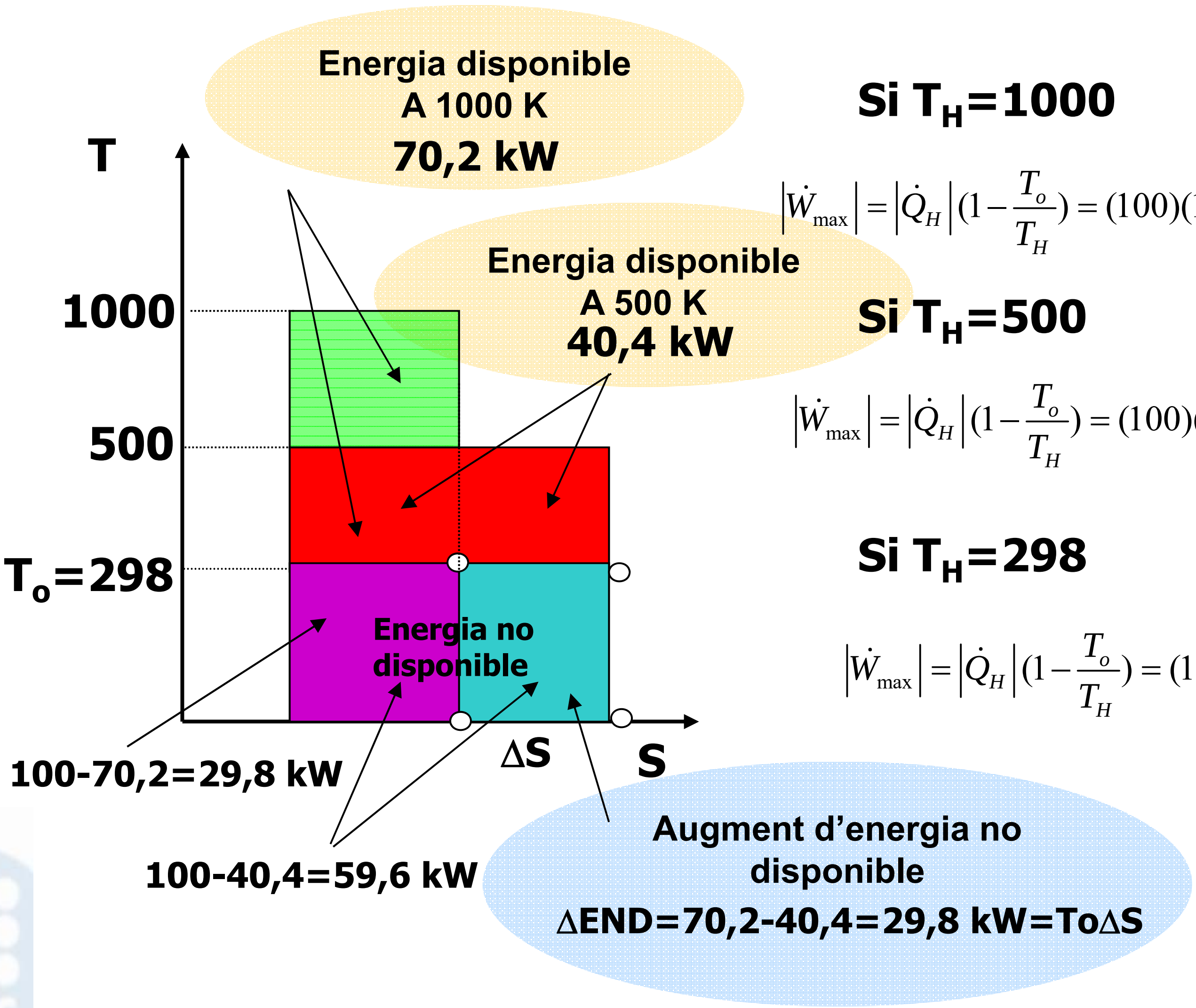
- W_{max} i la variació d'entropia

$$|W_{\max imal}| = |Q|\,T_o\left[\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H})\right] = T_o\left[(S_3 - S_1) - (S_2 - S_1)\right] = T_o(S_3 - S_2)$$

- W_{max} representa també la disminució d'exergia al passar Q de T_H a T_L . A T_o, l'exergia de Q i W_{max} valen zero

Exemple de com varia l'exergia de la calor amb la temperatura

Quin és el treball (potència) més gran possible que es pot obtenir d'un flux de calor de 100 kW a 1000 K, 500 K, 298 K essent T_o=298 K



Si T_H=1000

$$\left|\dot{W}_{max}\right| = \left|\dot{Q}_H\right|(1-\frac{T_o}{T_H}) = (100)(1-\frac{298}{1000}) = \boxed{70,2\ kW}$$

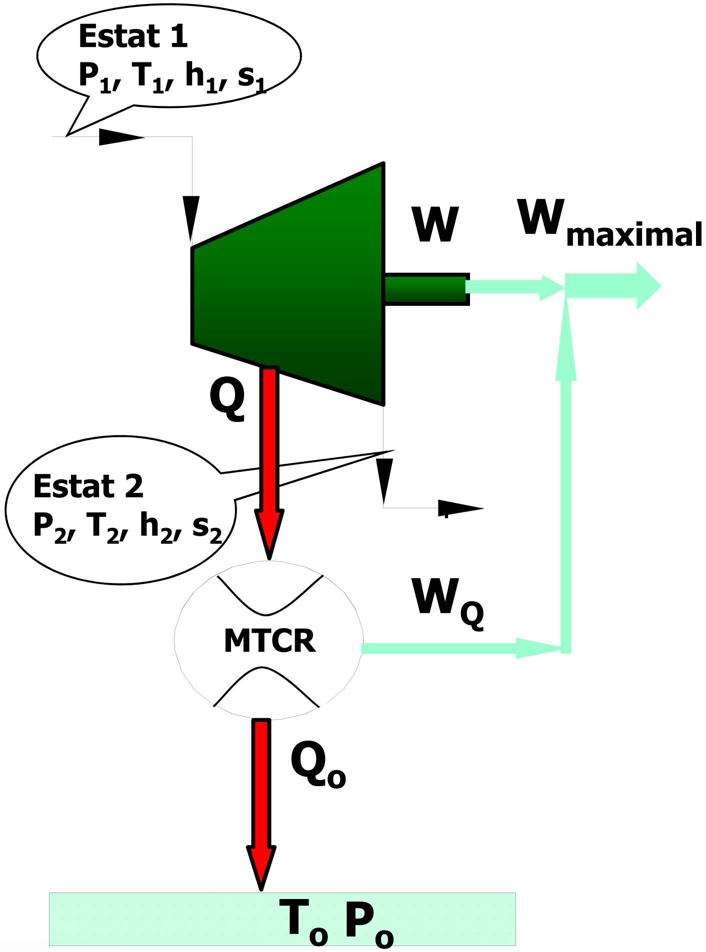
Si T_H=500

$$\left|\dot{W}_{max}\right| = \left|\dot{Q}_H\right|(1-\frac{T_o}{T_H}) = (100)(1-\frac{298}{500}) = \boxed{40,4\ kW}$$

Si T_H=298

$$\left|\dot{W}_{max}\right| = \left|\dot{Q}_H\right|(1-\frac{T_o}{T_H}) = (100)(1-\frac{298}{298}) = \boxed{0\ kW}$$

Treball maximal i exergia en un sistema obert FEE



Balanç d'energia entre dos estats (ΔEc i ΔEp igual a zero)

$$\dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) - \dot{Q}$$

Si el procés és reversible

$$\dot{W}_{rev} = \dot{m}(h_2 - h_1) - \dot{m}T(s_2 - s_1)$$

El treball (potència) total és $\dot{W}_{rev+Q} = \dot{W}_{rev} + \dot{W}_Q$

$$\dot{W}_{rev+Q} = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) - T(s_2 - s_1)\right] + \dot{Q}(1 - \frac{T_o}{T}) \quad (*)$$

El treball (potència) maximal valdrà

$$\dot{W}_{\max imal} = \dot{W}_{rev+Q} = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) - T_o(s_2 - s_1)\right]$$

Si l'estat 2 és l'estat o

$$\dot{W}_{\max imal} = \dot{m}\left[(h_o - h_1) - T_o(s_o - s_1)\right]$$

Es defineix l'exergia de l'estat (1) de manera que

$$\left|\dot{W}_{\max imal}\right|_{1->o} = \dot{m}e_{x1}^{sf} = \dot{m}\left[(h_1 - h_0) - T_o(s_1 - s_0)\right]$$

$$(*)\ \dot{Q}(1 - \frac{T_o}{T}) = \dot{m}T(s_2 - s_1) - \dot{m}T_o(s_2 - s_1)$$

Resum de les definicions d'exergia

- **El treball és exergia pura**

$$Ex(W) = |W|$$

- **L'exergia de la calor depèn de la T des d'on pot transferir-se**

$$Ex(Q_T) = |Q_T|(1 - \frac{T_o}{T})$$

- **Per a cada estat d'un sistema obert es pot definir e_x^{sf}**

$$e_{x_1}{}^{sf} = (h_1 - h_o) - T_o(s_1 - s_0)$$

  - **La variació d'exergia entre dos estats d'un sistema obert (r. p.) val**

$$W_{\max imal} = m(e_{x2}{}^{sf} - e_{x1}{}^{sf}) = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) - T_o(s_2 - s_1)\right]$$

Relacions entre el treball, la variació d'exergia i la variació d'entropia. Treball perdut

Definició de treball perdut (W_p)

$$\dot{W}_p = \dot{m}(w - w_{\max imal}) = \dot{m}\left[w - (e_{x2}{}^{sf} - e_{x1}{}^{sf})\right]$$

Combinant

$$\dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) - \dot{Q}$$

$$\dot{m}(e_{x2}{}^{sf} - e_{x1}{}^{sf}) = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) - T_o(s_2 - s_1)\right]$$

$$\dot{W} - \dot{m}(e_{x2}{}^{sf} - e_{x1}{}^{sf}) = \dot{m}(h_2 - h_1) - \dot{Q} - \dot{m}\left[(h_2 - h_1) - T_o(s_2 - s_1)\right]$$

S'obté

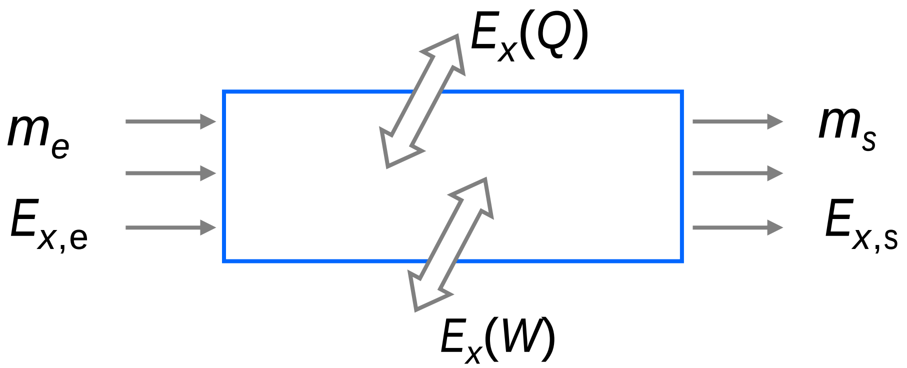
$$\dot{W}_{perdut} = \dot{m}T_o(s_2 - s_1) - \dot{Q}$$

Relació entre el treball perdut i la variació d'entropia

$$w_p = T_o(s_2 - s_1) - q = T_o(s_2 - s_1) + q_{entorn} = T_o(s_2 - s_1) + T_o(s_2 - s_1)_{entorn}$$

$$\dot{W}_p = \dot{m}T_o(s_2 - s_1)_{univers}$$

Balanç d’exergia en un sistema obert FEE



$$\left\{ \begin{array}{l} E_x(W) = |W| \\ E_x(Q) = |Q| \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \\ E_{x,i} = m e_{x,i} = m\left[(h_i - h_0) - T_0 (s_i - s_0)\right] \end{array} \right.$$

$$\left|\sum E_{x,entrades}\right| - \left|\sum E_{x,sortides}\right| = W_{perdut} = T_0 \Delta S_{univers}$$

- Les exergies es posen al balanç en valor absolut i el signe queda determinat per si són entrades (+) o sortides (-)
- Si el procés és reversible, es complirà que $\left|\sum E_{x,entrades}\right| = \left|\sum E_{x,sortides}\right|$
- Es pot definir un rendiment exergètic com $\eta_{exergètic} = \left|\sum E_{x,sortides}\right| / \left|\sum E_{x,entrades}\right| \leq 1$

Energia total i energia disponible

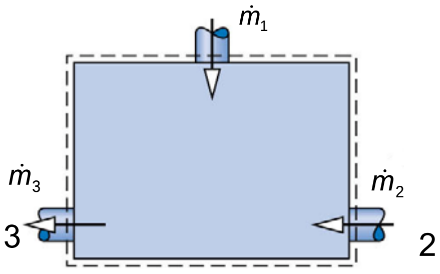
Un sistema obert en règim permanent que evoluciona de manera que la variació d'energia cinètica i potencial es important en relació a la variació d'entalpia, per a un estat, a més de l'exergia (Ex) caldrà comptar amb l'energia cinètica (Ec) i l'energia potencial (Ep) de manera que hom pot definir l'energia disponible total com

$$ED = E_x + E_c + E_p$$

La varíació de la disponibilitat d'energia entre dos estats d'un sistema obert en règim permanent valdrà

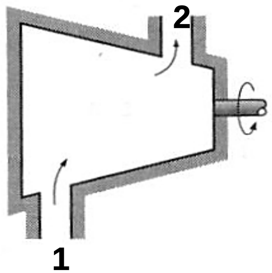
$$W_{\max imal} = ED_2 - ED_1 = \\ = \dot{m}\left[(e_{x2} - e_{x1}) + (\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2} - \frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}) + g(z_2 - z_1)\right]$$

Definició del rendiment exergètic d'alguns sistemes*



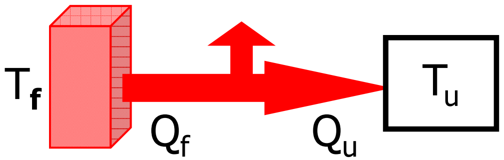
Cambra mesclat adiabàtica

$$\eta_{ex,mes} = \frac{\dot m_3 e_{x3}}{\dot m_2 e_{x2} + \dot m_1 e_{x1}}$$



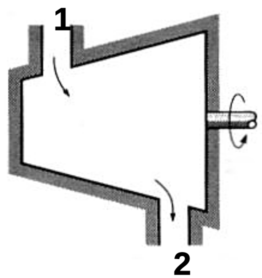
Compressor adiabàtic

$$\eta_{ex,C} = \frac{E_{x2} - E_{x1}}{E_x\left(W_T\right)} = \frac{e_{x2} - e_{x1}}{h_2 - h_1}$$



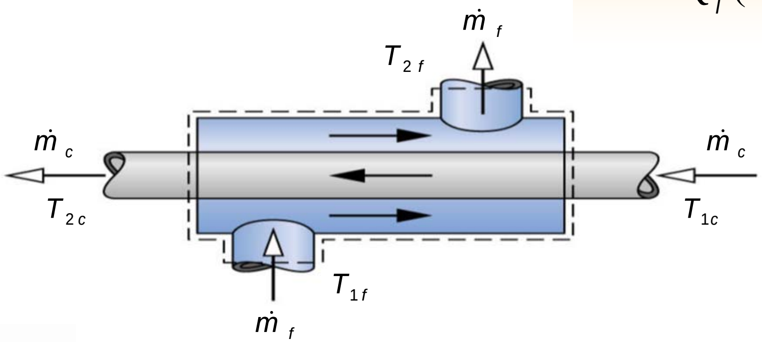
Subministrament de calor

$$\eta_{exQ} = \frac{Q_u\left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{Q_f\left(1 - \frac{T_o}{T_f}\right)}$$



Turbina adiabàtica

$$\eta_{ex,T} = \frac{E_x(W_T)}{E_{x1} - E_{x2}} = \frac{h_1 - h_2}{e_{x1} - e_{x2}}$$



Bescanviador adiabàtic

$$\eta_{ex,bes} = \frac{\dot m_f\left(e_{x2f} - e_{x1f}\right)}{\dot m_c\left(e_{x1c} - e_{x2c}\right)}$$

***En alguns sistemes l'exergia d'alguna entrada o sortida es molt petita. Es prefereix definir el rendiment exergètic com** $\eta_{ex} = \frac{\text{Exergia recuperada}}{\text{Exergia subministrada}}$ **o** $\eta_{ex} = \frac{\text{Exergia utilizada}}{\text{Exergia subministrada}}$