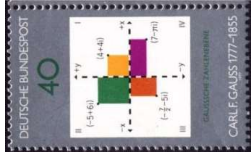


FORMULARIO NÚMEROS COMPLEJOS



Unidad imaginaria. Es el número $\sqrt{-1}$ y se designa por i

Números complejos: Son aquellos que se pueden escribir de la forma $a + bi$, donde a y b son números reales e i la unidad imaginaria.

$a = \text{Re}(z)$ es la **parte real**

$b = \text{Im}(z)$ es la **parte imaginaria**

El conjunto de todos los números complejos se designa por

$\mathbb{C}$ y se define como $\mathbb{C} := \{z = a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$

Dos números complejos son iguales cuando tienen la misma parte real y la misma parte imaginaria:

$$a + bi = a' + b'i \rightarrow a = a' \text{ y } b = b'$$

Forma binómica de un número complejo: $z = a + bi$

Si $b = 0 \rightarrow z = a$ es un **número real**.

Si $b \neq 0$ y $a = 0 \rightarrow z = bi$, es un **número imaginario puro**.

Conjugado, opuesto e inverso de un número en forma binómica:

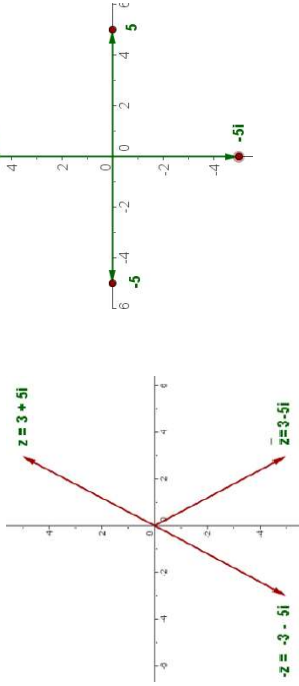
* conjugado: $\bar{z} = a - bi$

* inverso: $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi}$

Representación de números complejos

$\mathbb{C} := \{P(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ A cada número complejo

$z = a + bi$ se le hace corresponder el punto $P(a, b)$, que se llama **afijo** del número complejo.



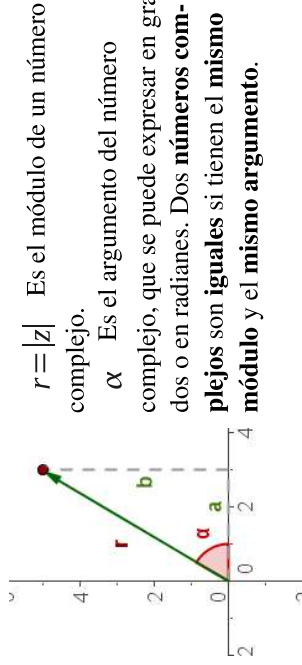
Potencias de i:

$$i^0 = 1, i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^5 = i, \dots$$
$$i^{254} = (i^4)^{63} \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$$

Operaciones con números complejos:

- Suma $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
- Resta $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$
- Producto $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$
- División $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \dots$

Números complejos en forma polar: r_α



$$r_\alpha = r'_{\alpha'} \rightarrow r = r' \text{ y } \alpha = \alpha' + k \cdot 360^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$$

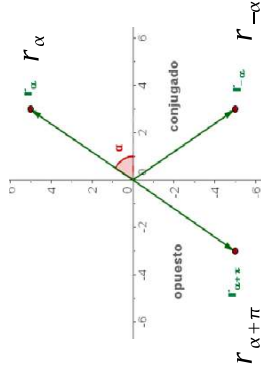
Tomaremos siempre $\alpha \in [0, 360^\circ)$

Conjugado, opuesto e inverso de un número en forma polar:

• opuesto: $-Z = r_{\alpha + 180^\circ}$

• conjugado: $\bar{Z} = r_{-\alpha}$

• inverso: $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{r_\alpha} = \frac{1}{r_\alpha} \left(\frac{1}{r} \right)_{-\alpha}$



Paso de forma binómica a polar:

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{tg } \alpha = \frac{b}{a} \rightarrow \alpha = \text{arctg} \left(\frac{b}{a} \right)$$

Paso de forma polar a binómica:

$$a = r \cos \alpha \quad b = r \sin \alpha$$

Forma trigonométrica:

$$z = a + bi = r \cos \alpha + (r \sin \alpha)i = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

Producto de números complejos en forma polar:

$$r_\alpha \cdot r'_{\alpha'} = (r \cdot r')_{\alpha + \alpha'}$$

Cociente de números complejos en forma polar:

$$\frac{r_\alpha}{r'_{\alpha'}} = \left(\frac{r}{r'} \right)_{\alpha - \alpha'}$$

Potencias de números complejos:

$$(r_\alpha)^n = \underbrace{r_\alpha \cdot r_\alpha \cdot \dots \cdot r_\alpha}_n = (r \cdot r \cdot \dots \cdot r)_{\alpha + \alpha + \dots + \alpha} = (r^n)_{n\alpha}$$

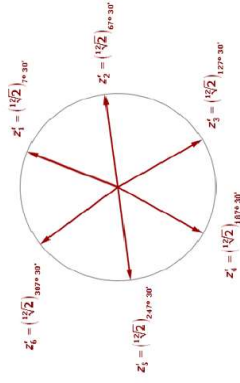
Fórmula de Moivre:

$$z^n = (r_\alpha)^n = r^n (\cos n\alpha + i \sin n\alpha) \quad \text{Si } r = 1, \text{ es muy útil en trigonometría:}$$

$$(1_\alpha)^n = (\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = (\cos n\alpha + i \sin n\alpha)$$

Raíces de números complejos:

$$\sqrt[n]{r_\alpha} = \left(\sqrt[n]{r} \right)_{\frac{\alpha + 360^\circ k}{n}}$$



Siendo $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$

Los afijos de $\sqrt[n]{r_\alpha}$ son los vértices de un polígono regular de n lados inscrito en una circunferencia de radio $\sqrt[n]{r}$

Formula del binomio de Newton $(a + bi)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} (bi)^k$