

BLOQUE III: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL.

TEMA 7

**DERIVADAS DE FUNCIONES EN VARIAS
VARIABLES**

EJERCICIOS

Ejercicio 1 Comprueba los siguientes resultados :

a) $\nabla f(1,1,1) = (2, -7, 1)$ siendo $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 - 3x_1x_2^2 - x_1x_2x_3$.

b) $\nabla f(1,0,0) = (0, -1, -1)$ siendo $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1}{x_1 + x_2 + x_3}$.

c) $\nabla f(1, -1) = (6, -12)$ siendo $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_1x_2^2 - 2x_2^3$.

d) $\nabla f(2, 1) = (e, 4e)$ siendo $f(x_1, x_2) = x_1e^{x_2^2}$.

e) $\nabla f(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{x_1^2 + x_3^2}{x_1^2 x_2 x_3}, \frac{-x_1^2 + x_3^2}{x_1 x_2^2 x_3}, \frac{-x_1^2 - x_3^2}{x_1 x_2 x_3^2} \right)$ siendo $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^2 - x_3^2}{x_1 x_2 x_3}$

f) $\nabla f(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x_1 - x_2}}, \frac{-1}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \right)$ siendo $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 - x_2}$

g) $Hf(1, 0) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ siendo $f(x_1, x_2) = x_1^2 \text{sen}(x_2)$.

h) $Hf(1, 1, 1) = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ siendo $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_3^2 + x_1 x_2 x_3$

Ejercicio 2 Calcular el vector gradiente de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = e^{xy-1}$ en el punto $(x, y) = (2, 1)$

b) $f(x, y, z) = \ln(x + y^2)$ en el punto $(x, y) = (1, 2)$

c) $f(x, y, z) = 2x^3 + 5xy^2 + 2z^3 - 3xyz$ en el punto $(x, y, z) = (-1, 0, 1)$

d) $f(x, y) = \frac{x}{x+y}$ en el punto $(x, y) = (1, 1)$

e) $f(x, y, z) = x^2 y^3 z^4$ en el punto $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

f) $f(x, y, z) = \sqrt{xy + yz + xz}$ en el punto $(x, y, z) = (2, 1, 2)$

Ejercicio 3 Calcular la matriz Hessiana de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = e^{x/y}$ en el punto $(x, y) = (-1, 1)$

b) $f(x, y, z) = 2y^3 - 3x^2y - 2y^3 + 4xyz$ en el punto $(x, y, z) = (1, 1, 1)$

c) $f(x, y) = \frac{y}{x-y}$ en el punto $(x, y) = (2, 1)$

d) $f(x, y, z) = x^2 y^3 z^4$ en el punto $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

e) $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y)$ en el punto $(x, y) = (1, 2)$

Ejercicio 4 Calcule el vector gradiente y la matriz Hessiana de la siguiente función:

$$f(x, y) = x \cdot y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Ejercicio 5 Calcule la matriz Hessiana de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = e^{xy-1}$ en el punto $(x, y) = (2, 1)$

b) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$ en el punto $(x, y) = (1, 2)$

Ejercicio 6 Dada la siguiente función: $f(x, y, z) = 2x^2 y + x^3 y^2 - 3xz^2 - 2y^2 z$, ¿existe alguna dirección $v = (v_1, v_2, v_3)$ en la que esa función sea creciente en el punto $(1, 1, 1)$?

Ejercicio 7 Dada la función: $f(x, y) = x \cdot e^x - e^{y^2}$, estudia el comportamiento en el punto $(1, 0)$ en la dirección $\bar{v} = (1, 0)$

Ejercicio 8 Estudia el comportamiento de las siguientes funciones según las direcciones que se indican::

a) $f(x, y) = e^{x/y}$ en el punto $(x, y) = (-1, 1)$ en la dirección $\bar{v} = (1, -1)$

b) $f(x, y, z) = -3x^2 y + 4xyz$ en el punto $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ en la dirección $\bar{v} = (2, 1, 0)$