

# TEMA 1: Funciones elementales y números reales

José L. Díaz

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## TEMA 1: Funciones elementales y números reales

### 1. Gráficas

- La gráfica de una ecuación
- Intersecciones de una gráfica con los ejes
- Simetrías de una gráfica
- Puntos de intersección

### 2. Modelos lineales y velocidades de cambio

- La pendiente de una recta
- Ecuaciones de las rectas

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue and white background with a subtle wave or cloud-like pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 3. Funciones y sus gráficas

- Funciones y notación de funciones
- Dominio y rango de una función
- Gráfica de una función
- Transformaciones de funciones
- Clasificaciones y combinaciones de funciones

## 4. Cotas de un conjunto

- Supremo y máximo
- Ínfimo y mínimo

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The logo is set against a light blue and white background with a subtle wave-like pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

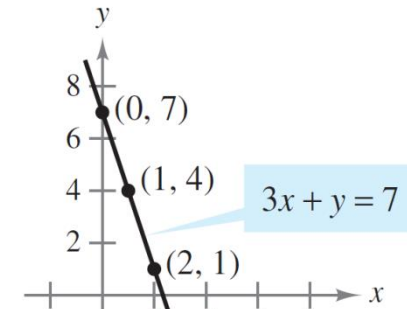
- **El plano coordenado (René Descartes, 1637) permite:**
  - Formular de manera analítica conceptos geométricos
  - Visualizar de forma gráfica conceptos algebraicos



**Realizar el cálculo desde múltiples perspectivas (analítica , numérica y gráfica) incrementará la comprensión de los conceptos fundamentales**

### Ejemplo:

Búsqueda de las soluciones **analítica , numérica y gráfica** de la ecuación  $3x + y = 7$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

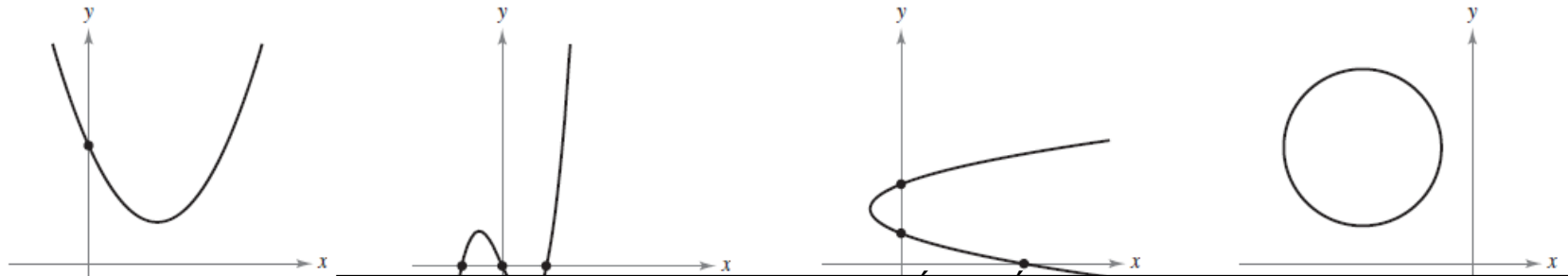
# Gráficas: Intersecciones de una gráfica con los ejes

- **Puntos útiles al representar gráficamente una ecuación:**

- Intersección con el eje  $x \rightarrow (a, 0) \rightarrow$  igualar  $y = 0$ , despejar  $x$  de la ecuación resultante
- Intersección con el eje  $y \rightarrow (0, b) \rightarrow$  igualar  $x = 0$ , despejar  $y$  de la ecuación resultante

**NOTA:** es posible que una gráfica carezca de intersecciones con los ejes, o que presente varias de ellas

**Ejemplos:**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Intersecciones de una gráfica con los ejes II

## Ejemplo:

Determinar las intersecciones con los ejes  $x$  e  $y$  de la ecuación

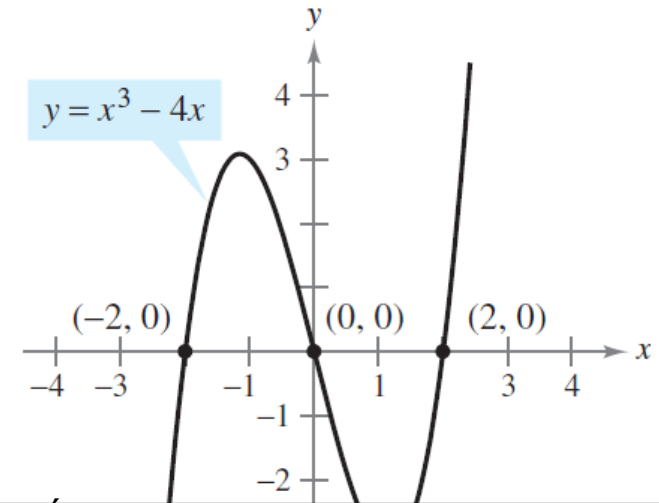
$$y = x^3 - 4x$$

- **Para determinar las intersecciones en  $x$ :**

- $y$  se iguala a cero  $\rightarrow x^3 - 4x = 0$
- Se factoriza la ecuación  $\rightarrow x(x - 2)(x + 2) = 0$
- Se despeja  $x \rightarrow x = 0, 2$  o  $-2$

**NOTA:** Puesto que esta ecuación admite tres soluciones, se puede concluir que la gráfica tiene tres intersecciones en  $x$ :  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  y  $(-2, 0)$

- **Para encontrar las intersecciones en  $y$ :**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

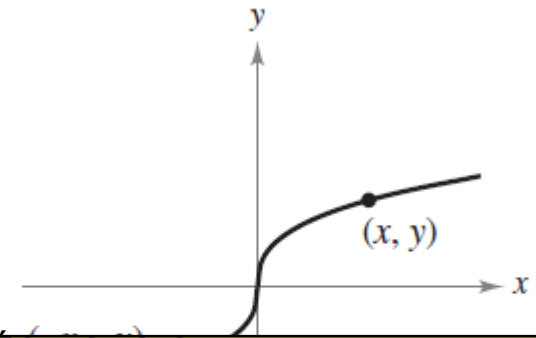
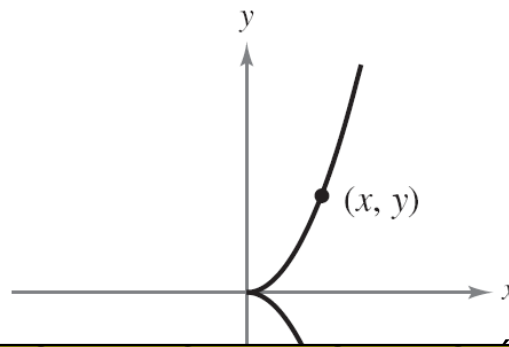
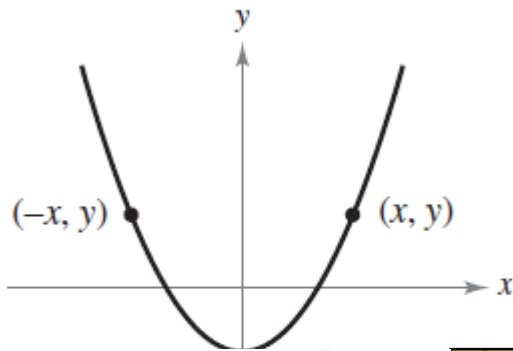
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Gráficas y modelos: Simetrías de una gráfica

## CRITERIOS DE SIMETRÍA

1. La gráfica de una ecuación en  $x$  y  $y$  es simétrica respecto al eje  $y$  si al sustituir  $x$  por  $-x$  en la ecuación se obtiene una ecuación equivalente.
2. La gráfica de una ecuación en  $x$  y  $y$  es simétrica respecto al eje  $x$  si al sustituir  $y$  por  $-y$  en la ecuación resulta una ecuación equivalente.
3. La gráfica de una ecuación en  $x$  y  $y$  es simétrica respecto al origen si al sustituir  $x$  por  $-x$  y  $y$  por  $-y$  en la ecuación se obtiene una ecuación equivalente.



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Gráficas y modelos: Simetrías de una gráfica II

## Ejemplo:

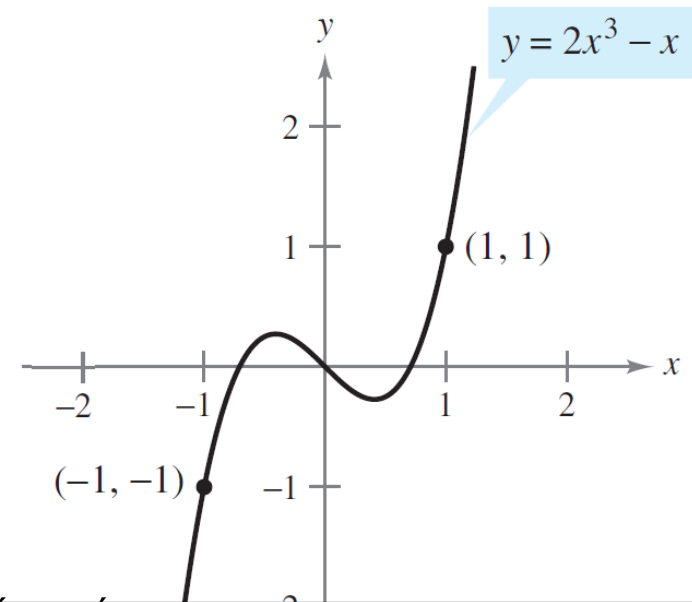
Verificar la simetría respecto al eje  $y$  y respecto al origen de la siguiente ecuación:  $y = 2x^3 - x$

- **Simetría respecto al eje  $y$ :**

- Escribir la ecuación original  $\rightarrow y = 2x^3 - x$
- Sustituir  $x$  por  $-x \rightarrow y = 2(-x)^3 - (-x)$
- Simplificar  $\rightarrow y = -2x^3 + x$

- **Simetría respecto al origen:**

- Escribir la ecuación original  $\rightarrow y = 2x^3 - x$
- Sustituir  $x$  por  $-x$  e  $y$  por  $-y \rightarrow -y = 2(-x)^3 - (-x)$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Gráficas: Puntos de intersección

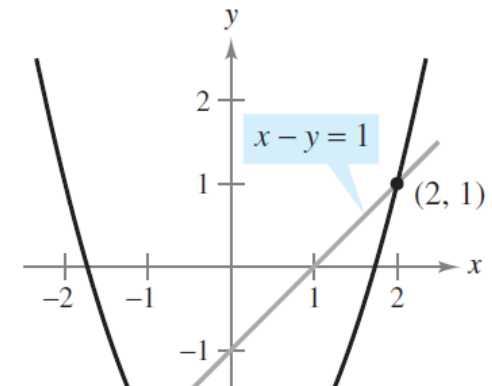
**Definición:** se llama **punto de intersección** de las gráficas de dos ecuaciones a todo punto que satisface ambas ecuaciones

## Ejemplo:

Calcular los puntos de intersección de las siguientes gráficas:  $x^2 - y = 3$  y  $x - y = 1$

- Primero hay que **representar ambas gráficas** en el mismo sistema de coordenadas
- De la observación de la gráfica resulta evidente que existen dos **puntos de intersección** → proceso para determinarlos:

$y = x^2 - 3$	Despejar y de la primera ecuación.
$y = x - 1$	Despejar y de la segunda ecuación.
$x^2 - 3 = x - 1$	Igualar los valores obtenidos de y.
$x^2 - x - 2 = 0$	Escribir la ecuación en la forma general.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

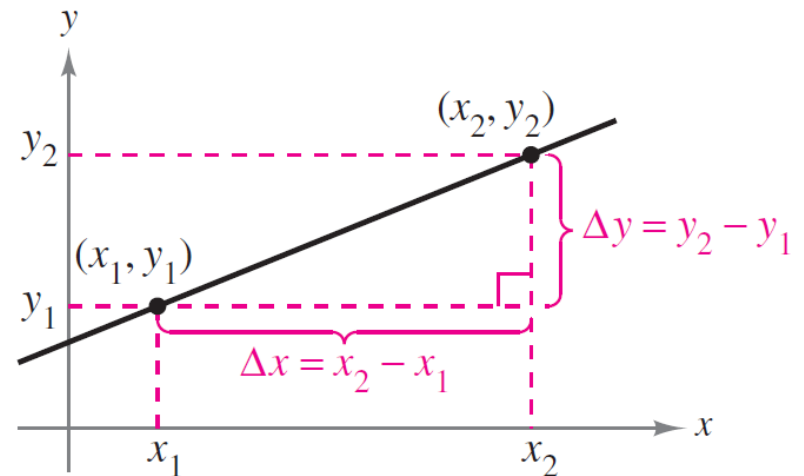
# Modelos lineales y velocidades de cambio: La pendiente de una recta

## Definición:

La **pendiente** de una recta no vertical es una medida del número de **unidades que la recta asciende** (o desciende) **verticalmente por cada unidad de variación horizontal** (de izquierda a derecha)

La **pendiente  $m$**  de una recta no vertical que pasa por los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  es:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad x_1 \neq x_2$$



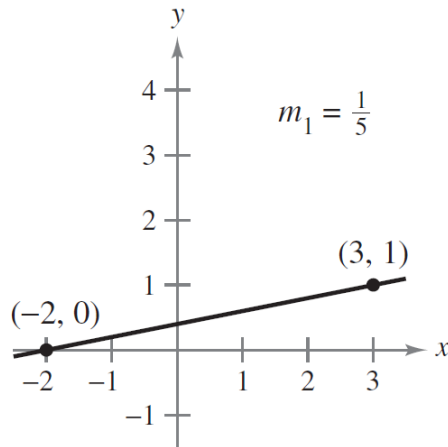
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

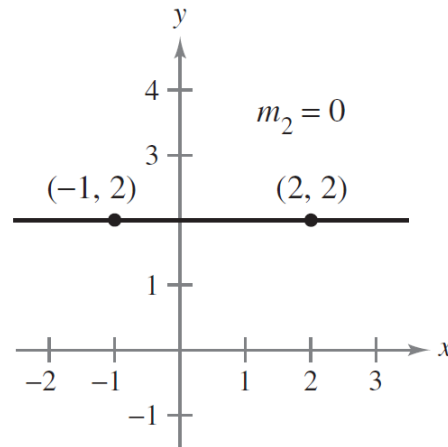
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Modelos lineales y velocidades de cambio: La pendiente de una recta II

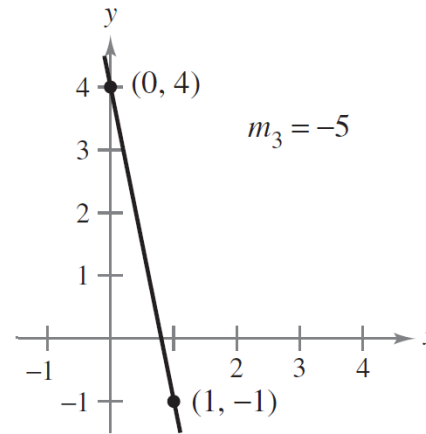
## Ejemplos:



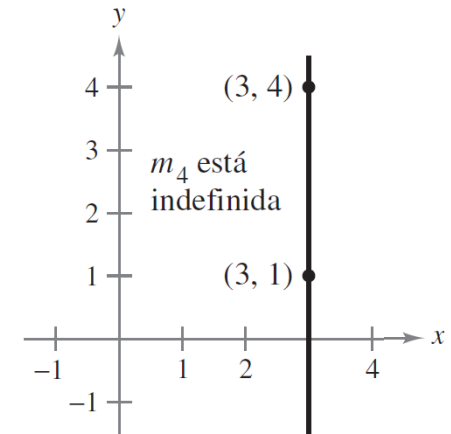
Si  $m$  es positiva, la recta sube de izquierda a derecha



Si  $m$  es cero, la recta es horizontal



Si  $m$  es negativa, la recta baja de izquierda a derecha



Si  $m$  es indefinida, la recta es vertical

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Modelos lineales y velocidades de cambio:

## Ecuaciones de las rectas

Para calcular la pendiente de una recta pueden utilizarse dos de sus puntos cualesquiera → se puede escribir la ecuación de una recta si se conocen su pendiente y uno de sus puntos

La ecuación de la recta con pendiente  $m$  que pasa por el punto  $(x_1, y_1)$  está dada por:

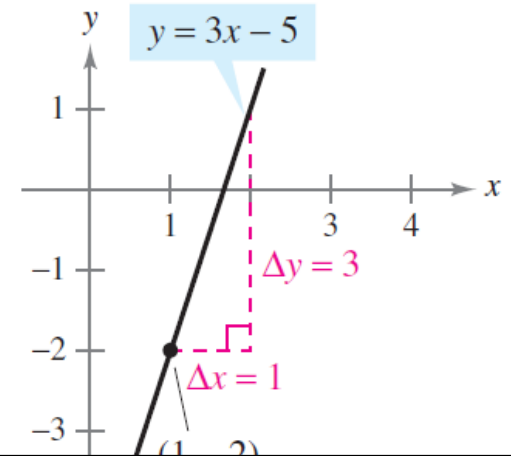
**ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE** →  $y - y_1 = m(x - x_1)$

**Ejemplo:**

Encontrar la ecuación de la recta con pendiente 3 que pasa por el punto (1, -2)

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{Forma punto-pendiente.}$$

$$y - (-2) = 3(x - 1) \quad \text{Sustituir } y_1 \text{ por } -2, x_1 \text{ por } 1 \text{ y } m \text{ por } 3.$$



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas:

## Funciones y notación de funciones

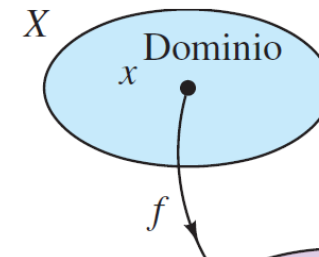
### DEFINICIÓN DE FUNCIÓN REAL DE UNA VARIABLE REAL

Sean  $X$  y  $Y$  conjuntos de números reales. Una **función real  $f$  de una variable real  $x$**  de  $X$  a  $Y$  es una regla de correspondencia que asigna a cada número  $x$  de  $X$  exactamente un número  $y$  de  $Y$ .

El **dominio** de  $f$  es el conjunto  $X$ . El número  $y$  es la **imagen** de  $x$  por  $f$  y se denota mediante  $f(x)$ , a lo cual se le llama el **valor de  $f$  en  $x$** . El **recorrido o rango** de  $f$  se define como el subconjunto de  $Y$  formado por todas las imágenes de los números de  $X$ .

### NOTA:

- La variable  $x$  se denomina **variable independiente**
- La variable  $y$  se denomina **variable dependiente**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Dominio y rango de una función

## Modos de describir el dominio de una función:

- **Implícito:** Conjunto de todos los números reales para los que está definida la función
- **Explícito:** conjunto de números que se da junto con la función para los cuáles está definida

## Algunos tipos de funciones...

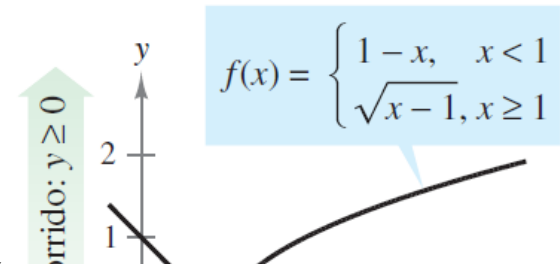
- **INYECTIVA:** una función de  $X$  a  $Y$  es inyectiva (uno a uno) si **a cada valor de  $y$**  perteneciente al rango **le corresponde exactamente un valor  $x$**  del dominio
- **SUPRAYECTIVA :** una función de  $X$  a  $Y$  es suprayectiva si **su rango (o recorrido) es todo  $Y$**

## Ejemplo:

Determinar el dominio y el rango de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x-1}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

El dominio de  $f(x)$  es  $(-\infty, \infty)$  y el recorrido es  $[0, \infty)$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

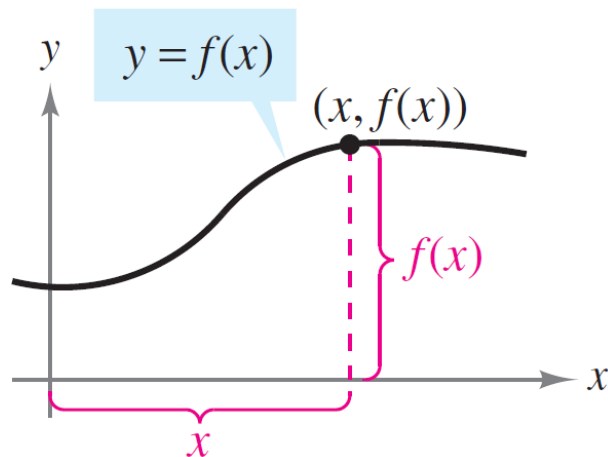
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Funciones y sus gráficas:

## Gráfica de una función

La gráfica de una función  $y = f(x)$  está formada por todos los puntos  $(x, f(x))$ , donde  $x$  pertenece al dominio de  $f$



$x$  = distancia dirigida desde el eje  $y$   
 $f(x)$  = distancia dirigida desde el eje  $x$

Gráfica de una función

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

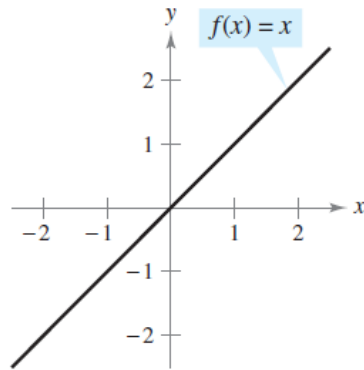
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

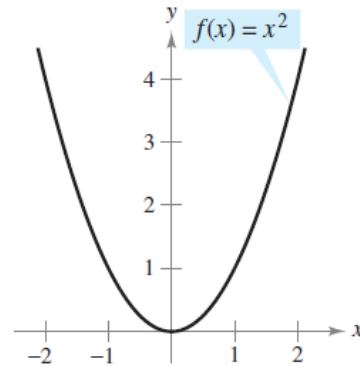
# Funciones y sus gráficas:

## Gráfica de una función II

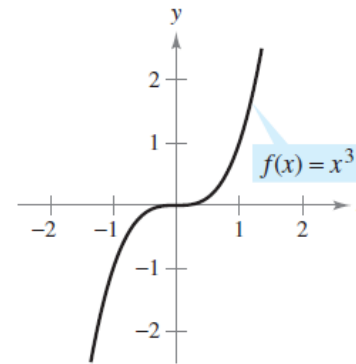
**Ejemplo:** gráficas de funciones básicas. Determina el dominio y el recorrido



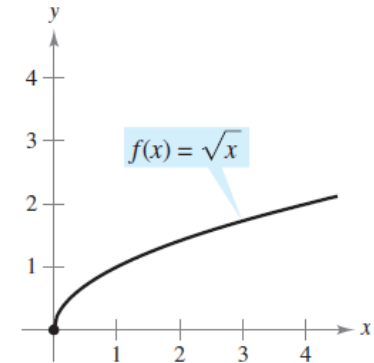
Función identidad



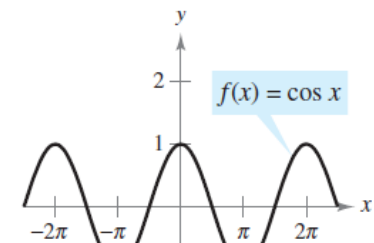
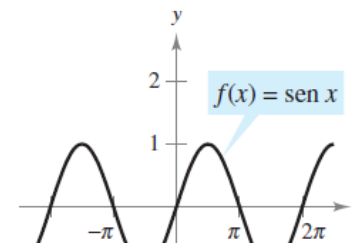
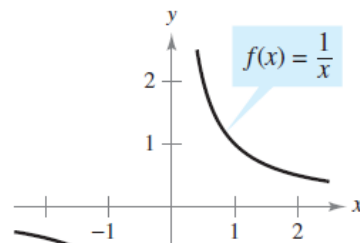
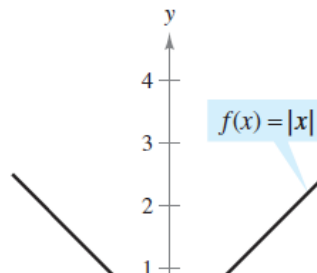
Función cuadrática



Función cúbica



Función raíz cuadrada



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

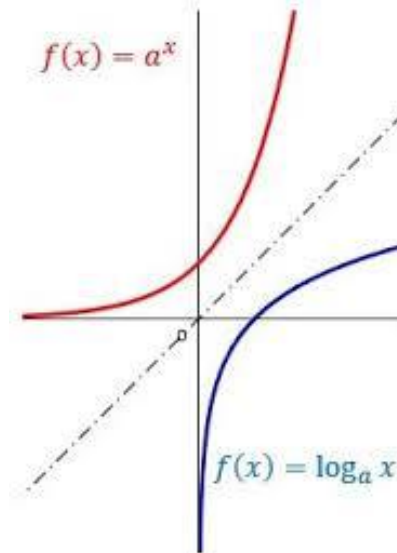
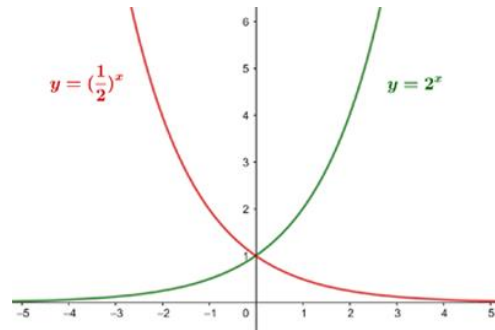
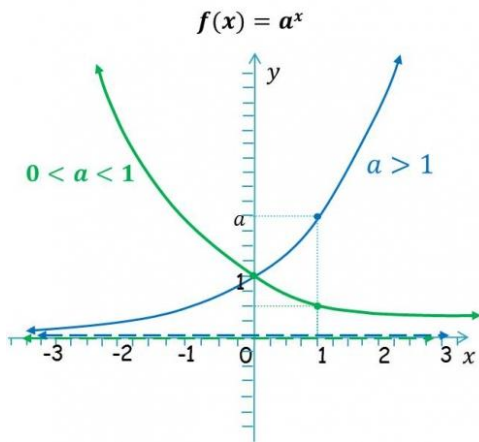
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Funciones y sus gráficas: Gráfica de una función II

**Ejemplo:** Funciones exponencial y logarítmica. Determina el dominio y el recorrido



La función logaritmo es la inversa de la función exponencial. Ambas son crecientes, la función logaritmo decrece más lentamente que la exponencial a

Expresión	¿Es función exponencial?
$f(x) = x^{3/4}$	No
$y = 3^x$	Si
$y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$	Si
$y = 9^{2x}$	Si

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Propiedades:

i)  $\log_a 1 = 0$

ii) Para todo  $x, y \in \mathbb{R}$  se verifica

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y \quad \log_a x^y = y \log_a x$$

iii) Para  $x, y \in \mathbb{R}$  con  $y \neq 0$  se tiene  $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ .

iv) Para  $x, a, b \in \mathbb{R}$  se verifica  $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$  y  $a^x = b^{x \log_b a}$ . En particular,

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a} \text{ y } a^x = e^{x \log a}.$$

NOTA: Nosotros usaremos fundamentalmente logaritmos neperianos, por lo que la notación  $\log x$  indicará logaritmo en base  $e$ , es decir logaritmo neperiano, y cuando se utilice un logaritmo en otra base distinta, se indicará adecuadamente.

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

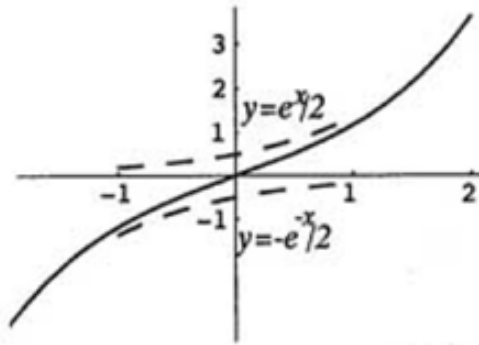
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Funciones hiperbólicas

- La función seno hiperbólico ( $\sinh x$ ) se define como una combinación de funciones exponenciales:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$



*¿Cuáles son su dominio, recorrido y simetrías?*

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

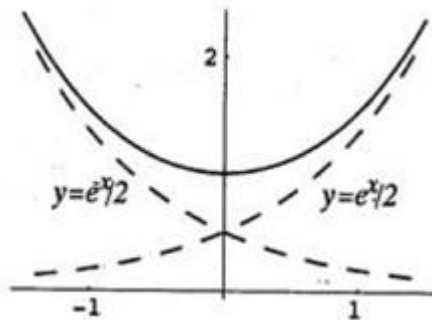
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Funciones hiperbólicas

- La función seno hiperbólico ( $\cosh x$ ) se define como una combinación de funciones exponenciales:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$



*¿Cuáles son su dominio, recorrido y simetrías?*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

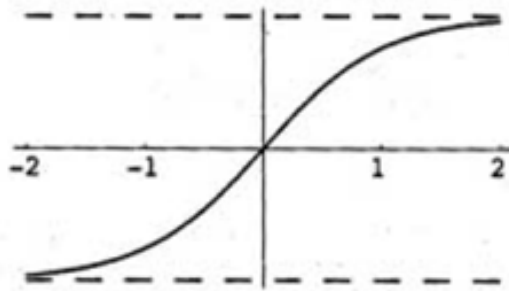
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Funciones hiperbólicas

- La función tangente hiperbólica ( $\tanh x$ ) se define como una combinación de funciones exponenciales:

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$



*¿Cuáles son su dominio, recorrido y simetrías?*

*¿Está acotada? ¿Entre qué valores?*

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## TIPOS BÁSICOS DE TRANSFORMACIONES ( $c > 0$ )

Gráfica original:	$y = f(x)$
Traslación horizontal de $c$ unidades a la <b>derecha</b> :	$y = f(x - c)$
Traslación horizontal de $c$ unidades a la <b>izquierda</b> :	$y = f(x + c)$
Traslación vertical de $c$ unidades <b>hacia abajo</b> :	$y = f(x) - c$
Traslación vertical de $c$ unidades <b>hacia arriba</b> :	$y = f(x) + c$
<b>Reflexión</b> (respecto al eje $x$ ):	$y = -f(x)$
<b>Reflexión</b> (respecto al eje $y$ ):	$y = f(-x)$
<b>Reflexión</b> (respecto al origen):	$y = -f(-x)$

Cartagena99

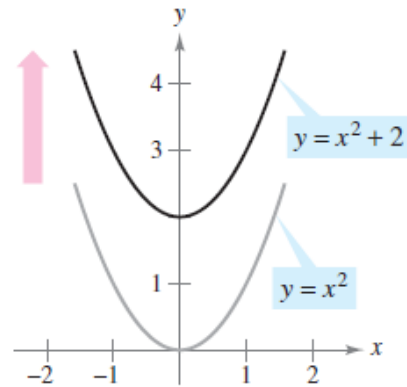
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

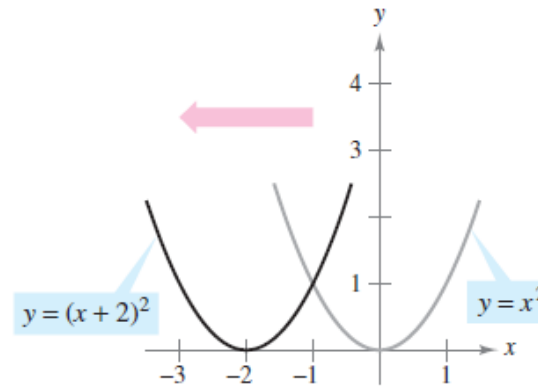
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Transformaciones de funciones II

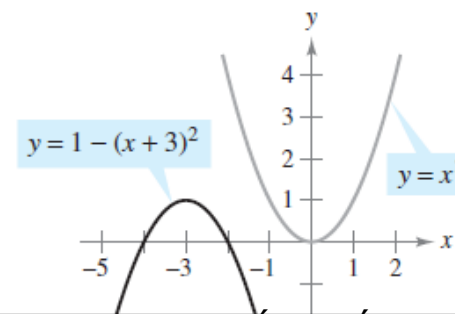
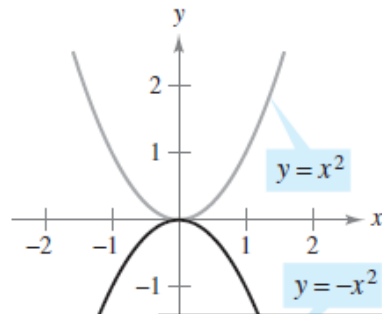
**Ejemplo:** comparación de la gráfica de  $y = x^2$  con otras cuatro funciones cuadráticas



a) Traslación vertical (hacia arriba)



b) Traslación horizontal (a la izquierda)



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Clasificación de funciones elementales:

- Algebraicas (polinómicas, radicales, racionales)
  - Trigonométricas (seno, coseno, tangente...)
  - Exponenciales y logarítmicas
- } Funciones trascendentes

**El tipo más común de función algebraica es la función polinomial:**

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

donde:

- $n$  es un entero no negativo

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

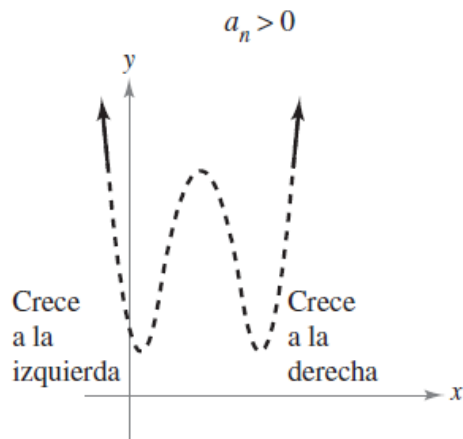
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



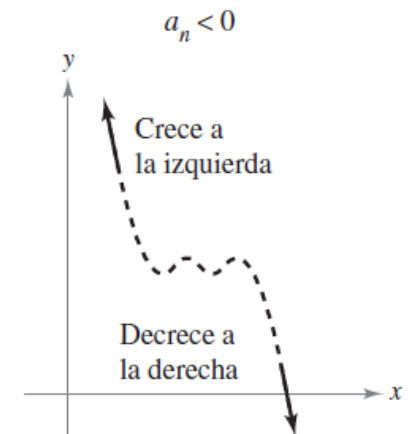
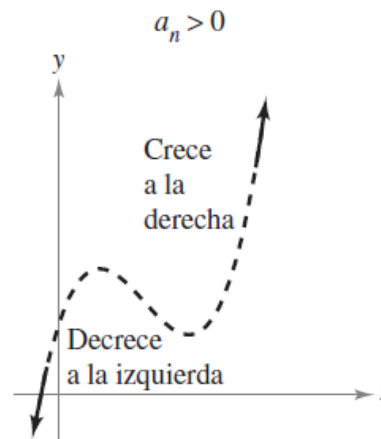
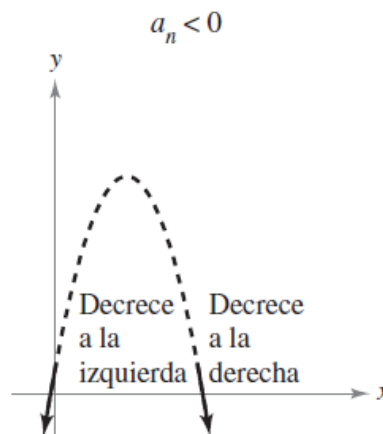
# Funciones y sus gráficas: Clasificaciones y combinaciones de funciones II

## Prueba del coeficiente dominante para funciones polinomiales:

Determina el **comportamiento a la derecha y a la izquierda** de una gráfica a partir del **grado** de la función (par o impar) y del **coeficiente dominante**  $a_n$



Gráficas de funciones polinomiales de grado par



Gráficas de funciones polinomiales de grado impar

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Combinaciones de funciones:

### 1. Suma, diferencia, producto, cociente

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (2x - 3) + (x^2 + 1)$$

Suma.

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = (2x - 3) - (x^2 + 1)$$

Diferencia.

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = (2x - 3)(x^2 + 1)$$

Producto.

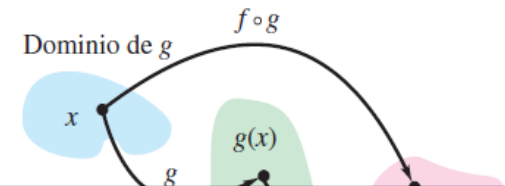
$$(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x - 3}{x^2 + 1}$$

Cociente.

### 2. Composición → FUNCIÓN COMPUESTA

#### DEFINICIÓN DE FUNCIÓN COMPUESTA

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones. La función dada por  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$  se llama función



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Algunas definiciones...

- **Cero de  $f$ :**
  - La **intersección en  $x$**  de una gráfica es todo **punto  $(a, 0)$**  en el que la **gráfica corta al eje  $x$**
  - Si la **gráfica representa una función  $f$** , el número  **$a$  es un cero de  $f$**  (solución de la ecuación  $f(x) = 0$ )
- **Funciones pares e impares:**
  - Una función es **par** si su gráfica **es simétrica respecto al eje  $y$**
  - Una función es **impar** si su gráfica es **simétrica respecto al origen**

PRUEBA PARA LAS FUNCIONES PARES E IMPARES

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

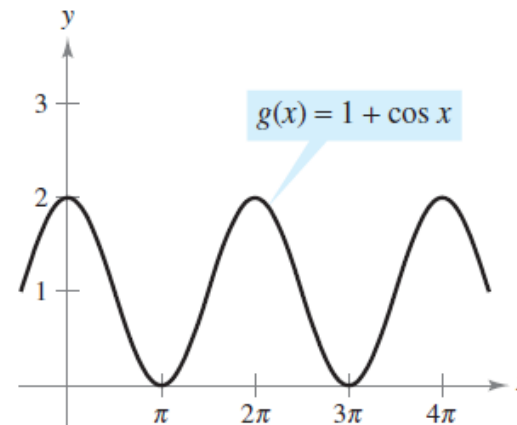
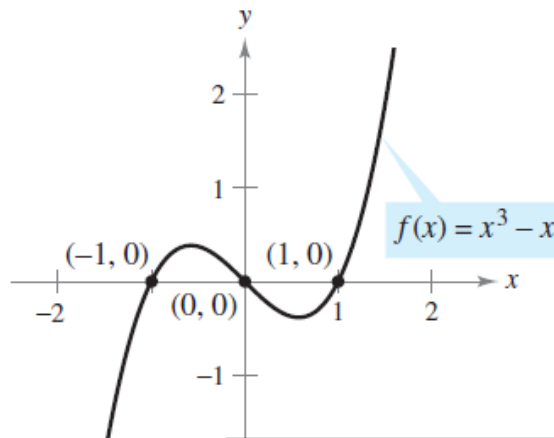
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones y sus gráficas: Clasificaciones y combinaciones de funciones V

## Ejemplo:

- Determinar si cada una de la siguientes funciones es par, impar o ninguna de ambas
- Calcular los ceros de la función

a)  $f(x) = x^3 - x$       b)  $g(x) = 1 + \cos x$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

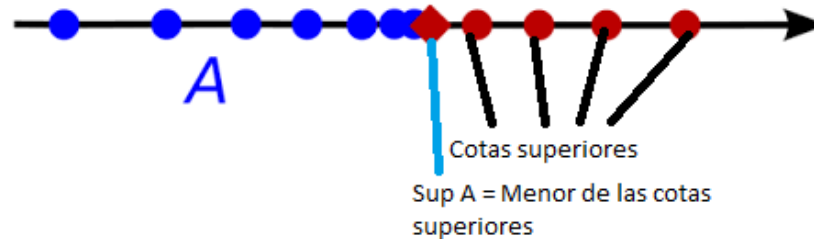
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Cotas de un conjunto

## Supremo y máximo

- En la definición del Dominio de una función, vimos que es posible definir intervalos abiertos y cerrados.
- El supremo de un conjunto se refiere a la menor de las cotas superiores de dicho conjunto, teniendo en cuenta que dicha cota superior no pertenece al conjunto.



- Cuando la cota superior pertenece al conjunto, el supremo denomina máximo.
- El ejemplo clásico son los intervalos abiertos y cerrados:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

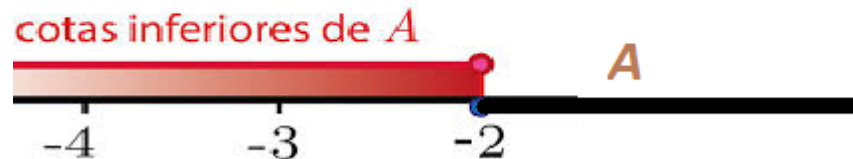
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Cotas de un conjunto

## Supremo y máximo

- El ínfimo de un conjunto se refiere a la mayor de las cotas inferiores de dicho conjunto, teniendo en cuenta que dicha cota inferior no pertenece al conjunto.



- Cuando la cota inferior pertenece al conjunto, el ínfimo se denomina mínimo.
- El ejemplo clásico son los intervalos abiertos y cerrados:

$A = (4, 5)$  y  $B = [4, 5]$  : **Inf A = 4 pero no tiene mínimo. Inf B = Min B = 4.**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70