

Esquema del capítulo "Espacio y Geometría en Educación Infantil"

1. Percepción visual
 - 1.1. Principios que describen el proceso perceptivo Gestalt
 - 1.1.1. Principio de emergencia
 - 1.1.2. Principio de reificación
 - 1.1.3. Principio de multiestabilidad
 - 1.1.4. Principio de invarianza
 - 1.2. Principales leyes de la visión
 - 1.2.1. Ley de proximidad
 - 1.2.2. Ley de semejanza
 - 1.2.3. Ley de cerramiento
 - 1.2.4. Ley de (buena) continuidad
 - 1.2.5. Ley de movimiento común
 - 1.2.6. Ley de Prägnanz o de la buena forma
 - 1.2.7. Ley de la experiencia
2. Tamaño del espacio
 - 2.1. Microespacio
 - 2.2. Mesoespacio
 - 2.3. Macroespacio
3. Espacio y Geometría
 - 3.1. Espacio vs. Geometría
 - 3.2. Elementos básicos de Geometría
 - 3.2.1. Punto
 - 3.2.2. Recta
 - 3.2.3. Plano

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

3.2.4. Concurrencia y paralelismo

3.2.5. Semirrecta

3.2.6. Semiplano

3.2.7. Segmento

3.2.8. Figura Geométrica

3.2.9. Ángulo

3.2.9.1. Clasificación de ángulos

3.2.10. Perpendicularidad

3.2.11. Curvas del plano

3.2.12. Figuras en el plano

3.2.12.1. Atributos

3.2.12.2. Convexidad

3.2.12.3. Circunferencia

3.2.12.4. Curva poligonal

3.2.12.5. Ángulos de polígonos

3.2.12.6. Clasificación de polígonos

3.2.12.7. Triángulo

3.2.12.8. Cuadriláteros

3.2.12.8.1. Cuadriláteros convexos

3.2.12.8.2. Paralelogramo (romboide)

3.2.12.8.3. Rectángulo

3.2.12.8.4. Rombo

3.2.12.8.5. Cuadrado

3.2.12.8.6. Trapecio

3.2.12.8.7. Trapezoide

3.2.12.8.8. Cometa

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

3.2.13. Geometría en el espacio

3.2.13.1. Poliedro

3.2.13.2. Clasificación de poliedros

3.2.13.3. Poliedros convexos

3.2.13.4. Pirámide

3.2.13.5. Prisma

3.2.13.6. Cuerpos redondos

4. Tipos de Geometría

4.1. Geometría euclídea

4.1.1. Simetría axial

4.1.2. Traslación

4.1.3. Rotación

4.2. Geometría proyectiva

4.3. Geometría afín

4.4. Topología

5. Conocimientos previos de los alumnos de Educación Infantil

5.1. Neurociencia y navegación

5.2. Geometría nuclear para la navegación

5.3. Geometría nuclear para el reconocimiento de objetos

5.4. Comparación de las dos geometrías nucleares

6. Pensamiento espacial

6.1. Orientación espacial

6.1.1. Localización espacial y navegación intuitiva

6.1.1.1. Teorías de desarrollo

6.1.1.2. Sistemas de referencia propios

6.1.1.3. Sistemas de referencia externos

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

6.1.1.4. Búsquedas

6.1.2. Organización espacial

6.1.2.1. Desarrollo

6.1.2.2. Perspectiva espacial

6.1.2.3. Navegación a través de ambientes a gran escala

6.1.2.4. Relación entre lenguaje y desempeño espacial

6.1.3. Modelos y mapas

6.1.3.1. Desarrollo de la representación del entorno espacial

6.1.3.2. Uso vs. producción

6.1.3.3. Interpretación de símbolos

6.1.3.4. Uso de mapas

6.1.4. Coordenadas y estructuración espacial

6.1.4.1. Estructuración espacial

6.1.4.2. Cuadrículas

6.1.4.3. Coordenadas

6.1.5. Orientación espacial y educación

6.1.5.1. Navegación y mapas

6.1.5.1.1. Etapas del trabajo con planos

6.1.5.1.2. Juegos con el plano de clase

6.1.5.1.2.1. Escondite

6.1.5.1.2.2. Recorrido

6.1.5.1.2.3. Variables didácticas

6.1.5.1.2.4. [Evaluación](#)

6.1.5.2. Coordenadas y estructuración espacial

6.1.5.2.1. La malla: cuadrícula

6.1.5.2.2. La cuadrícula: transición de cuadrícula a coordenadas

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

6.1.5.2.3. Grecas y constelaciones: coordenadas

6.2. Imagen y visualización espacial

6.2.1. Transformaciones mentales

6.2.2. Imagen y visualización espacial – Educación

6.2.2.1. Deslizar imágenes mentales

6.2.2.2. Descripción de imágenes instantáneas

6.2.2.3. Escondite en el Jardín de Dora (Smart Games)

6.2.2.4. Memory

6.2.2.5. Juego de Kim

7. Desarrollo del conocimiento geométrico: Niveles de van Hiele

8. Figuras y formas

8.1. Análisis espacial

8.2. Reconocimiento de figuras

8.2.1. Prototipos – variantes – distractores (engañosos)

8.3. Representación (dibujo)

8.4. Congruencia, simetría y transformaciones

8.5. Orientaciones metodológicas

8.5.1. Ejemplos vs. descripciones

8.5.2. Actividades con tangram

8.5.3. Otros puzzles geométricos

8.5.4. Simetría

8.5.4.1. Espejos

8.5.4.2. Mariposas

9. Composición y descomposición de figuras

9.1. Componer y descomponer figuras

9.2. Composición de figuras 3D

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

9.2.1. Desarrollo

9.2.2. Interpretación de representaciones 2D de figuras 3D

9.3. Composición de figuras 2D

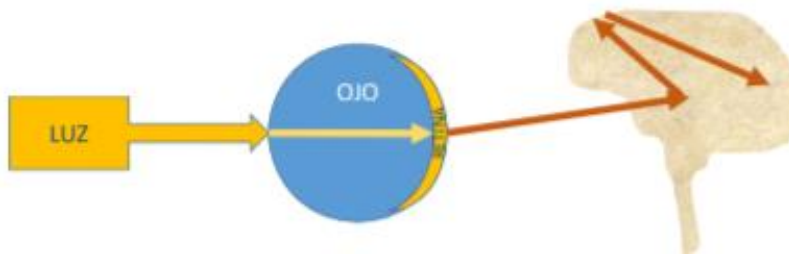
9.3.1. Desarrollo

9.4. Desincrustación de figuras 2D

9.4.1. Desarrollo

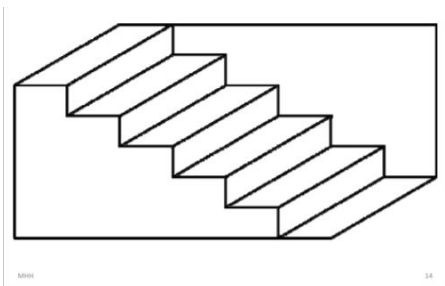
PERCEPCIÓN VISUAL

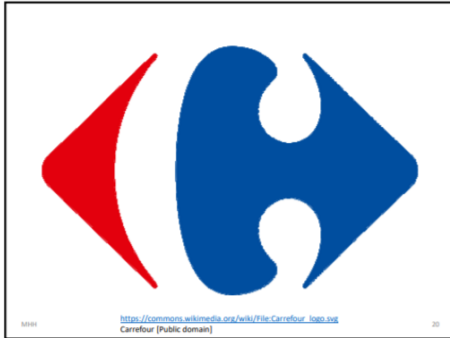
Proceso de percepción visual



1. **Fotorrecepción:** La luz que llega al ojo estimula en el fondo de la retina las células fotorreceptoras, que transmiten la señal al nervio óptico
2. **Transmisión y procesamiento:** En la retina empieza un primer nivel de procesamiento que se irá haciendo hasta llegar al tálamo y de éste al córtex cerebral.
3. **Percepción:** En el lóbulo occipital (en la zona visual primaria y en la zona de asociación visual) se completa el proceso de percepción y podemos hablar de consciencia de la imagen vista.

¿Qué vemos?





- Ejemplo de la “C” de Carrefour → Con la misma imagen, cada uno tenemos un proceso distinto de percepción.

Psicología de la percepción -Gestalt

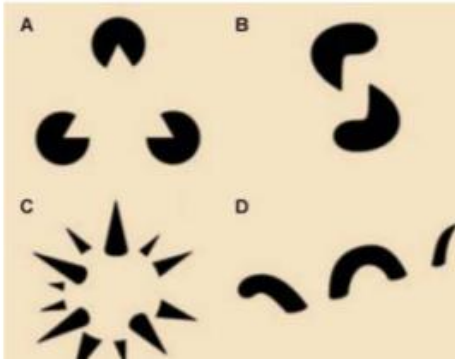
- Estudio del conocimiento, la percepción y los procesos mentales
- Visión: percepción activa, no pasiva
- Principios descriptores del proceso perceptivo
 - Aspectos del mismo proceso, no actúan separadamente
- Leyes de la visión
 - Explican cómo elementos individuales del entorno pueden ser organizados en grupos o estructuras.

Principios que describen el proceso perceptivo Gestalt

PRINCIPIO DE EMERGENCIA: Los objetos son reconocidos de manera **global**, no por la suma de sus componentes.

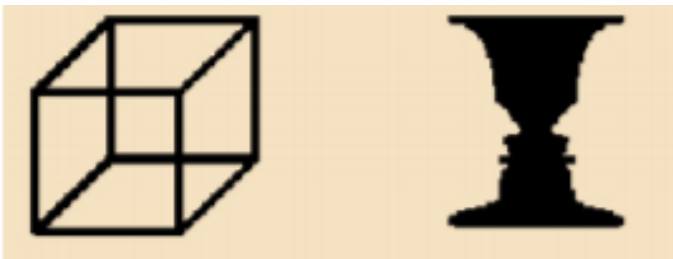


PRINCIPIO DE REIFICACIÓN: Lo percibido tiene más información que el estímulo sensitivo recibido.



PRINCIPIO DE MULTIESTABILIDAD: Experiencias de percepción ambiguas en las que se salta adelante y atrás de manera inestable entre dos o más interpretaciones alternativas.

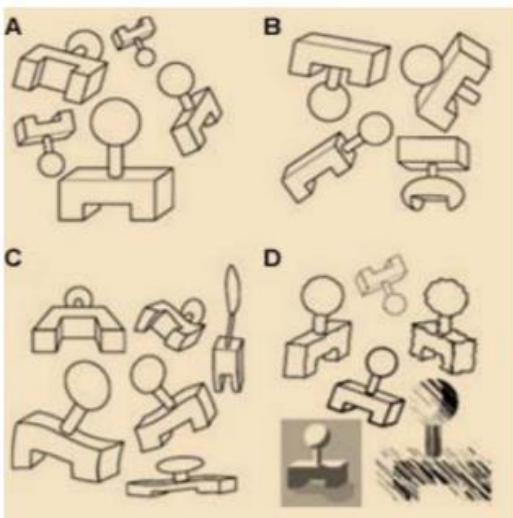
*El cubo se puede ver de las dos maneras, pero es inestable, hay que querer ver la otra manera (querer ver un cuadrado u otro delante)



PRINCIPIO DE INVARIANZA:

Propiedad de la percepción según la cual los objetos geoméricamente simples son reconocidos independientemente de su rotación, traslación y escala e incluso para otro tipo de variaciones, como las deformaciones elásticas, diferencias de iluminación y cambios en las características de las partes que lo componen.

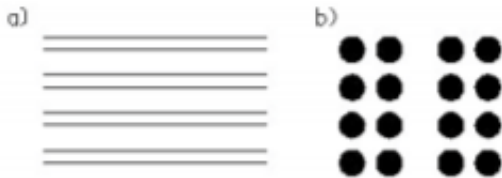
*¿Figuras iguales?: Son distintas, pero en esencia vemos la misma figura. Al detalle son figuras distintas, distintas variaciones del mismo objeto.



PRINCIPALES LEYES DE LA VISIÓN

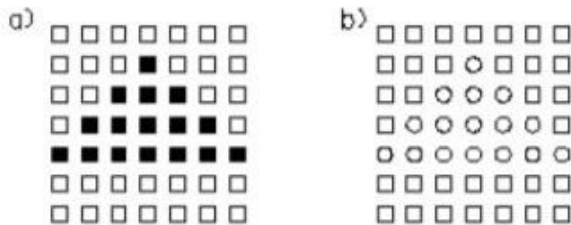
Ley de proximidad:

Objetos que aparecen próximos, espacial lo temporalmente, son, a menudo, percibidos como un grupo.



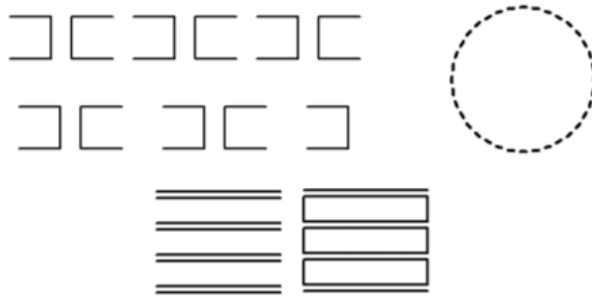
Ley de semejanza:

Objetos similares se consideran de un mismo grupo.



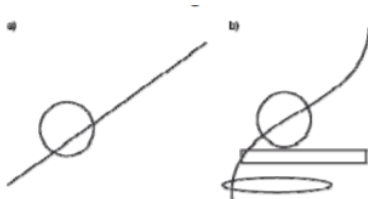
Ley de cerramiento:

El cerebro tiende a completar los “espacios en blanco” de formas no cerradas.



Ley de (buena) continuidad:

Si los objetos guardan una continuidad de forma en el marco de una figura más amplia, tendemos a percibirlos como parte de una misma figura.





“Somos capaces de ver la continuidad de las ramas que se entrecruzan y no las confundimos entre sí”



“En esta imagen esquemática se intenta simular cómo somos capaces de interpretar la estructura de las ramas gracias a su buena continuidad”



“Si vemos una imagen como ésta, la buena continuidad de las ramas se complementa con otro tipo de información visual: los cambios en la textura, el volumen que se percibe gracias al claro-oscuro de las sombras, etc. [...] En ausencia de esta información adicional ya identificábamos la estructura de ramas”

Ley de movimiento común:

“En igualdad de condiciones tendemos a percibir como grupo o conjunto aquellos elementos que se mueven del mismo modo”

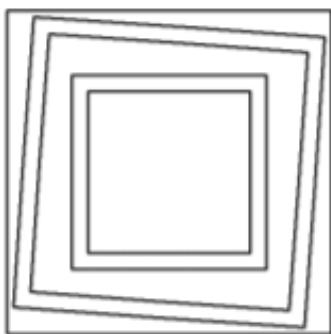
(Alberich, Gómez Fontanills, & Ferrer Franquesa, 2014)

Ejemplos: Bandadas de pájaros, coordinación de humanos,...

Ley de Prägnanz o de la buena forma

“En igualdad de circunstancias, tendemos a percibir como unidad aquellos elementos que presentan el mayor grado de simplicidad, simetría, regularidad y estabilidad (buenas formas)”

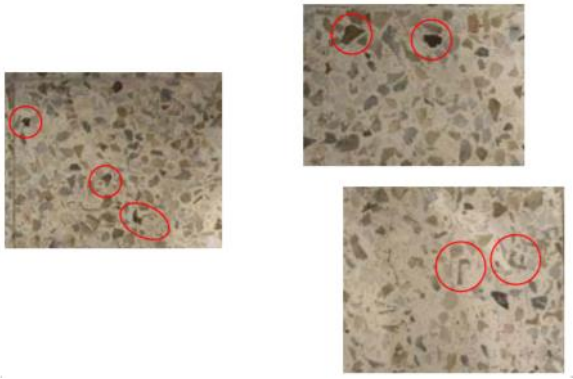
(Alberich, Gómez Fontanills, & Ferrer Franquesa, 2014)



Referencia [\(Alberich, Gómez](#)

Ley de la experiencia:

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)



Las experiencias previas del sujeto condicionan la interpretación de las formas percibidas



Gestalt:

Link al vídeo de youtube

TAMAÑO DEL ESPACIO

¿Cómo pintaríamos una circunferencia en un folio y cómo lo haríamos si estuviésemos en un jardín o una esplanada?

No es lo mismo trabajar en el folio, que trabajar fuera en un espacio.

MICROESPACIO

- Relativo al campo visual instantáneo y los movimientos de mano y brazo
- El objeto puede ser desplazado y observado desde todas sus dimensiones
- El sujeto se sitúa fuera de este espacio, tiene una visión de conjunto y la manipulación es posible
- La mesa, el folio



MESOESPACIO

- Concierno a los desplazamientos individuales en un dominio controlado por la vista
- Es posible tener una visión de conjunto bajo ciertas condiciones
- El individuo se orienta siguiendo su referencia corporal
- Los objetos fijos son puntos de referencia (puerta de clase)

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

- La clase, el patio...



MACROESPACIO

- No se puede observar globalmente
- Los objetos sólo pueden ser vistos por una “cara”
- Se organiza relacionando “mapas locales”
- La orientación en este espacio se ha de realizar tomando sistema de referencia externo al sujeto
- La ciudad, el barrio...

*Siempre cogemos una referencia externa para orientarnos. Hay diferencias entre los hombres y las mujeres a la hora de orientarse.



ESPACIO Y GEOMETRÍA

No hablamos de lo mismo cuando hablamos del espacio y de la geometría. En infantil se trabaja más el espacio. Cuando se trabaja del espacio se trabaja más con el cuerpo.

La geometría es más abstracta y el trabajo con el espacio es más concreto.

¿Qué es la geometría? ¿Qué es el espacio?

- **Nivel superior**
 - **Geometría**: rama de las matemáticas **organizada axiomáticamente** que estudia forma, propiedades y magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio, entendiendo **figuras, plano y espacio de modo abstracto**.
- **Nivel educativo**
 - La Geometría es **entender/captar/agarrar el espacio** [...] en el que **el niño vive, respira y se mueve**. El espacio que el niño debe aprender a conocer, explorar, conquistar para vivir, respirar y moverse mejor en él. (Freudenthal, 1971)

Axioma: Es algo evidente. Ej: Axioma de Peano que establece el orden de los números naturales.

Conocimientos espaciales

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

Tienen que ver con problemas que nos plantea el espacio sensible

- Actuar sobre el espacio sensible
- Resolver problemas que plantea el espacio sensible
- Implicaciones
 - Reconocer, describir, fabricar o transformar objetos
 - Desplazar, encontrar, comunicar la posición de objetos. En particular se puede ver en la actividad del plano, esconder un objeto, para posteriormente encontrarlo.
 - Reconocer, describir, construir o transformar un espacio vivido o de desplazamiento (Berthelot & Salin, 1999)

Problemáticas de resolución de problemas espaciales (Salin, 2004)

Práctica

- Problemas relativos al espacio sensible
- Validación en el espacio sensible
- Resolución **empírica**

De modelización

- Problemas relativos al espacio sensible
- Validación en el espacio sensible
- Resolución en **términos simbólicos**

*El espacio sensible es aquel que toco y veo

ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

BUSCAMOS DEFINICIONES DE:

- **Punto:** Marca circular que delimita o señala un lugar concreto en el espacio/Unidad más simple de la geometría, es una unidad abstracta. Unidad mínima que no tiene definiciones.
- **Recta:** Una línea continua que puede ser finita o infinita. Un sucesión de puntos limitado por ambos extremos, que solo tiene una dimensión.
- **Plano:** Representación gráfica de un lugar determinado.

DEFINICIONES DE EUCLIDES:

PUNTO

RECTA

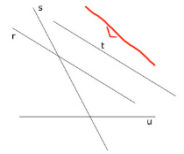
- Es ilimitada por ambos extremos
- Solo tiene una dimensión
- Dos puntos determinan una recta

PLANO

- Tiene dos dimensiones, no tiene espesor
- Es ilimitado por todas sus partes
- Tres puntos no colineales determinan un plano. Porque si quitamos uno de los tres puntos se cae el plano (acordarme de la imagen de un taburete con 3 patas). Colineales significa que están todos en la misma recta.

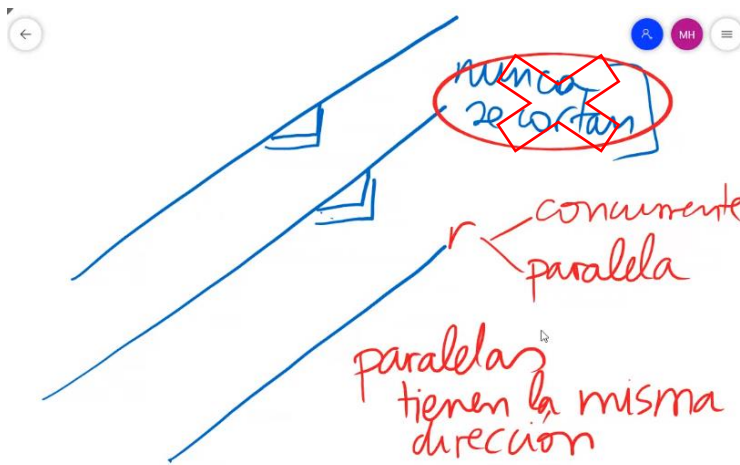
CONCURRENCIA Y PARALELISMO

Rectas paralelas: Rectas que nunca se tocan y que comparten la misma dirección



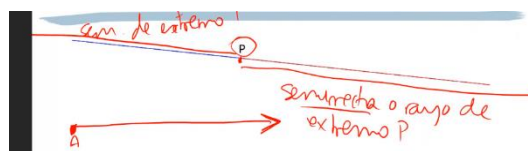
- Rectas paralelas, son paralelas cuando:
 - Son coincidentes
 - Si no tienen ningún punto en común
- Rectas concurrentes/ secantes, son cuando se cortan en un punto
- Recta transversal, con respecto a otras dos rectas
 - Se dice de una recta con respecto a otras dos cuando es concurrente con ambas,
 - no necesariamente en el mismo punto

	r	s	t	u
r	P	C	P	C
s	C	P	C	C
t	P	C	P	C
u	C	C	C	P



Matriz transversal

SEMIRRECTA



- Dado un punto P de una recta, P divide a la recta en dos subconjuntos de puntos.
- Cada uno de estos subconjuntos se denomina **semirrecta o rayo de extremo P**

SEMIPLANO

Semiplano

➤ Dada una recta r de un plano, este queda dividido en dos subconjuntos por dicha recta.

Cada uno de estos subconjuntos se denomina **semiplano**

➤ Si la recta se considera incluida en el **semiplano** este se considera **cerrado**

➤ Si la recta no se considera incluida en el **semiplano**, este se considera **abierto**

Un semiplano es lo azul y otro el amarillo. Si la recta la consideramos incluida es cerrado y si la consideramos no incluida es abierto.

$[1, 15)$

el 15 no está incluido

el 1 sí está incluido

cerrado
 $[1, +\infty)$ 1 incluido

abierto
 $(1, +\infty)$ 1 no incluido

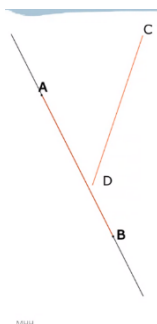
recta en semiplano
 hay puntos no pueden tocar

recta NO en semiplano
 desde cualquier pto me puedo acercar más a la recta

recta considerada en el semiplano
CERRADO

recta NO considerada en el semiplano
ABIERTO

SEGMENTO

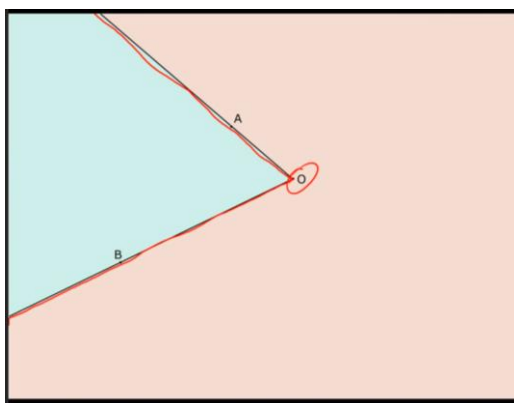
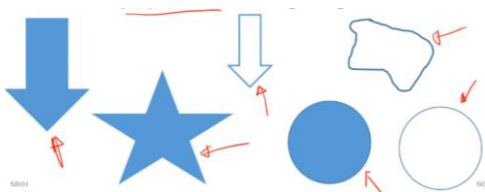


- Dada una recta r y dos puntos pertenecientes a ella, A y B, se denomina **segmento AB** al conjunto de puntos de r comprendidos entre A y B
- La distancia entre los puntos A y B se dice que es la **longitud del segmento AB**
- Dado dos segmentos AB y CD se dice que son **segmentos congruentes** si tienen la misma longitud
-

*Congruentes significa iguales, aunque realmente no sea igual porque no son el mismo segmento, pero tiene la misma longitud.

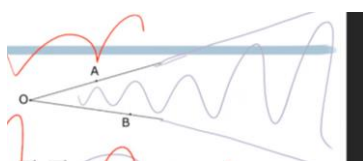
FIGURA GEOMÉTRICA

- Si consideramos espacio al conjunto de todos los puntos, cualquier subconjunto de puntos del espacio se denomina **figuras geométricas**
- Objetos de la geometría. Describir, clasificar u estudiar las propiedades de las figuras geométricas



Dos semirrectas con origen O y que dividen el plano en dos regiones, la región azul y la región salmón. Un ángulo es toda la región de ese plano.

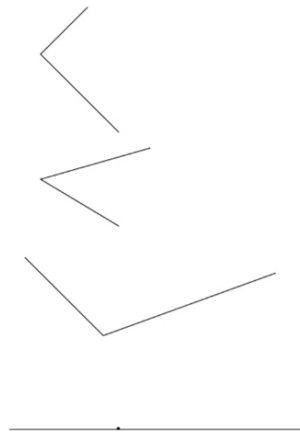
ÁNGULO



- Dadas dos semirrectas \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB} , un **ángulo** (o **región angular**) de vértice O y lados \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB} es una de las regiones en las que queda dividido el plano por las semirrectas \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB} .
- El término ángulo también se utiliza para designar a la figura geométrica formada solamente por el conjunto de los lados y el vértice.
- El **tamaño de un ángulo** se mide por la cantidad de rotación requerida para girar uno de los lados del ángulo, tomando como centro de giro el vértice, para que coincida con el otro lado. Como unidad de medida habitual se usa el grado, la 360ava parte de la abertura de la circunferencia

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS (entre 0 y 180° inclusive)

- **Recto:** mide 90°
- **Agudo:** mide menos de 90°
- **Obtuso:** mide más de 90° y menos de 180°
- **Llano:** mide 180°



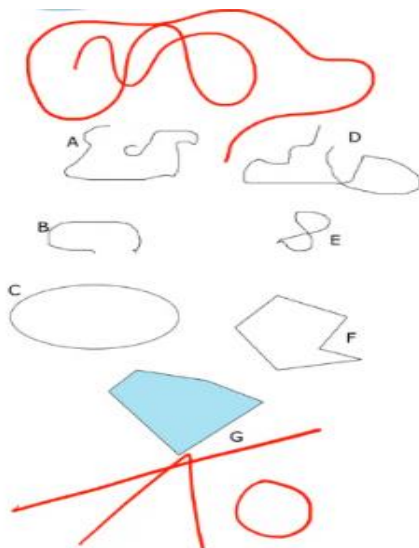
PERPENDICULARES

Perpendicularidad

Son concurrentes
Los Cuatro ángulos miden lo mismo

- Dos **rectas** son **perpendiculares** si:
 - son concurrentes
 - los cuatro ángulos formados son iguales

CURVAS DEL PLANO (definiciones intuitivas)



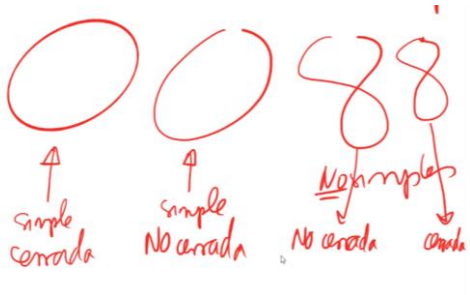
- **Curva plana:**
 - Definición intuitiva e informal: conjunto de puntos que un lápiz traza al ser desplazado por el plano sin ser levantado
 - Línea continua de una dimensión, con extremos

*No es una recta porque una recta no es infinita y como hay que empezar y terminar de trazar no corresponde con la definición de curva

- **Curva simple:**

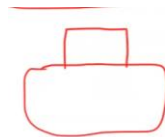
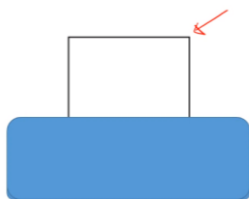
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

- Si el lápiz nunca pasa dos veces por un mismo punto (salvo eventualmente el inicio-fin)
- A B C F G
- Curva cerrada:
 - Si el lápiz se levanta en el mismo punto en que comenzó a trazar
 - C E F G
- Curva cerrada y simple:
 - Si el único punto por el que el lápiz pasa dos veces es el del comienzo y final del trazado
 - C F G
- Se requiere que las curvas tengan un punto inicial y otro final, por los que las **rectas**, **semirecta** y **ángulo** no son curvas.
-

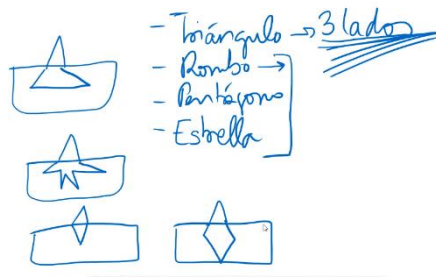


GEOMETRÍA- FIGURAS EN EL PLANO

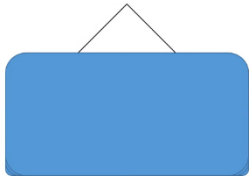
¿QUÉ FIGURA ESTÁ ESCONDIDA?



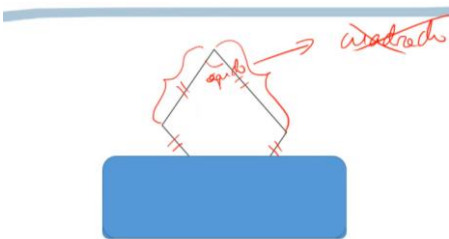
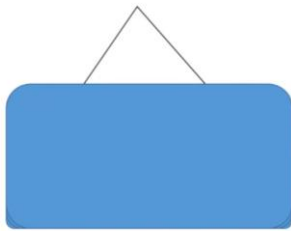
- tiene dos lados paralelos
- breve que va a tener lados de dos tamaños \neq 's \Rightarrow no va a ser un cuadrado
- Cuatro lados
- Tiene dos ángulos rectos \Rightarrow no triángulo



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

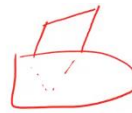
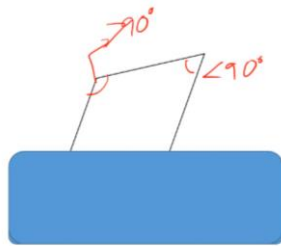


- Pentagono → 5
 - Cuadrado → 4 lados, un ángulo recto, parece tener otros 4 lados, sus ángulos rectos, por ahora 2 lados = 5
 - Rombo → 4 lados
 - Triángulo → 3



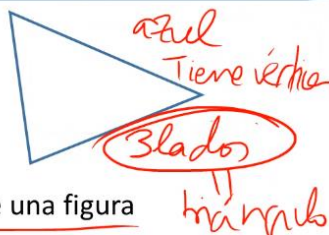
- Rombo → 4 lados distintos, 4 lados iguales, tiene un ángulo agudo
 - Triángulo → 3 lados, puede tener 3 lados
 - Trapecio → 2 lados ||, los otros dos no
 - Romboide → 4 lados opuestos iguales
 - Rectángulo → 4 ángulos rectos

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)



- Trapecio 4 lados
2 lados paralelos
- Rombo 4 lados
todos lados iguales
- Paralelogramo

ATRIBUTOS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS



uto: cualquier característica de una figura

- Atributo: cualquier característica de una figura
 - Rojo, azul, tres lados
- Atributo definitorio: describen las partes de una figura
 - Un cuadrado tiene cuatro lados
- Propiedad: relación entre las partes
 - Los cuatro lados de un cuadrado son congruentes
 - Se establecen mediante la observación, la medición, el dibujo y la elaboración de modelos

CONVEXIDAD DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Figura convexa:

- Dados dos puntos cualesquiera de la figura, el segmento que los une está contenido en el interior y / o en la frontera de ella

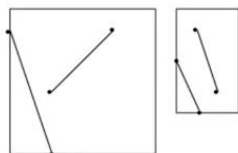
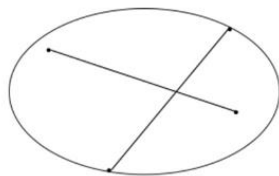
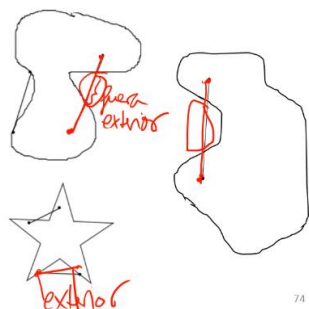


Figura cóncava:

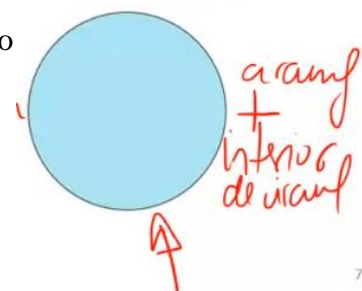
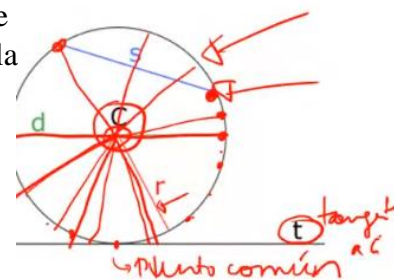
- Si no es convexo



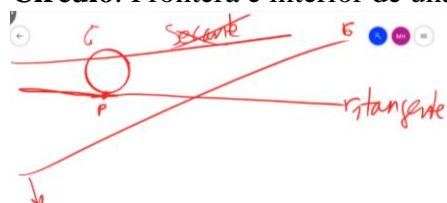
74

CIRCUNFERENCIA

- **Circunferencia:** Curva simple, cerrada (el principio coincide con el fin) y convexa tal que la distancia de cualquiera de sus puntos a otro fijo es constante
- **Centro:** punto fijo equidistante (a la misma distancia) a todos los de la circunferencia C
- **Radio** (palabra polisémica)
 - Distancia constante del centro a la circunferencia
 - Cda uno de los segmentos que unen el centro de la circunferencia
 - con un
 - punto de esta r
- **Diámetro:** Segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro de esta d
- **Cuerda:** Segmento que une dos puntos de la circunferencia s
- **Tangente:** Recta que tiene un único punto en común con la circunferencia t
- **Círculo:** Frontera e interior de una circunferencia

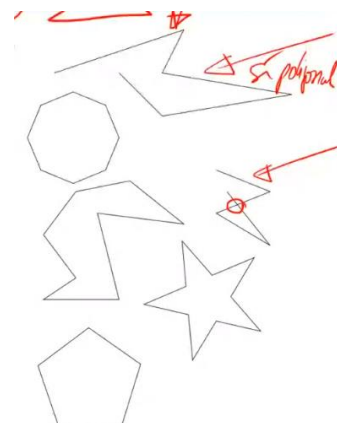


75



CURVA POLIGONAL

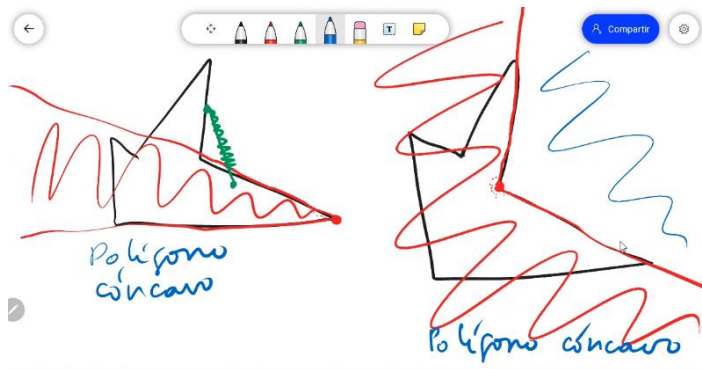
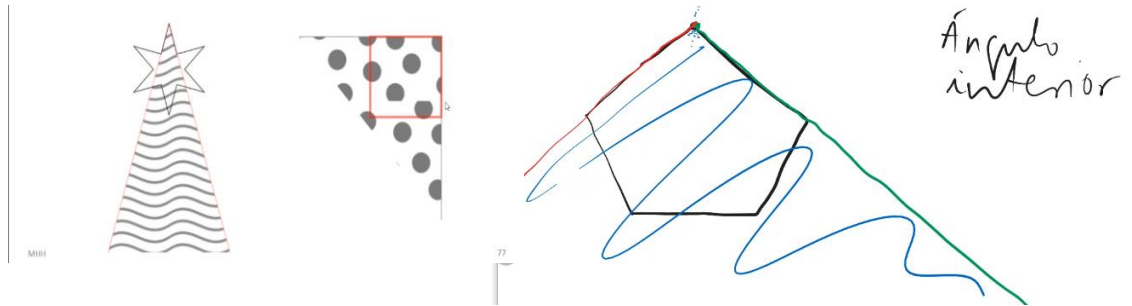
- **Poligonal** (no tiene por qué estar cerrada): Curva simple formada por segmentos (y sus extremos)
- **Polígono:** Curva poligonal cerrada
 - **Lados:** Segmentos del polígono
 - **Vértices:** Extremos de los lados
- **Polígono:** Región del plano delimitada y encerrada por una línea que incluye el interior y la frontera de esta



76

ÁNGULOS DE POLÍGONOS

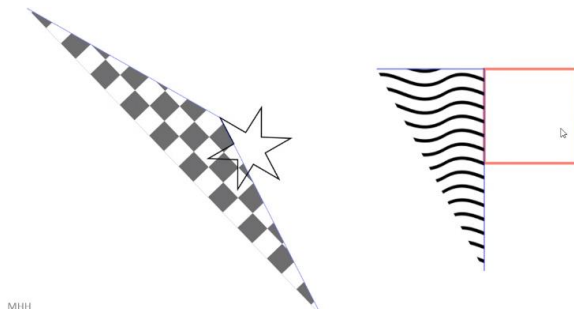
- Las semirrectas con origen común que contiene a dos lados concurrentes en un vértice que es su origen determinan un **ángulo interior del polígono**

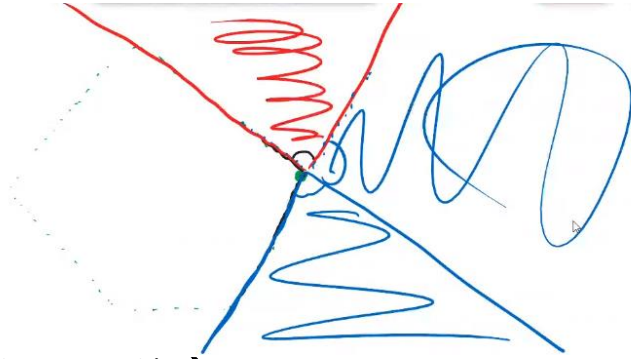
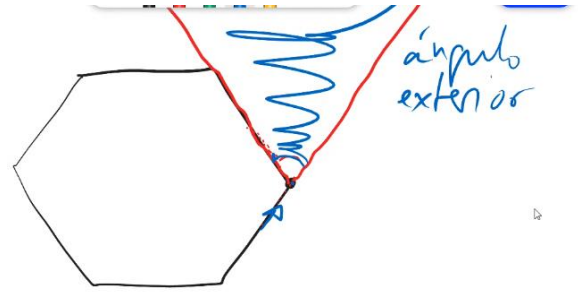
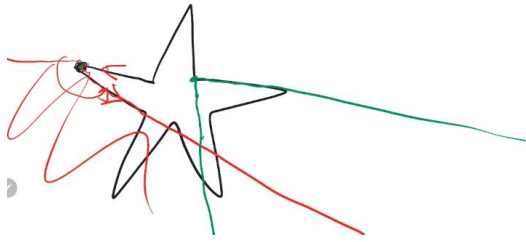


Polígono convexo o cóncavo

ÁNGULOS DE POLÍGONOS

- Si en un ángulo interior de un polígono sustituimos una de las semirrectas por su opuesta se obtiene otro ángulo distinto llamado **ángulo exterior**

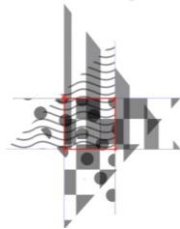




***Intersección** → Lugar en que se cortan o se encuentran dos líneas, dos superficies o dos sólidos.

ÁNGULOS DE POLÍGONOS

- Es un polígono convexo, el interior del polígono será la intersección de los interiores de los ángulos del polígono



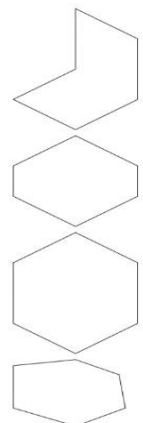
ACTIVIDAD :CRITERIOS PARA CLASIFICAR POLÍGONOS

A parte de decir si es cóncavo o convexo

- Cóncavo: Un segmento que está fuera y unes dos puntos. Hay parte del ángulo interior que se quede fuera del polígono.
- Convexo: Todos los puntos que unas de las líneas del polígono están dentro. Cubre todo el polígono.
- N° de lados= n° de lados

CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

- **Equilátero:** Si tiene todos sus lados de la misma longitud
- **Equiángulo :** Si tiene todos sus ángulos interiores iguales
- **Regular:** Si es equilátero y equiángulo a la vez
- **Irregular:** Si no es regular. Es decir, si no es equilátero o equiángulo



ACTIVIDAD: CRITERIOS PARA PODER CLASIFICAR LOS TRIÁNGULOS

- Si es equilátero, isósceles o escaleno
- Acutángulo o no

TRIÁNGULO

- Triángulo. Polígono de tres lados
- Según sus lados:
 - Equilátero: todos sus lados iguales
 - Isósceles. Sólo dos lados iguales
 - Escaleno: tres lados desiguales
- Según sus ángulos:
 - Rectángulo: un ángulo recto
 - Acutángulo: todos sus ángulos agudos
 - Obtusángulo: un ángulo obtuso

Triángulo *Suma ángulos $\Delta = 180^\circ$*

➤ Triángulo: polígono de tres lados

➤ Según sus lados: *longitud de*

- a Equilátero: todos sus lados iguales *congruentes*
- b Isósceles: solo dos lados iguales *congr.*
- c Escaleno: tres lados desiguales *(no tiene lados congruentes)*

➤ Según sus ángulos:

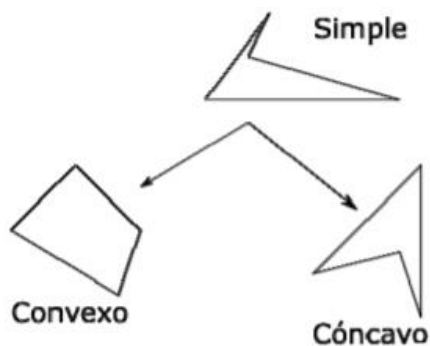
- 1 Rectángulo: un ángulo recto
- 2 Acutángulo: todos sus ángulos agudos
- 3 Obtusángulo: un ángulo obtuso

*Todos los triángulos isósceles tienen que ser acutángulos

*La suma de los ángulos de un triángulos son 180°

CUADRILÁTEROS

- Cuadriláteros: Un polígono de cuatro lados



CUADRILÁTEROS CONVEXOS

Cuadriláteros convexos

- Cuatro vértices
- Dos diagonales
- La suma de los ángulos exteriores es cuatro rectos (360°)
- La suma de los ángulos interiores es cuatro rectos (360°)

Handwritten notes:
 "uno de los sentidos" (with an arrow pointing to a vertex)
 $90^\circ \times 4 = 360^\circ$
 $\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 360$
 $\alpha + \alpha' = 180$
 $\beta + \beta' = 180$
 $\gamma + \gamma' = 180$
 $\delta + \delta' = 180$
 $\alpha + \alpha' + \beta + \beta' + \gamma + \gamma' + \delta + \delta' = 360 + 360$
 $(\alpha + \beta + \gamma + \delta) + (\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta') = 360 + 360$
 $(\alpha + \beta + \gamma + \delta) + 360 = 360 + 360$
 $(\alpha + \beta + \gamma + \delta) = 360$

MHH 85

En el video que nos pone la profe los giros que va dando la figura es a lo que llamamos ángulo exterior.

CRITERIOS PARA CLASIFICAR CUADRILÁTEROS

ACTIVIDAD : Tienda de cuadriláteros

Somos los gestores de una tienda que vende polígonos, por tanto, también cuadriláteros convexos. De hecho, lo que más se vende son este tipo de polígonos.

Un cliente de la tienda vendrá con un cuadrilátero convexo de muestra y querrá uno con la misma forma que el suyo, pero ni el dependiente ni el cliente se han encontrado con esa forma anteriormente y desconocen el nombre que otras personas puedan emplear para referirse a ella. El dependiente tendrá que buscarlo en el almacén de la tienda.

Como gestores, creímos conveniente que el almacén estuviera organizado y dispusimos un armario para los cuadriláteros convexos. Pero este armario aún no está organizado.

Es un armario de tres cuerpos.

Dentro de los cuerpos hay cajones. Y dentro de estos hay cajas opacas con tapa.

Hemos pensado en poner carteles en todas las partes del armario, puertas, cajones y cajas, pero en estos carteles solamente puede aparecer texto. ¿Qué carteles pondríamos y dónde?

Como ayuda para poder probar nuestro método de carteles, disponemos del archivo “CuadrilaterosClasificacionSimulacion” (presentación) con cuadriláteros en el que podremos simular el armario usando diapositivas para armarios/cajones/cajas.

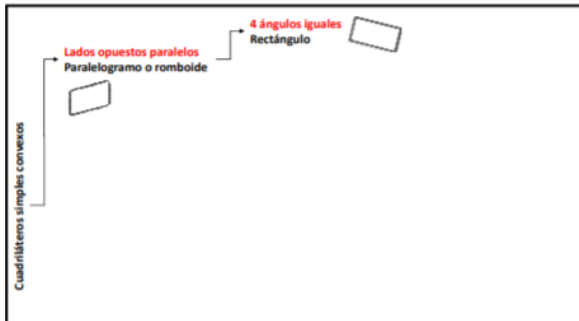
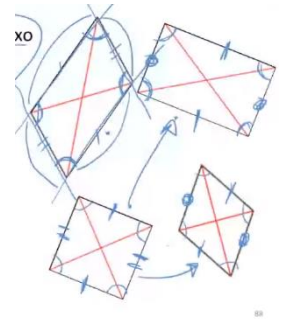
¿Qué carteles pondríamos y dónde?

Lados opuestos paralelos
 Paralelogramo o romboide

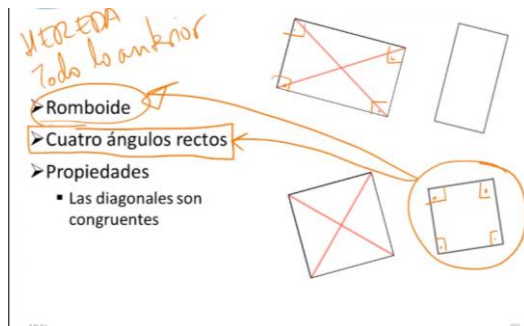
Cuadriláteros simples convexos

PARALELOGRAMO (ROMBOIDE)

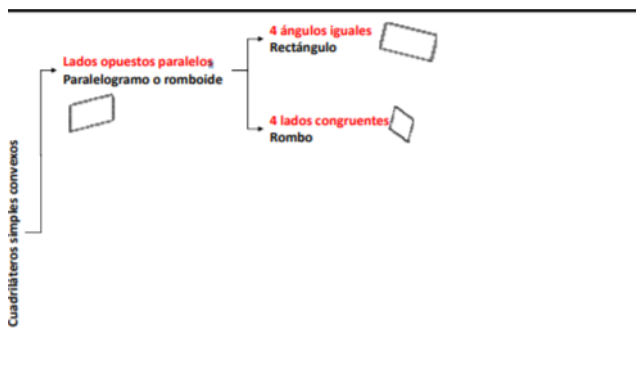
- Cuadrilátero simple convexo
- Los lados opuestos son paralelos
- Propiedades
 - Los lados opuestos son congruentes
 - Los ángulos opuestos son congruentes
 - Las diagonales se cortan mutuamente en partes congruentes



RECTÁNGULO



*Sus diagonales son congruentes= Tienen la misma longitud



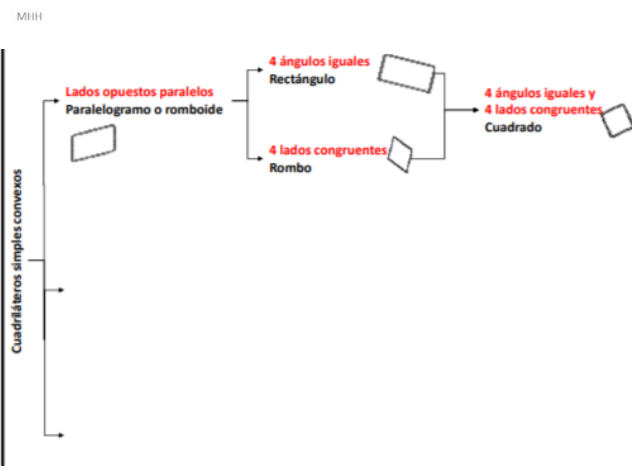
ROMBO

➤ Romboide

➤ Cuatro lados congruentes

➤ Propiedades

- Las diagonales perpendiculares
- Cada diagonal es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une



CUADRADO

Cuadrado *romboide y rectángulo y rombo*

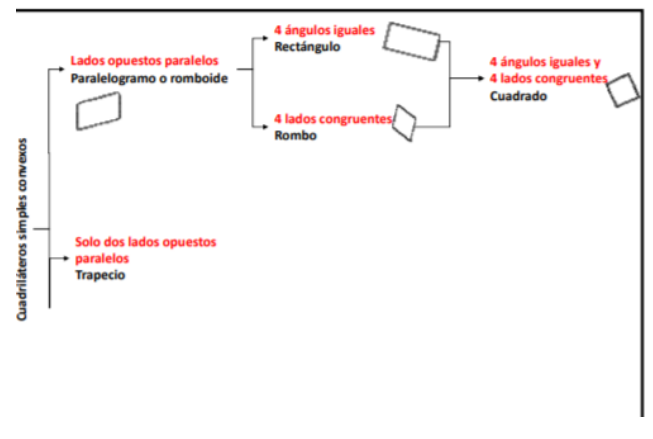
➤ Romboide

➤ Cuatro lados congruentes *(rombo)*

➤ Cuatro ángulos congruentes *(rectángulo)*

➤ Propiedades

- Las diagonales se cortan mutuamente en partes congruentes *(romboide)*
- Las diagonales son congruentes *(rectángulo)*
- Cada diagonal es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une *(rombo)*



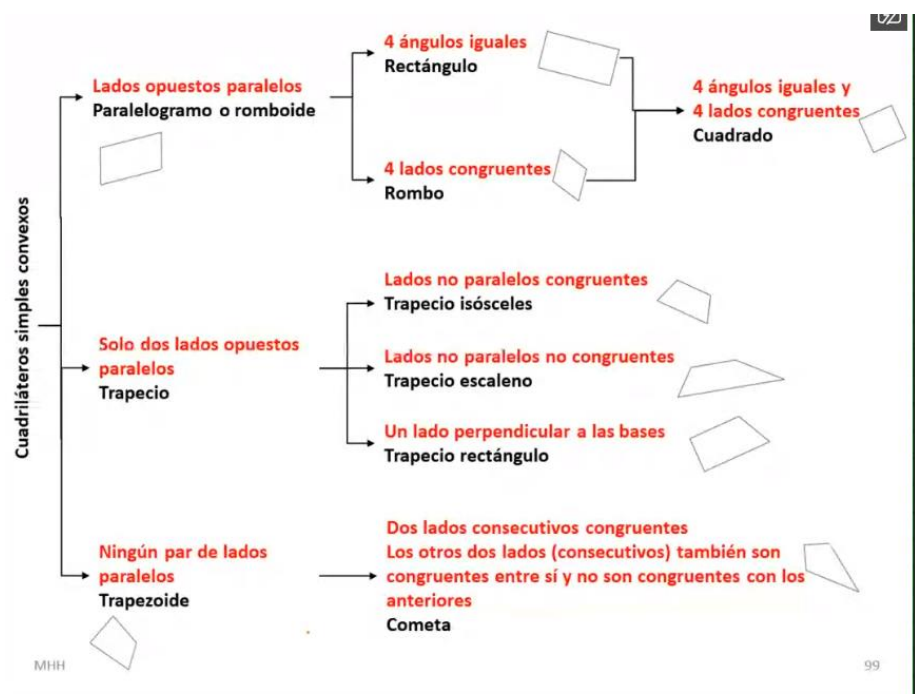
TRAPECIOS

- Cuadrilátero simple convexo no paralelogramo
- Solo Dos lados opuestos paralelos (bases)



MHH

96



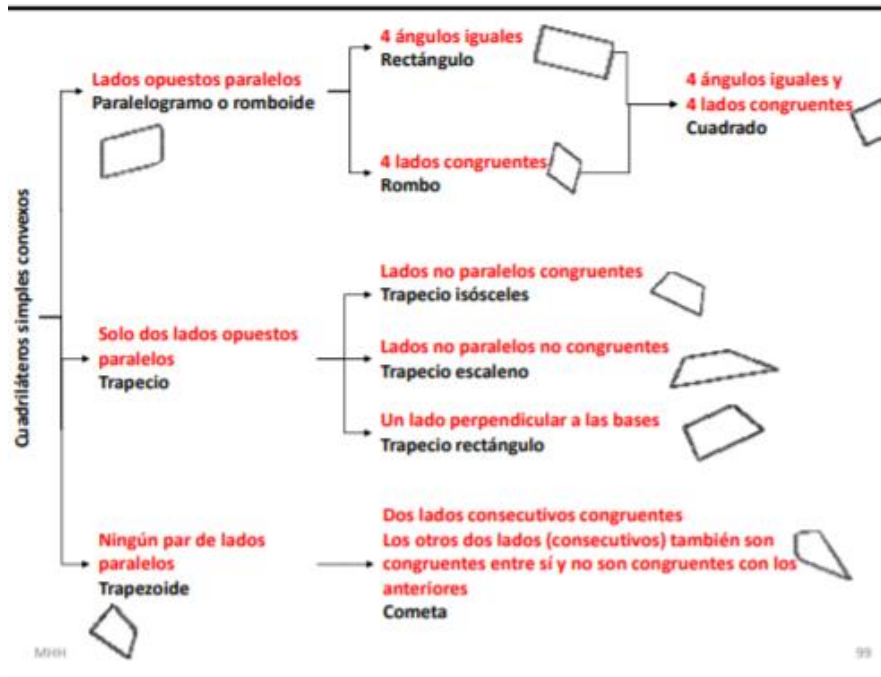
MHH

99

TRAPEZOIDE

- Cuadrilátero simple convexo
- Ningún par de lados paralelos

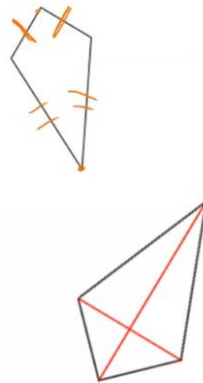


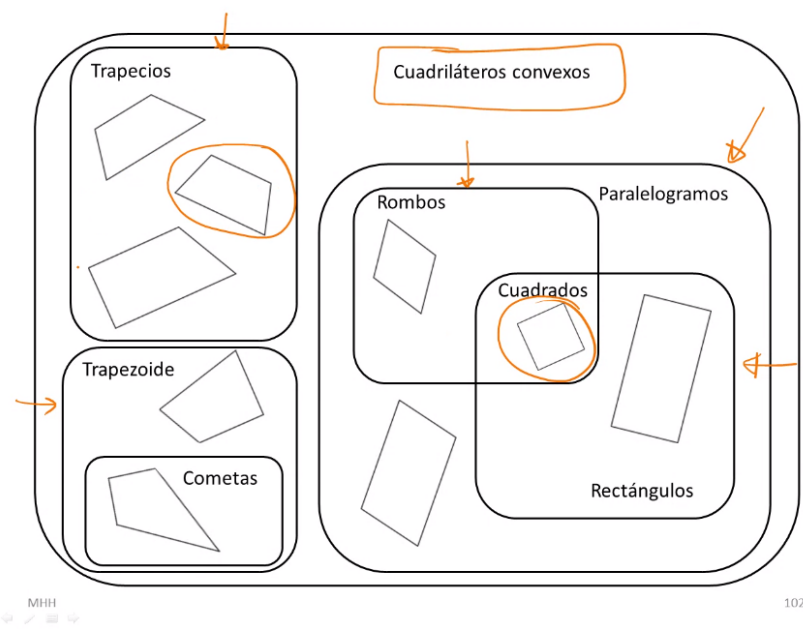
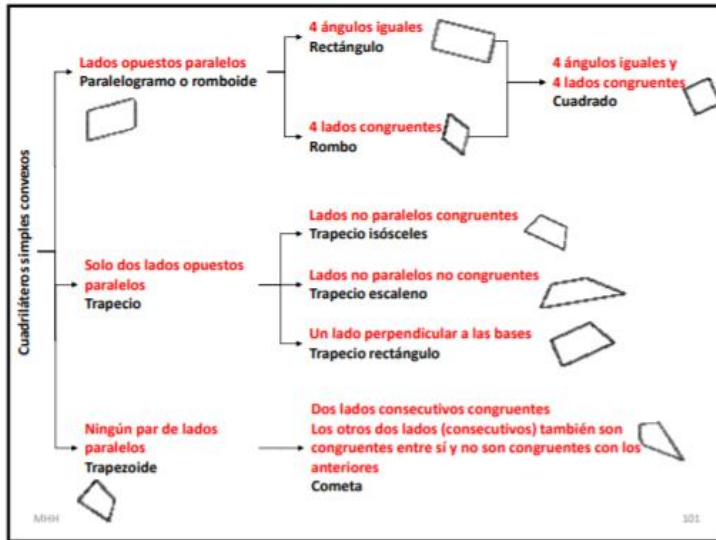


COMETA

Cometa

- Trapezoide
- Dos lados consecutivos congruentes
- Los otros dos lados (consecutivos) también son congruentes entre sí y no son congruentes con los anteriores
- Propiedades
 - La diagonal principal de la cometa es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une
 - Las diagonales se cortan perpendicularmente
 - Las diagonales se cortan en el punto medio de la diagonal NO principal



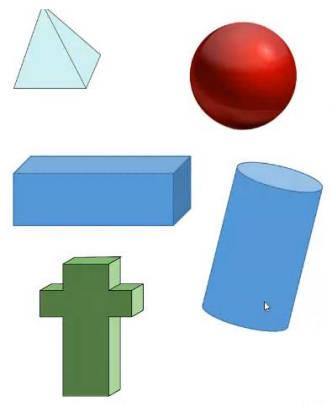


GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

POLIEDRO

Cuerpo tridimensional acotado limitado por un número finito de superficies planas

- Caras: cada uno de los polígonos que limitan el poliedro
- Aristas: lados de las caras
- Vértices: los vértices de las caras



CLASIFICACIÓN DE POLIEDROS

***Rombodecaedro:** Todos los rombos son iguales. Vamos a encontrar dos tipos de vértices, por un lado .une cuatro rombos y tres rombos y por lo tanto no es de vértices uniformes. No es de caras iguales.

***Icosaedro:** Formado por pentágonos regulares y por exágonos regulares. Es de caras iguales.

***Cubo**

***Dodeaedro**

Estos cuatro poliedros son de aristas uniformes



El balón de fútbol es un icosaedro truncado

El balón de fútbol no es de caras uniformes, porque no tienen todas las caras iguales y tampoco es de aristas uniformes, porque no tiene todas las aristas iguales

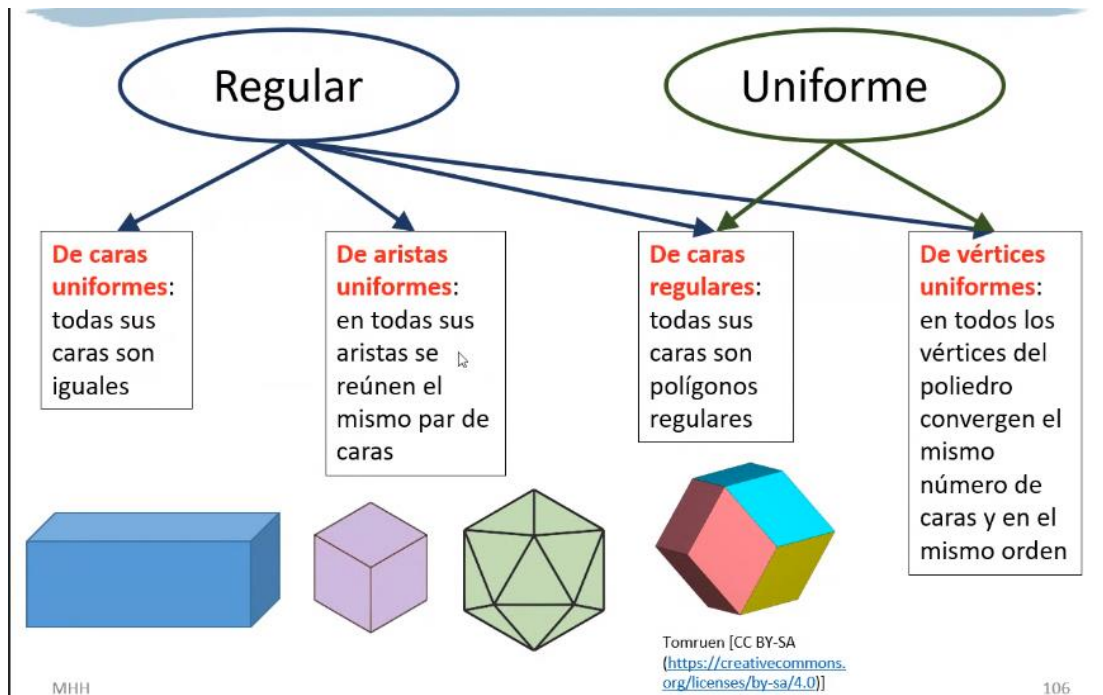
ARISTAS UNIFORMES: Que todas las aristas unen siempre el mismo par de caras

Cuando se unen el mismo par de caras en todas las aristas es cuando decimos que es un poliedro de aristas uniformes

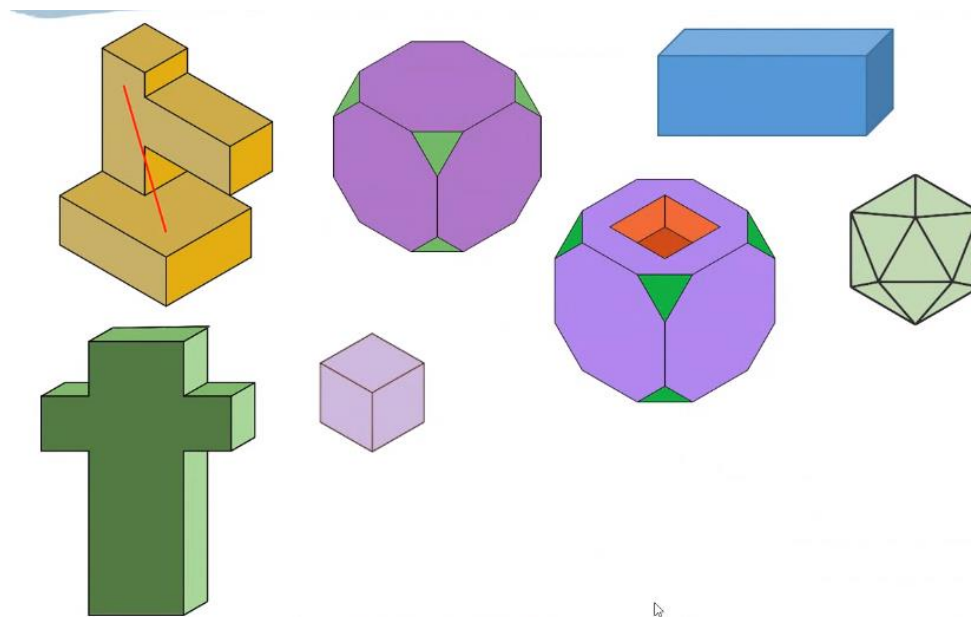
Cuando todas las **caras** son iguales se dice que tiene caras uniformes.

Cuando las **aristas** unen siempre un cuadrado o un triángulo se dice que son aristas uniformes. No tienen porque unir siempre un cuadrado con un cuadrado, ... lo importante es que todas las aristas sean iguales.

Cuando los **vértices** se reúnen así :rectángulo, rectángulo cuadrado por ejemplo de manera uniforme, por lo que se dan vértices uniformes.



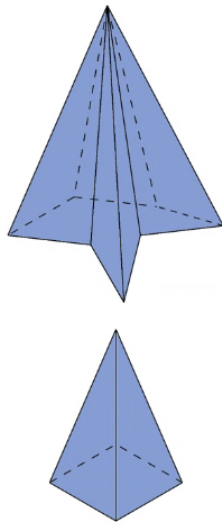
POLIEDROS CONVEXOS



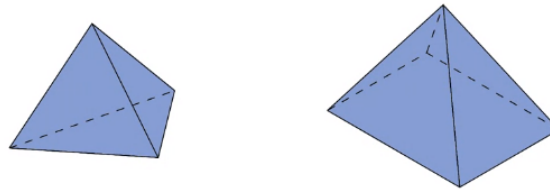
- Cualquier segmento que une dos puntos de la superficie del poliedro se encuentra en el interior del poliedro
- La cruz no es convexa
- El segundo poliedro es convexo
- El cubo es convexo
- La figura con un agujero es no convexa, cualquier figura que nos encontremos así va a ser no convexa

SI NO ES CÓNCAVO TIENE QUE SER CONVEXO Y SI NO ES CONVEXO TIENE QUE SER CÓNCAVO

PIRÁMIDES



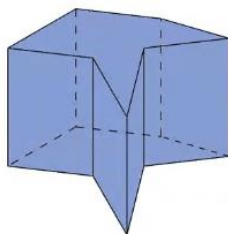
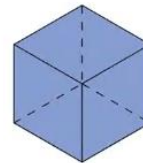
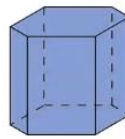
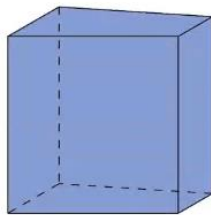
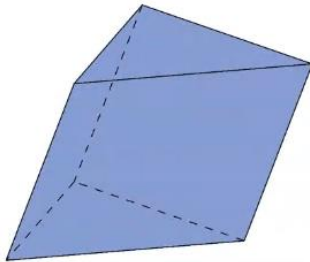
MHH



- Poliedro constituido por un polígono simple (llamado *base*) y triángulos que tienen un único lado que coincide con uno del polígono base; todos los triángulos tienen un vértice común llamado *vértice* de la pirámide
- Cuerpo geométrico que es la unión de todos los segmentos que unen todos los puntos de un polígono S con un punto P exterior al plano del polígono.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A1mide_\(geometr%C3%ADa\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A1mide_(geometr%C3%ADa)) 108

PRISMA



MHH

Un prisma es un poliedro con un polígono de n lados como base, una segunda base congruente con la anterior y paralela a ella, y n caras más (todas ellas necesariamente paralelogramos) que unen los lados correspondientes de las dos bases

[https://en.wikipedia.org/wiki/Prism_\(geometry\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Prism_(geometry))

109

*Congruentes significa iguales

CUERPOS REDONDOS



Sólidos delimitados por alguna superficie no plana

TIPOS DE GEOMETRÍA (Euclídea, proyectiva, afín, topológica)

GEOMETRÍA- FIGURAS EN EL PLANO

Euclídea, afín, proyectiva, topológica

- ¿Qué se pretende con la geometría?
 - Construir y reproducir objetos
 - Actuar sobre el espacio
 - Describir el espacio
 - Representar el espacio
 - ...
- ¿Existe una única manera de representar el espacio?
 - Se nos **presenta** una figura construida con fichas (de Lego, cubos...) y más fichas a nuestra disposición. Tenemos que construir otra figura a la primera
 - ¿Cómo se nos puede presentar la figura?

GEOMETRÍA EUCLÍDEA (EUCLIDES)

Si se nos presenta la figura construida físicamente, ¿qué pasos seguimos para reproducirla?

FIGURA CONSTRUIDA FÍSICAMENTE

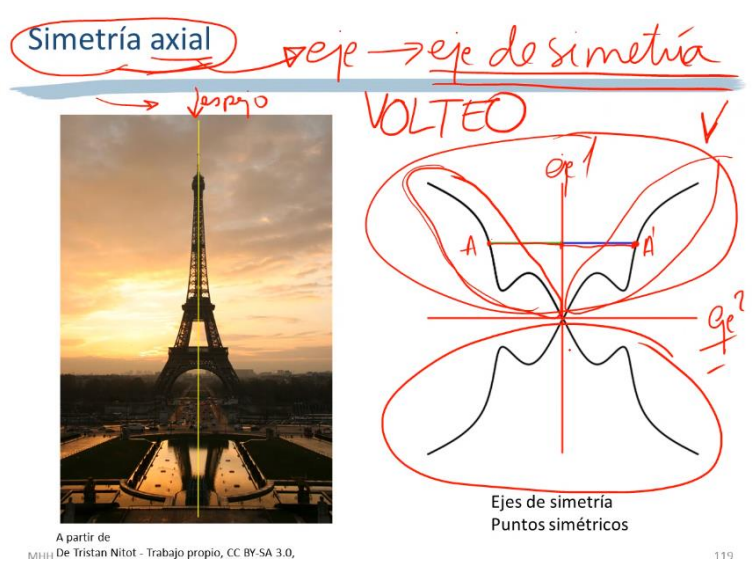
- ¿De qué información disponemos?
- ¿Cómo de “real” es la información de que disponemos?
- ¿Qué podemos decir de las fichas que componen la figura?
 - ¿Hay lados paralelos?; Y perpendiculares?
 - Si los lados son paralelos (perpendiculares) ¿continúan siéndolo cuando se mueve?
 - ¿Cuáles son sus dimensiones?
 - ¿Cómo son sus ángulos?
 - ¿Varían las longitudes y los ángulos al moverla?
 - ¿Seguro?
- Cuando terminemos de reproducir la figura, ¿qué obtendremos?

GEOMETRÍA EUCLÍDEA

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

- Transformaciones: dejan invariante las medidas (longitudes)
 - Simetría → Volteada hacia la derecha
 - Rotación → Por ejemplo: Gira 90° hacia la derecha,...
 - Traslación (arrastrar)
 - Composición de las anteriores
- Preserva (conserva)
 - Longitudes
 - Ángulos
 - Áreas
 - Volúmenes
 - Forma (derivado)

SIMETRÍA AXIAL Eje → Eje de simetría



Es importante saber cuál es el punto de simetría para calcular los ejes

*Realizar una mediatriz para ver dónde está la simetría

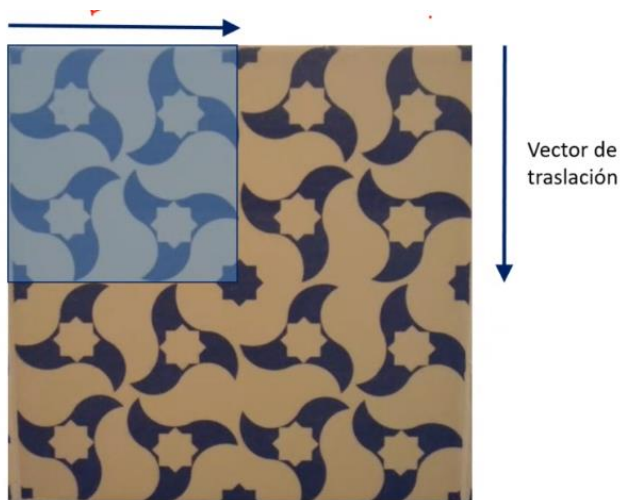
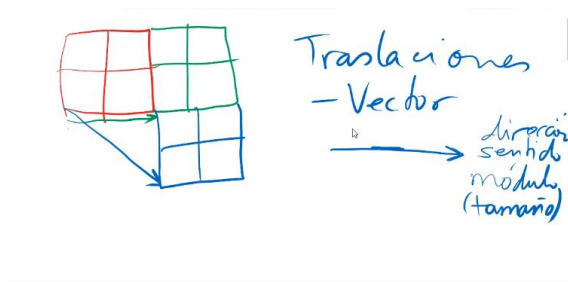
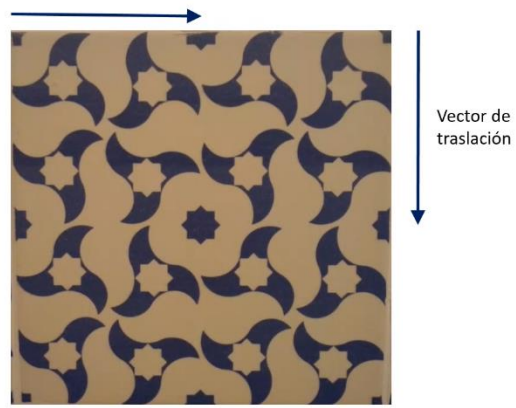
Traslación

Traslaciones → El vector nos define la traslación, es decir cuánto voy a mover la fecha. El vector de traslación nos indica cuando me voy a trasladar.

Vector: Flecha que nos señala una dirección, un sentido, un módulo (tamaño)

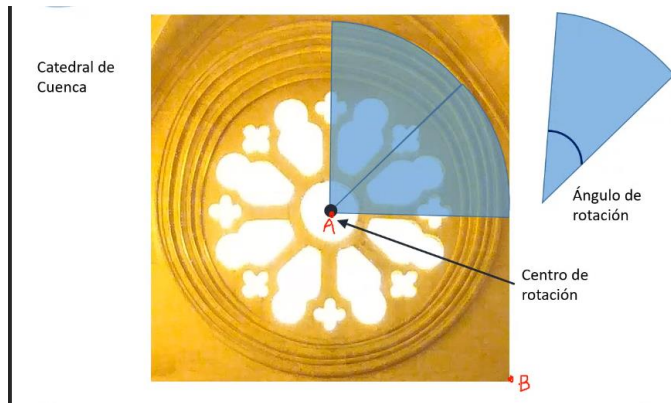
¿Cuánto me voy a trasladar? → Vector de traslación

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)



Rotación

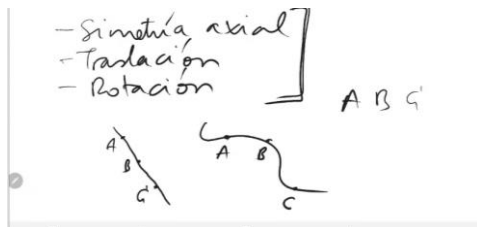
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)



Hay que decir cuál es la rotación del giro y el ángulo

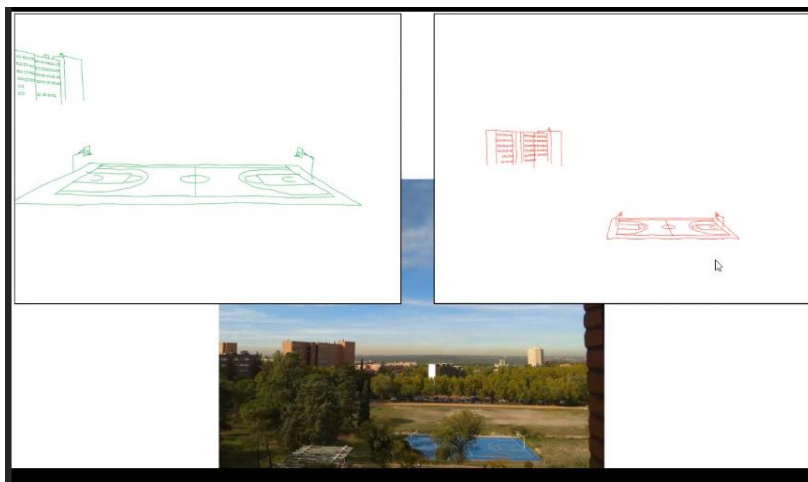
El centro del rosetón es el centro de rotación y el ángulo me lo da “el trozo de pizza” (lo azul)

Para una rotación necesitamos el centro de rotación y cuánto hay que rotar



El orden de los puntos se conserva

Ejemplo: Dibujos a través de la ventana



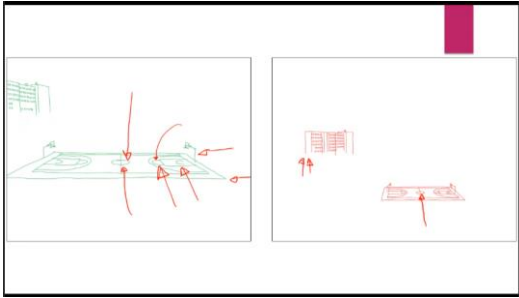
Corrección del ejercicio de mirar a través de la ventana realizado en el aula:

Las diferencias se producen sobretodo por la perspectiva,

En las diferencias encontramos las proporciones y el tamaño.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

La proyección que tu hagas desde donde proyectes la mirada, tu ojo influye mucho en como lo ves. Influye donde colocas la cabeza, donde colocas el folio, ...



Observamos líneas paralelas, semicírculos, etc

Ambos dibujos son fieles a la realidad en parte, no en todo.

Las proporciones no se mantienen porque tampoco se mantiene el tamaño.

Un dibujo está más cerca que el otro

La escala la asociamos al tamaño.

El ángulo y la perspectiva desde la que se han realizado los dibujos es distinto.

Los dibujos carecen de detalles que en la imagen real hay, como los árboles, otros edificios,...

Lo que es recto en la realidad es recto en los dibujos también.

Cuando se representa un dibujo en 2D se pierden muchos detalles e información visual que sí que podemos apreciar en la realidad.

GEOMETRÍA PROYECTIVA

Es la geometría de dibujar en el acetato, otra vez en la ventana.

Cuando vamos alejándonos, parece que más junto está todo y la distancia es cada vez menor. Las distancias no se conservan cuando hacemos una proyección y el paralelismo tampoco.

Este tipo de geometría pretende representar tal cual vemos.

PUNTOS DE VISTA

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

“– exclamó indignado el pontifice, a la vez que recriminaba al pintor porque no estaba muy conforme con la larguísima nariz que había dibujado en su cuaderno de apuntes.

– Es que la pintura se mirará desde abajo y tengo que estirar los rasgos de la cara para que no se vean aplastadas las figuras –se justificó el pintor.”

Ferrite, J.M. (2017) La modificación de la reina Leonor. Barcelona: Espasa Libros. (Página 463)

000000

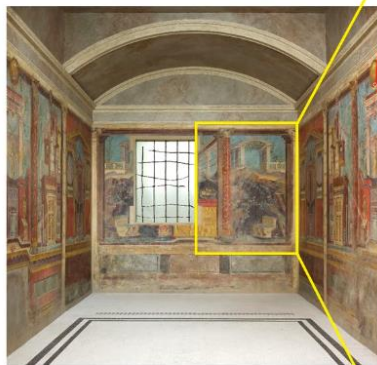
0000



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

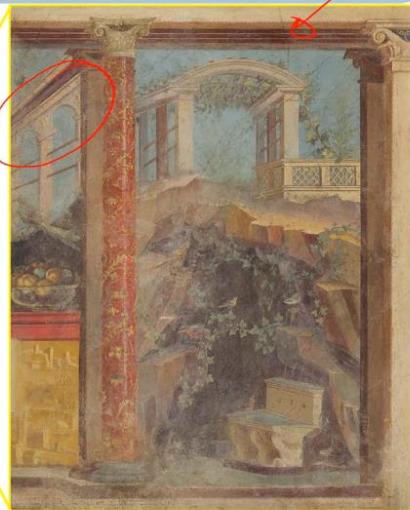


Cubiculum - Villa of P. Fannius Synistor (Boscoreale) - 50–40 a.C.



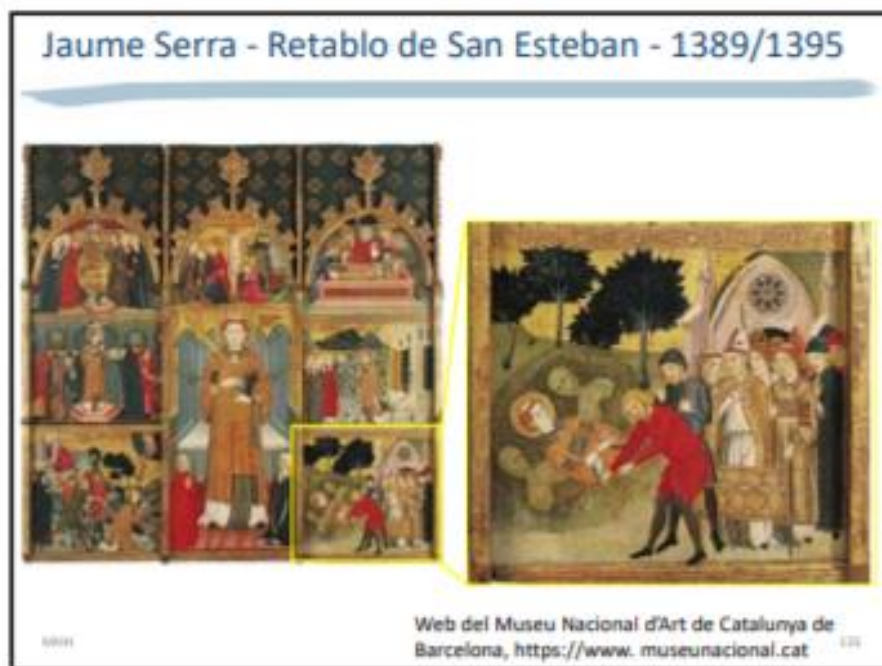
<https://images.metmuseum.org/CRDImages/gr/original/DP143704.jpg>

MHH

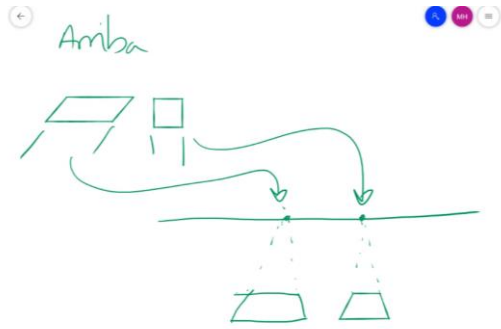


<https://images.metmuseum.org/CRDImages/gr/original/DP170940.jpg>³⁰

La perspectiva comenzó a trabajarse más a partir del Renacimiento

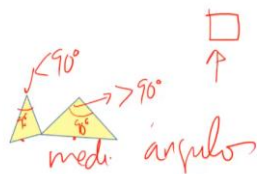


A esta línea le llamamos PUNTO DE FUGA,



PUNTOS DE VISTA CUADRADOS



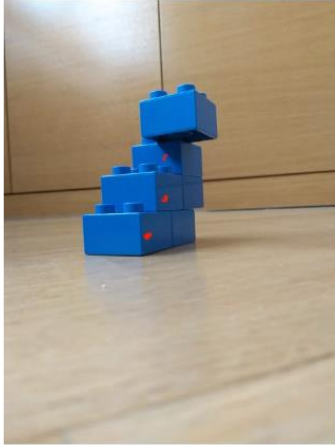


La medida de los ángulos no se conserva cuando hacemos proyecciones



Si se nos da una fotografía de la figura, ¿qué pasos seguimos? ¿Podremos reproducirla?

¿QUÉ SUCEDE?



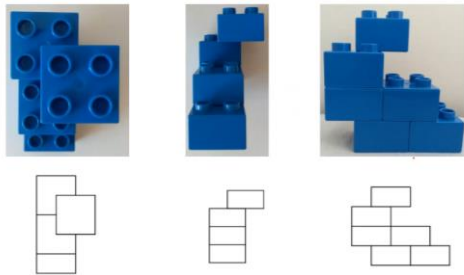
¿Se conservan rectas? *SI*
 ¿Se conserva el orden de los puntos en las rectas? *SI*
 ¿Se conservan las distancias? *NO*
 ¿Se conservan los ángulos? *NO*
 ¿Se conservan las proporciones? *NO* *simplex*

¿Se conserva paralelismo? *NO*

GEOMETRÍA AFÍN

¿Suficiente información?

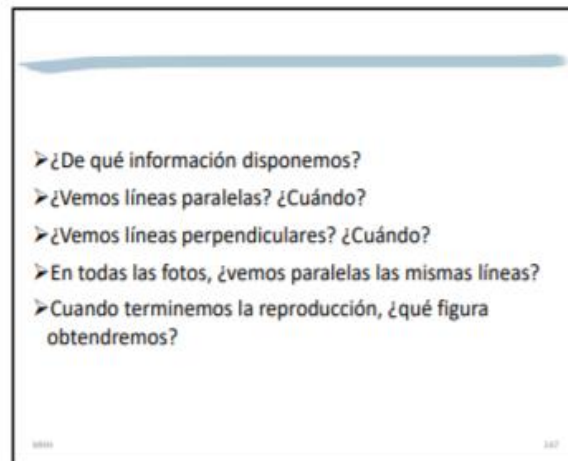
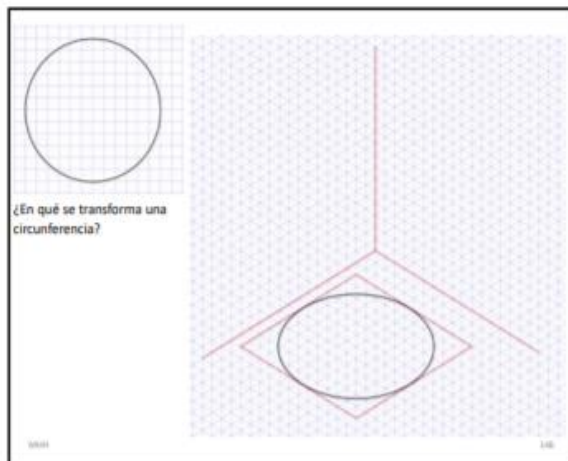
¿Mejora?



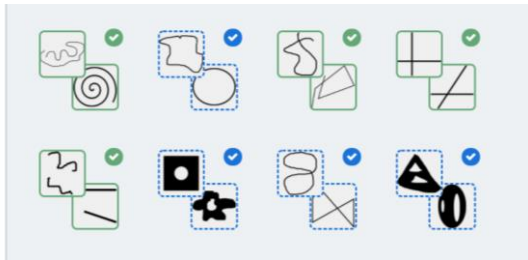
Alzado, planta y perfil.

INTERPRETACIÓN DE REPRESENTACIONES 2D DE FIGURAS 3D

¿Se conservan rectas? *SI*
 ¿Se conserva el orden de los puntos en las rectas? *SI*
 ¿Se conservan las distancias? *NO*
 ¿Se conservan los ángulos? *NO*
 ¿Se conservan las proporciones? *NO* *algunas*
 ¿Se conserva paralelismo? *SI* *obras rectas otros NO*



JUEGO: ¿CON QUÉ CRITERIOS SE EMPAREJAN LAS CARTAS?



TOPOLOGÍA

INVARIANTES TOPOLÓGICOS

Se conservan

- Orden de los puntos
- Interioridad y exterioridad
- Número de puntos marcados sobre la figura
- "Proximidad"

NO se conservan

- Orientación
- Dimensiones
- Paralelismo
- Forma de las líneas

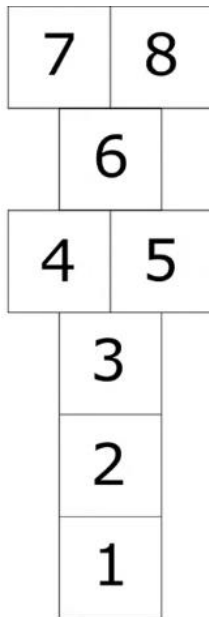
MHH

151

TRANSFORMACIÓN TOPOLÓGICA



¿QUÉ PROPIEDADES DE CARÁCTER TOPOLÓGICO INTERVIENEN EN LA RAYUELA?

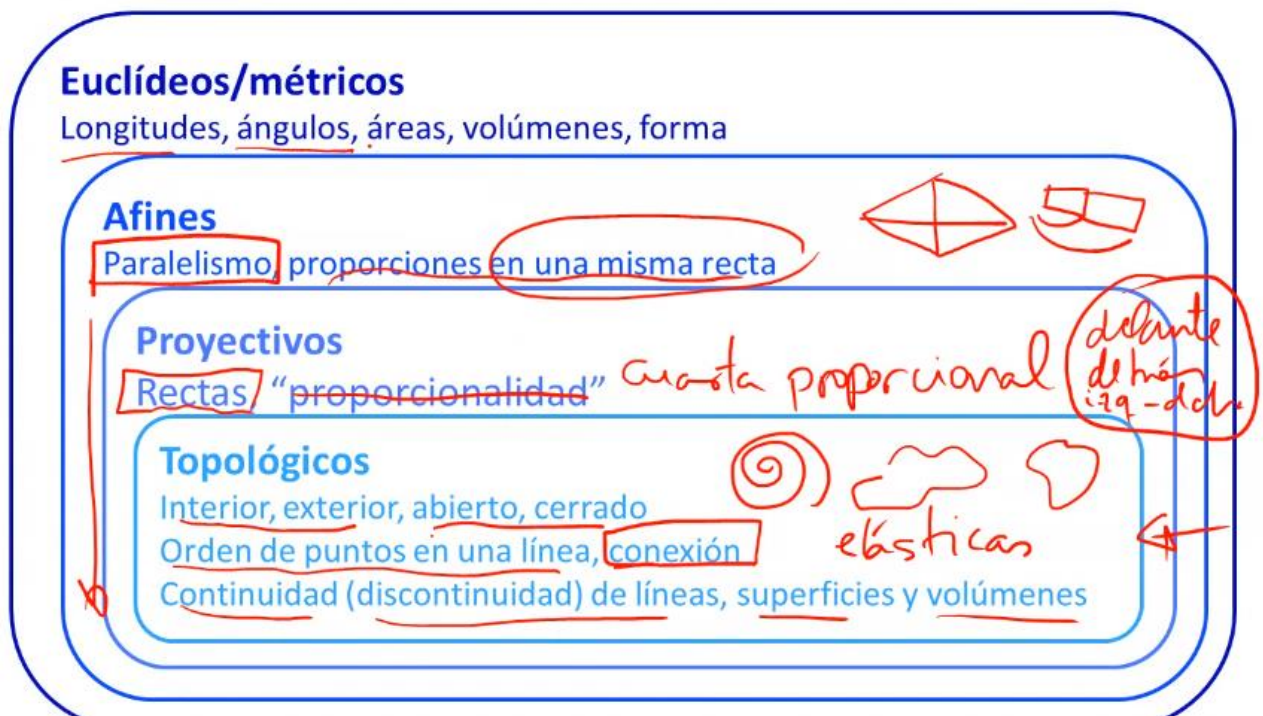


➤ “El juego comienza tirando una piedra pequeña (también llamada tejo) en el cuadrado número 1, intentando que la piedra caiga dentro del cuadrado sin tocar las rayas externas. Se comienza a recorrer la rayuela sin pisar las rayas, guardando el equilibrio hasta que se llega al cuarto piso donde hay dos casillas y podemos apoyar los dos pies (uno en el 4 y otro en el 5). Seguimos al número 6 a pata coja y nuevamente, apoyamos los dos pies, uno en el 7 y el otro en el 8. Ahora hay que volver al número 1, dando la media vuelta de un salto, (siempre sin pisar las rayas) y deshacer el mismo camino hasta el número 1 donde nos agacharemos a por la piedra sin apoyar el otro pie. Si no hemos pisado raya continuamos el juego, ahora tirando la piedra en la casilla número 2 y repitiendo lo mismo. Si la piedra no cayera dentro de la casilla número 2 o tocara raya, pasaría el turno al siguiente jugador. El objetivo es tirar la piedra en todas las casillas sucesivamente. Quien acabe antes, gana.”

[https://es.wikipedia.org/wiki/Rayuela_\(juego\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Rayuela_(juego))

INVARIANTES GEOMÉTRICOS (que no varían , que cambian A pesar de las transformaciones que se hagan)

Diferentes tipos de propiedades .



CONOCIMIENTOS PREVIOS DE LOS ALUMNOS DE EI

Neurociencia: Nos da las explicaciones a experimentos neurológicos que se hicieron antiguamente

Conocimientos innatos

¿Constituye la geometría un conjunto básico de intuiciones presentes en todos los humanos, independientemente de su lenguaje o escolaridad?

(Referencia [\(Dehaene, Izard, Pica, & Spelke, 2006\)](#))

Existen dos sistemas nucleares de conocimiento (CKS, core knowledge systems) de geometría

(Referencias [\(Spelke, 2011a\)](#) y [\(Spelke, 2011b\)](#))

MHH 158

NEUROCIENCIA Y NAVEGACIÓN

Navegar en el mundo, y tiene relación con la orientación

CONFERENCIAS

Enlaces a las conferencias

ÁREAS DEL CEREBRO IMPLICADAS EN LA NAVEGACIÓN

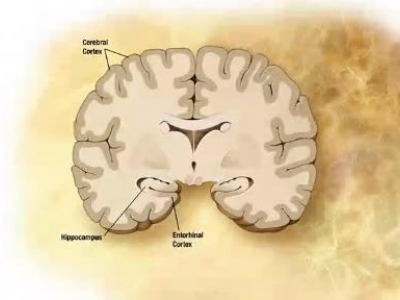
Formación hipocampal

Hipocampo



Images are generated by Life Science Databases(LSDb). [CC BY-SA 2.1 IP
(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.1/jp/deed.en>)]

Corteza entorrinal



ADEAR: "Alzheimer's Disease Education and Referral Center, a service of the National Institute on Aging." [Public domain]

Circunvolución dentada

Complejo subicular

Células de lugar (Place cells, O' Keefe, 1971)

Hipocampo

<https://youtu.be/BEScyWMv5kk?t=800>

Vdegroot at Dutch Wikipedia [CC BY-SA] (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)

Stuartlyatn at English Wikipedia [CC BY-SA] (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)

Jankowski M, O'Mara S at English Wikipedia (Creative Commons Attribution 4.0 International) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en>) (https://en.wikipedia.org/wiki/File:Dynamics-of-place-boundary-and-object-encoding-in-rat-anterior-claustrum-Video_1.ogv#file)
Modificado el formato de ogv a mp4

MHH 162

Presubículo Corteza entorrinal

Head Direction -45°

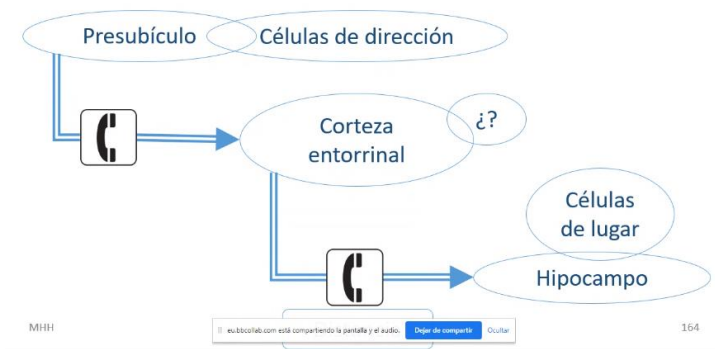
Head Direction 0°

Head Direction 60°

N1 N2 N3

Dependiendo de donde estés mirando se activan unas u otras

- ¿Cómo llega información a las células de lugar para que éstas creen un mapa?
- ¿Cómo se combina la información de las células de lugar y las células de dirección?



Corteza entorrinal <https://youtu.be/BEScyWMvSkk?t=1255>

(C) Torkel Hafting [CC BY-SA] (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)
 wrem:User:Torkel, Torkel Hafting [CC BY-SA] (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)
 Rejilla superpuesta

Distancia módulo 1 * 1,4 = Distancia módulo 2
 Distancia módulo 2 * 1,4 = Distancia módulo 3 700000 células de red

MHH 1,4 ≈ √2 [Dejar de compartir](#) [Ocultar](#) 165

Células azules son de un grupo y las células negras de otro

Células de lugar (Place cells) y de red (Grid cells)

Además de en ratas:

- Ratones
- Murciélagos
- Monos
- Humanos

MHH [Dejar de compartir](#) [Ocultar](#) 166

Somos capaces de medir distancia con las células de red

“GPS humano”

$P = (13, 150^\circ)$

• Head direction cells
 • Grid cells

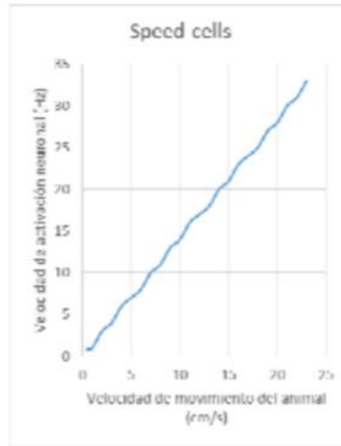
Lugar = (distancia, dirección)

MHH 167

Células de velocidad
(Speed cells, Kropff, Carmichael, Moser, Moser, 2015)

Corteza entorrinal

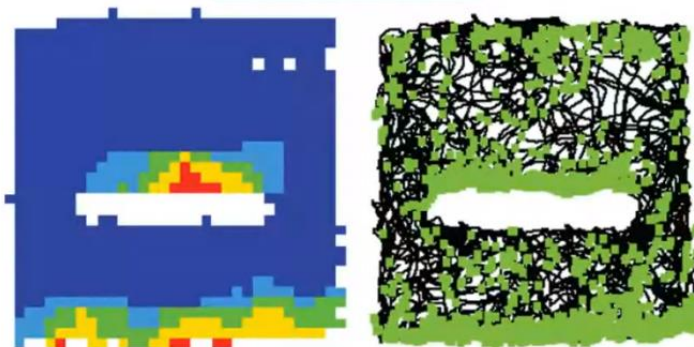
- ¿Actualiza el mapa mental (grid cells) adecuadamente según la velocidad?
- ¿Cómo sabe el cerebro a qué velocidad nos movemos?
- $\text{Espacio} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$
- <https://www.conicet.gov.ar/que-son-las-speed-cells/>



Células de borde (Border cells)

Subículo, presubículo, corteza entorrinal

<https://youtu.be/395Z21Fvb4c?t=563>



¿Células innatas o generadas por aprendizaje?

- Células de lugar, de dirección y de borde
 - En ratas: 2 días después de abrir los ojos
- Células de red
 - En ratas: escasa actividad 2 días después de abrir los ojos
 - Si no se crían en un ambiente propicio, ¿tienen células de red?



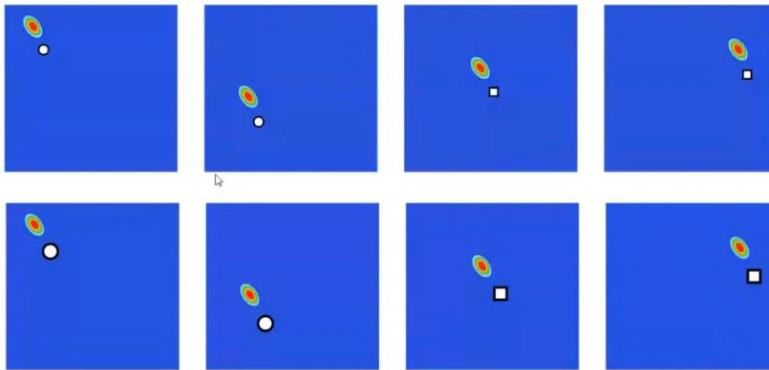
Las células de red son sensibles a las paredes rectas y a los rincones/esquinas

MHH

171

Células vector-objeto (Vector-object cells, Høydal, Skytøen, Andersson, Mosser, Mosser, 2019)

Corteza entorrinal



Activación a determinadas distancia y dirección del objeto
Aunque esté suspendido, no tocando el suelo (visión)

MHH

172

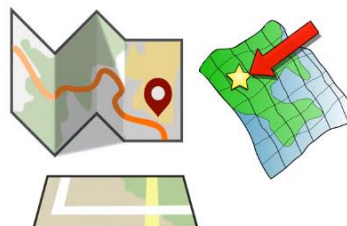
Rigidez vs. Versatilidad de células

Corteza entorrinal

- La rejilla de cada célula de red se mantiene constante independientemente del entorno

Hipocampo

- La activación de cada célula de lugar es dependiente de cada entorno



MHH

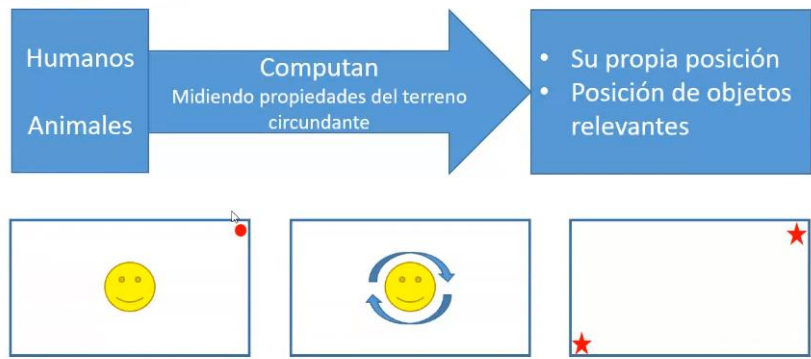
173

TIPOS DE CÉLULAS ESPACIALES

- Lugar (place)
- Dirección (head direction)
- Rejilla (grid)
- Velocidad (speed)
- Borde (border)
- Vector-objeto (vector-object)

GEOMETRÍA NUCLEAR PARA NAVEGACIÓN

Geometría nuclear para navegación




La navegación de los niños fue guiada de alguna manera por la forma de sus alrededores

(Referencias [\(Spelke, 2011a\)](#) y [\(Spelke, 2011b\)](#))

MHH

176

Experimentos

Edad	Entorno	Autores
12 meses	Habitación rectangular	(Hermer & Spelke, 1996)
24 meses	Habitación rectangular grande y pequeña	(Learmonth, Newcombe & Huttenlocher, 2001)
24 meses	Habitación rectangular grande y pequeña con paredes homogéneas, con paredes distinguibles por color, dotadas de puntos de referencia distintivos	(Hermer & Spelke, 1996) (Learmonth, Newcombe, Huttenlocher, 2001)
Niños (> 2 años)	Habitaciones con otras formas: <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos isósceles • Cuadrados con abultamientos 	(Lourenco & Huttenlocher, 2006) (Wang, Hermer-Vazquez, & Spelke, 1999)

MHH

177

Autodesorientación vs. Desorientación del entorno

Sirve para que el niño se localice con respecto a sus alrededores

No especifica las posiciones relativas de objetos móviles

(Referencias (Spelke, 2011a) y (Spelke, 2011b))

MHH 1/78

¿QUÉ TIPO DE INFORMACIÓN ACEPTA ESTE SISTEMA?

Sí → distancias y direcciones de superficies extendidas

No → distancias y direcciones de objetos independientes, aún siendo estos grandes

Las columnas contribuyen a la forma de la habitación

(Referencias (Spelke, 2011a) y (Spelke, 2011b))

MHH 1/79

Experimentos en los que se busca otro tipo de experimentos para orientarse

3D vs. 2D

Sí → distancias y direcciones de superficies extendidas 3D

No → distancias y direcciones de superficies extendidas 2D

Buscan el objeto escondido solo en el saliente en el que está escondido

Buscan el objeto escondido en ambos parches

(Referencias (Spelke, 2011a) y (Spelke, 2011b))

MHH 1/80

Primacía de la superficie del suelo y sus bordes como información para la propia posición.

La forma del entorno es la misma

- Los niños se reorientan si el elemento distintivo es un pequeño marco (rectangular) o unos salientes en el suelo
- Los niños no se reorientan si la delimitación es por bordes con contraste (D) prominente o por columnas con salientes elevados

A partir de Referencia (Spelke, 2011b)

(Referencias (Spelke, 2011a) y (Spelke, 2011b))

181

Hipótesis: células borde

En los dos primeros casos (los de arriba), los niños si que se orientan. Se dice que se orientan porque son indistintivos. Se orientan también porque tenemos unos pequeños marcos o salients en el suelo.

Sin embargo, en el 3 y el 4 perdemos la capacidad de orientarnos ya que no hay relieve .

Tenemos células borde que se activan con un borde. Y es probable que por eso en los dibujos 1 y 2 nos orientemos y en el 3 y el 4 no.

INSENSIBILIDAD A ÁNGULOS

Insensibilidad a ángulos

Euclidea → long. ángulo, dir. (circled)

Los niños no emplean diferencias angulares entre las diferentes esquinas ni para reorientarse ni para especificar la única posición de un objeto

- El sistema es sensible a dos propiedades fundamentales de la geometría Euclidea (distancia y dirección)
- El sistema no es sensible a la tercera propiedad: ángulo

(Referencias (Spelke, 2011a) y (Spelke, 2011b))

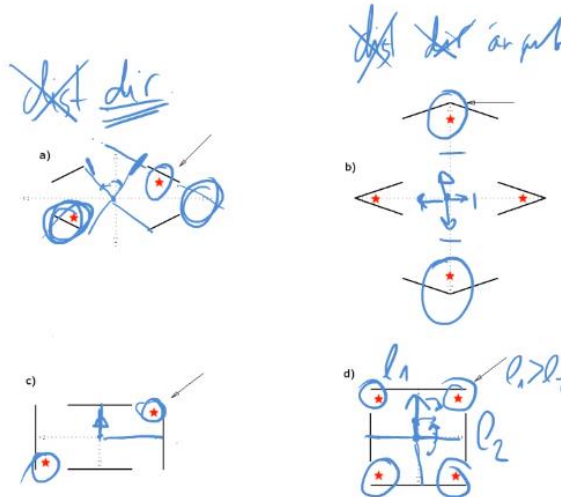
182

Diferencia entre distancia y longitud: Utilizan diferentes palabras para dejar claro a qué se están refiriendo

INSENSIBILIDAD PARA ÁNGULOS Y LONGITUDES

Insensibilidad para ángulos y longitudes

- a) Reorientación en entorno continuo y fragmentado, no hay necesidad de ver los ángulos
- b) Distinción angular no sirve para reorientarse
- c) Reorientación sin necesidad de ver superficies de diferentes longitudes
- d) Distinción de longitudes no sirve para reorientarse



Todas las disposiciones en un entorno cilíndrico

Distancia c * dirección c * longitud *

(Referencia (Spelke, 2011a))

*Distintas longitudes no sirven para reorientarse

Estamos evaluando tres cosas en estos dibujos. Distancia, dirección y longitudes de las paredes.

Para orientarnos empleamos la distancia y la dirección.

En la geometría Euclídea empleamos para orientarnos: La distancia y la dirección. La longitud y los ángulos no.

Euclídea

	distancia	dirección	long.	ángulos
orient.	✓	✓	X	X

reconoc. objetos

geom. núcleo

*Las geometrías nucleares, el núcleo por el que nacemos.

GEOMETRÍA NUCLEAR PARA RECONOCIMIENTO DE OBJETOS

Niños

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

- **Ajenos** a marcas en la superficie y relaciones de **longitudes** y de **ángulos** en disposiciones **navegables** a **gran escala**
- **Altamente sensibles** a relaciones de **ángulos** y de **longitudes** cuando aparecen en imágenes u objetos **pequeños**

En todas las edades

- Niños y adultos detectaron **relaciones de ángulos y de longitud** con relativa facilidad, pero **hasta la adolescencia fallaron** en detectar **relaciones direccionales** (estudios (Izard & Spelke, 2009), ([Izard et al., 2011](#)))

Referencia ([Spelke, 2011a](#))

MHH

185

LONGITUD- ÁNGULO-SENTIDO

- **Longitud** (relativa y absoluta) y **ángulo** tienen estatus **privilegiado** en cuanto a la percepción de formas se refiere
- El **sentido** (espejo) requiere un **paso adicional**: rotación mental para alinear los objetos

Referencia ([Izard et al., 2011](#))

ÁNGULO-TAMAÑOS-SENTIDO

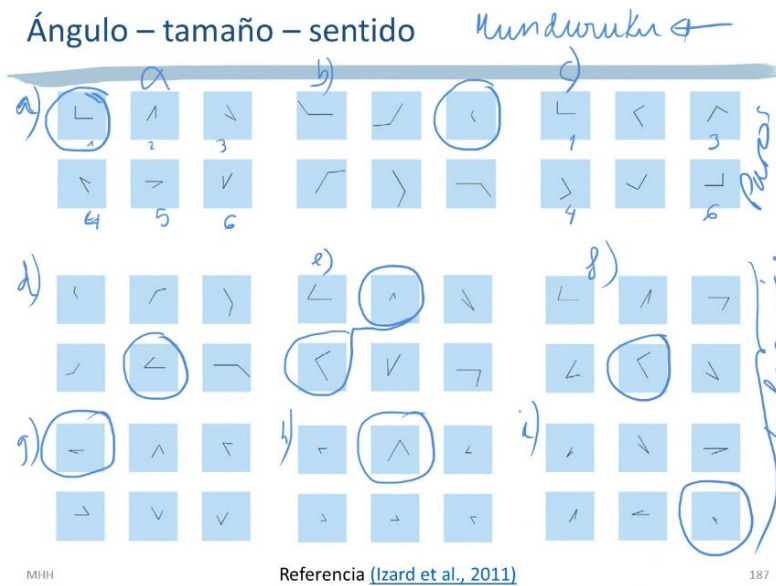
Ángulo – tamaño – sentido

Referencia ([Izard et al., 2011](#))

ÁNGULO-TAMAÑO-SENTIDO

¿Cuál es el que se diferencia del resto de ángulos?

Este experimento lo han hecho con una tribu dl Amazonas, que no tienen establecida la geometría euclídea como nosotros (Ángulo, tamaño y longitud)



Los hemos escogido:

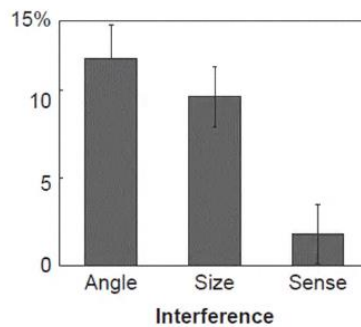
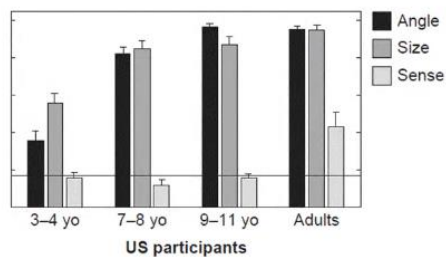
- 1) Por el ángulo
- 2) Por el tamaño
- 3) El distinto es el 6 y nos cuesta distinguir porque el sentido no es tan determinante como el ángulo o el tamaño.
- 4) Por el ángulo, inferencia del tamaño.
- 5) Por el tamaño, inferencia del ángulo
- 6) No hay ángulos iguales, el ángulo interfiere. Por lo tanto, por el sentido e inferencia del ángulo.
- 7) Por el ángulo, interferencia del sentido
- 8) Por el tamaño, interferencia del sentido
- 9) Por el sentido, interferencia del tamaño

ÁNGULO-TAMAÑO-SENTIDO

Las respuestas fueron más precisas para los ensayos puros de ángulo y tamaño que para los de sentido.


Interferencias de ángulo o tamaño reducían la precisión de las respuestas en comparación con los ensayos puros

Interferencias de sentido no afectaban las respuestas de ángulo y tamaño



Esta gráfica lo que me indica es que: Ángulo y tamaño SÍ, pero sentido NO

GEOMETRÍA NUCLEAR PARA EL RECONOCIMIENTO DE OBJETOS



- Sirve para representar la forma de figuras visuales 2D y objetos móviles, capturando las relaciones de longitud y ángulo que son invariantes sobre cambios de tamaño
- Se activa con las formas de patrones 2D u objetos independientes/sin apoyos
- Representa distancia y ángulo, no información de sentido que distingue una imagen de su simétrica

Referencia [\(Spelke, 2011b\)](#)

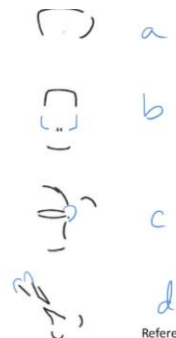
longitud / tamaño

MHH 190

¿QUÉ REPRESENTAN ESTAS FIGURAS?

A)

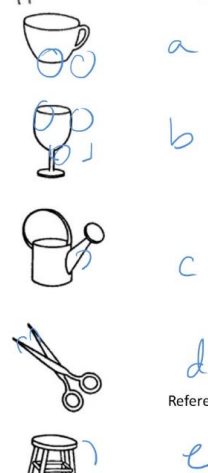
¿Qué representan estas figuras?



Referencia [\(Spelke, 2011a\)](#)

MHH 191

¿Qué representan estas figuras?




Referencia [\(Spelke, 2011a\)](#)

MHH 191

COMPRACIÚN DE LAS DOS GEOMETRÍAS NUCLEARES

NAVEGACIÓN VS. RECONOCIMIENTO

Representaciones de entornos de navegación

- Excluyen formas 2D y objetos móviles 
- Alta sensibilidad a distancia y dirección
- Escasa o nula sensibilidad a longitud y ángulo
- Preservadas a pesar de la eliminación de esquinas y perturbadas por la interrupción de superficies continuas y suaves

Representaciones de figuras visuales

- Se aplica a formas visuales 2D y objetos manipulables/movibles
- Obvian distancia y dirección (sentido)
- Alta sensibilidad a longitud y ángulo
- Dependencia de esquinas y uniones (sufre con la eliminación de esquinas e intersecciones)

MHH

Referencia (Spelke, 2011b)

193

COMBINACIÓN DE LAS DOS GEOMETRÍAS NUCLEARES

- Navegación por ángulo y longitud relativa así como por sentido/dirección y distancia relativa
- Distinción de formas y objetos de sus simétricos si se vieran con las propiedades del sistema de navegación
- Posibles medios de combinación
 - Sistemas de símbolos visuales (mapas)
 - Lenguaje espacial

Referencia (Spelke, 2011b)

MHH

15

SUGERENCIA PARA EDUCACIÓN

- Parte de la geometría Euclídea podrían enseñarse mediante tareas de **navegación** y de análisis de formas- conocimientos previos del alumno

PENSAMIENTO ESPACIAL

Habilidades:

- Orientación espacial
- Visualización espacial

Orientación espacial

- Conocimiento del lugar donde nos encontramos
- Cómo nos podemos desplazar alrededor del mundo
- Implica: comprender las relaciones entre las diferentes posiciones del espacio
 1. Con respecto a nuestra propia posición y nuestros propios movimientos alrededor de ella
 2. Desde una perspectiva abstracta
 - Mapas
 - Coordenadas
- Relacionado con conocimiento matemático y la forma como “recordamos las cosas”
- Desarrollo
 1. Habilidades innatas
 2. Desarrollo de habilidades por experiencia e influencias socioculturales

PREGUNTAS A LAS QUE VAMOS A RESPONDER:

- ¿Qué pueden comprender y representar los niños pequeños acerca de las relaciones espaciales y la navegación?
- Cuando pueden representar este conocimiento desde el punto de vista más abstracto...?

ORIENTACIÓN ESPACIAL(Spatial thinking)

Cuatro bloques que vamos a tratar

1. Localización espacial y navegación intuitiva
2. Organización espacial (spatial thought)
3. Modelos y mapas
4. Coordenadas y estructuración espacial

TEORÍAS DE LA ORIENTACIÓN ESPACIAL

- Innatismo: (Spelke et al.) geometría nuclear para navegación
- Tabla rasa (Piaget): la representación del espacio no es una “lectura” del entorno espacial, es construida a partir de la manipulación activa del entorno
 - Primero se construye el espacio cercano y posteriormente el lejano
 - ¿Primacía topológica?
 - Paso de etapas de construcciones espaciales egocéntricas a construcciones aloecéntricas
 - Primero nociones topológicas, luego proyectivas y finalmente euclídeas

LOCALIZACIÓN ESPACIAL Y NAVEGACIÓN INTUITIVA

Localización espacial y navegación intuitiva

9nd place. → Tolman

- Niños y adultos desarrollan “mapas mentales”
 - Mapa mental ≠ Dibujo mental de un mapa de “papel”
 - Mapa mental = conocimiento privado e idiosincrasias
 - Construcción a medida que se aprende del espacio
- Aprendizaje sobre el espacio
 - Sistemas de referencia basados en uno mismo, en el propio cuerpo
 - Sistemas de referencia basados en otros objetos, en agentes externos

SISTEMAS DE REFERENCIA PROPIOS

- Sistemas de referencia propios: codifican la posición del propio movimiento
 - Aprendizaje de respuesta (sensorimotor)
 - Registra una localización o una ruta por una secuencia de movimientos
 - Integración de recorrido/senderos de integración (*path integration*)
 - Codifica localizaciones basándose en distancia y dirección de movimientos propios

Edad	Capacidad
6 meses	Uso de <i>integración de recorrido</i>
8 meses	Codificación de cantidad de movimiento rotacional sobre su propio eje
9 meses	Codificación de cantidad de movimiento en línea recta
1 año	Codificación de distancia y dirección con cierta precisión durante movimiento propio
16 meses	Integración de recorrido con ambos, traslación y rotación
4 años - adultez	Calibración fina del sistema y habilidad para ignorar información visual distractora

MHH

SISTEMAS DE REFERENCIA EXTERNOS

➤ **Basados en estructuras del entorno y puntos de referencia**

- Aprendizaje por un punto de referencia (cue learning):
Identificación de la localización de un objeto en base a puntos de referencia coincidentes/casuales (*faro*)
 - El osito está en el sofá, debajo de una caja...
- Aprendizaje por varios puntos de referencia/del lugar (place learning):
Construye localizaciones, un mapa espacial, basándose en distancias y direcciones de puntos de referencia del entorno (*landmarks*) ~ construcción de "mapa mental"
Base para aprendizaje posterior de sistemas de coordenadas

Edad	Capacidad
21 meses	Emerge <i>aprendizaje por varios puntos de referencia</i>
5 años	Representación de la posición de un objeto con respecto a múltiples <i>landmarks</i>
5-7 años	Incremento de la habilidad de controlar su posición en laberintos y áreas abiertas

MHH

DESARROLLO

➤ Temprano

- Sistema interno: aprendizaje de respuesta ↔
- Sistema externo: aprendizaje por señales (*cue learning*) ↔

➤ Posterior

- Sistema interno: sendero de integración ↔
- Sistema externo: aprendizaje del lugar *21 meses*

USO FUNCIONAL DE COCNOCIMIENTO ESPACIAL PARA BÚSQUEDA

Edad	Capacidad
18-24 meses	<u>Buscar múltiples objetos</u>
24-42 meses	Usar relaciones entre objetos
1-2 años (toddler)	Comprobar una formación de objetos buscando exhaustivamente en grupos de tres sitios
<5 años (preschoolers)	Planificar búsquedas exhaustivas en áreas pequeñas (incluyendo memoria de las posiciones ya comprobadas)
5 años	Usar configuraciones espaciales de orden superior o patrones para apoyar a las búsquedas

MHH

210

Búsqueda de un objeto debajo de un vaso en colección de vasos

Edad	Modalidad	Tiempo	Distribución	ESTRATEGIAS	azar
Paseo	Movimiento	de colección	de objetos		
1	Prob	3	línea	De extremo a extremo	(línea) → tabular random aleatorio
2	Prob	3	línea	espacial ordenamiento	
3	Prob	5	línea	de extremo a extremo	
4	Prob	5	línea	con apilado	
	Prob	5	línea	con	

Prob 20 días

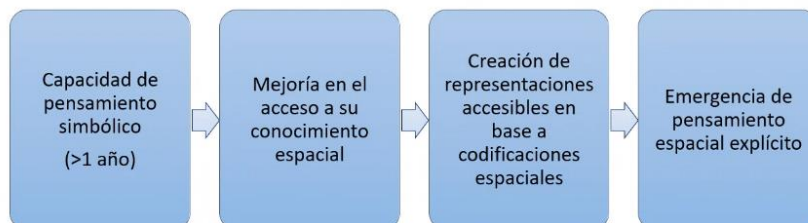
ORIENTACIÓN ESPACIAL

Organización espacial:

DESARROLLO DE ORGANIZACIÓN ESPACIAL

- Innatismo
- Experiencia visual importante para el desarrollo del conocimiento espacial
- Pero se pueden construir relaciones espaciales sin entrada visual (diversidad funcional visual)
- Codificaciones espaciales y representaciones son más espaciales que visuales
- Conocimiento espacial temprano no es métrico (Piaget): falso

ORGANIZACIÓN ESPACIAL (orientación)



- Aprenden a tener en cuenta las perspectivas de los otros con respecto a su visión de los objetos
- Aprenden a coordinar diferentes puntos de vista sobre los objetos
- Utilizan un marco externo de referencia para resolver diferentes puntos de vista

- Definición de marco de referencia externo

PERSPECTIVA ESPACIAL

➤ Individuo es observador

- Se mueve el objeto permaneciendo fijo el observador
- Se mueve el observador con respecto a objetos y disposiciones de objetos
- Se mueven tanto los objetos como el observador



Benjamín Núñez González [CC BY-SA
(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)]

➤ Cambios de perspectiva

- Dimensiones
- Forma
- Lateralidad
- ...



MHH

Cuando cambiamos de perspectiva, hablamos de perspectiva proyectiva y cambia mucho la manera en la que vemos las cosas.

La lateralidad es una cosa que también cambia, es provocada por el cambio de perspectiva

PERSPECTIVA ESPACIAL

- Factores que influyen en la resolución de tareas relacionadas con cambios de perspectiva
 - Experiencia previa con diferentes puntos de vista
 - Movimiento real vs. Movimiento imaginado
 - Disponibilidad de puntos de referencia externos

NAVEGACIÓN A TRAVÉS DE AMBIENTES A GRAN ESCALA

- Entornos de gran tamaño
- Requiere: Representaciones integradas
 - Solo se ven algunos puntos de referencia en un punto dado
- Solo los niños mayores de preescolar: aprenden rutas escaladas de caminos familiares
 - Saben acerca de las distancias relativas entre puntos de referencia
- Incluso niños menores. Aprenden a colocar diferentes ubicaciones en una ruta en algunas relaciones (ciertas ubicaciones)
 - Señalar una ubicación desde otra aún cuando no hayan recorrido el camino que conecta ambas
- Movimiento auto-producido:

≥ 3,5 años: aprender a recorrer camino de su silla a la del profesor

Kinder: si no recorren el camino no son capaces de imaginarlo, necesidad de movimiento para construir la imagen mental

Desde preescolar a primeros cursos de primaria: necesidad de puntos de referencia y límites para llevar a cabo estas tareas

MHH

217

NAVEGACIÓN A TRAVÉS DE AMBIENTES A GRAN ESCALA

- Adultos: no tienen ideas perfectamente precisas acerca del espacio
- Espacio centrado en la propia casa o en otro lugar familiar
- El espacio se ve más denso según se acercan al centro familiar, las distancias parecen mayores según se encuentran más cerca

Depende mucho la concepción del espacio dependiendo de si es un espacio conocido para nosotros o no

¿LA EXPOSICIÓN AL LENGUAJE ESPACIAL INFLUYE EN LA RESOLUCIÓN DE TAREAS ESPACIALES?

RELACIÓN ENTRE LENGUAJE Y DESEMPEÑO ESPACIAL

- Términos espaciales de dimensión
 - Grande, pequeño, alto, grueso...
- Términos espaciales de forma
 - Círculo, rectángulo, octógono, triángulo
- Términos espaciales de propiedades de objetos
 - Curvo, plano, puntiagudo...

LENGUAJE Y DESEMPEÑO ESPACIAL EN EXPERIMENTOS

- Encontrar un objeto que esconde un adulto
 - El adulto describe la posición del objeto mediante **términos espaciales**
 - Estoy poniendo el dado *sobre/en/debajo de* la caja.
 - El adulto describe la posición del objeto mediante **términos deícticos**, no propiamente espaciales
 - Estoy poniendo el dado *aquí*.
 - ¿En qué situación han demostrado los niños tener más éxito?
- Reorientación espacial
 - Producción de términos *izquierda y derecha*
 - ¿Qué niños se reorientan mejor, los que producen los términos izquierda y derecha o los que no?

MHH

221

- “Los niños que escuchan y producen lenguaje espacial durante variadas tareas espacio-cognitivas a menudo resuelven mejor dichas tareas que aquellos que no reciben o producen lenguaje espacial”
- “Las conversaciones sobre espacio mantenidas de manera temprana por niños son un predictor de su pensamiento espacial posterior”

(Pruden, Levine & Huttenlocher, 2011)

EVOLUCIÓN INFANTIL DEL LENGUAJE ESPACIAL

Edad	Habilidad
14-46 meses	Con mayor probabilidad los niños expuestos a abundante lenguaje espacial producen lenguaje espacial
54 meses	Con mayor probabilidad los niños que producen más lenguaje espacial resuelven con más éxito problemas espaciales

¿A qué edad los niños utilizan y hacen representaciones del espacio?

ORIENTACIÓN ESPACIAL

Modelos y mapas

- Para dotar de significado a un mapa, los niños tienen que crear correspondencias geométricas relacionales entre elementos, pues estos varían en escala y perspectiva (representación, simbolización)

MODELOS Y MAPAS: Representación del entorno espacial

- 2 años: capaces de encontrar a mamá detrás de una barrera tras observar la situación desde arriba
- 2.5 años: ubicar un juguete cuando se les muestra una imagen del espacio
- 3 años: pueden ser capaces de construir modelos simples pero significativos con paisajes de juguetes
Habilidad limitada hasta 6 años
- >3 años (en torno a 4): pueden interpretar arbitrariamente símbolos en mapas
Se pueden beneficiar de los mapas y los pueden usar como guías de navegación (ej. para seguir una ruta) en situaciones simples

MHH

227

MODELOS Y MAPAS: USO VS. PRODUCCIÓN

- Preescolar: mayor uso de modelos y mapas que producción de estos
- Localización de objeto en una estancia tras mostrar su ubicación en un modelo (maqueta) de esta
 - 2.5 años: no encuentran el objeto
 - 3 años: encuentran el objeto
- Localización de objeto en una estancia tras mostrar su ubicación en un dibujo o en una fotografía
 - > 2.5 años: encuentran el objeto

MODELOS Y REPRESENTACIÓN DE SÍMBOLOS

En cuanto a la interpretación de símbolos: ¿Qué son capaces de hacer y qué no?

Edad	Capaces	Carencias
Preescolares	Reconocer elementos del mapa (camino)	Interpretación arbitraria de elementos (pista de tenis – puertas)
4 y 5 años	Reconocen representación plana de la clase	Criticar carencia de características en los elementos del mapa (patas de mesa)
5 o 6 años	Interpretar las relaciones simbólicas arbitrarias usadas en los mapas	

MODELOS Y MAPAS: USO DE MAPAS

Edad	Capaces	Dificultades
Preescolares		Alinear el mapa con el espacio referente
3 años	Entienden que un mapa representa espacio	
4 años	Comienzan interpretar mapas, planificar navegaciones, razonar sobre mapas y aprender de ellos, al menos en situaciones simples-	
4-7 años	Aprender una ruta	<6 años Dificultad en saber donde están en el espacio -> no pueden usar información del mapa referente a su situación

ORIENTACIÓN ESPACIAL

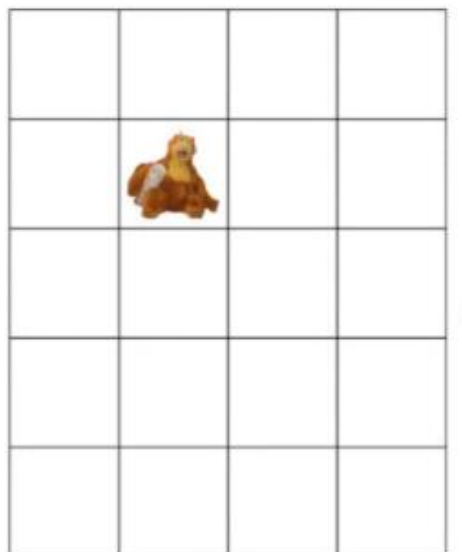
COORDENADAS Y ESTRUCTURA ESPACIAL

Estructuración espacial

- Operación mental de construir una organización o forma para un objeto o conjunto de objetos en el espacio
- Toma ítems previamente abstraídos como contenido y los integra para formar nuevas estructuras

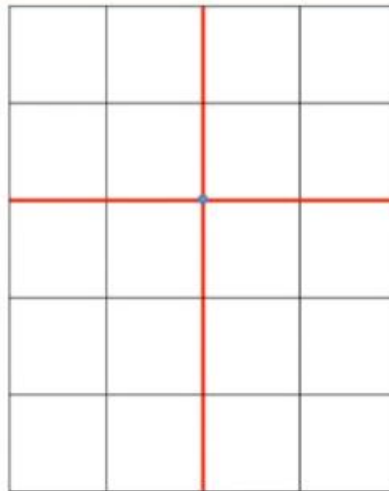
CUADRÍCULAS

1. Cuadrícula como colección de cuadrados, no como conjuntos de rectas perpendiculares
2. Cuadrícula como organización de filas y columnas aprendiendo las relaciones de orden y distancia dentro de la cuadrícula



COORDENADAS

1. Etiquetas asociadas a líneas
Pares ordenados:
asociados a puntos de la cuadrícula
2. Integración de orden en la cuadrícula y relaciones de distancia con etiquetas para entenderlas como un sistema matemático



MHH

236

ORIENTACIÓN ESPACIAL Y EDUCACIÓN

ORIENTACIÓN ESPACIAL, NAVEGACIÓN Y MAPAS

- Ambientes escolares que incluyan:
 - Diseños dentro y fuera del aula → *macroespacio*
 - Experiencias casuales y planeadas con puntos de referencia y rutas
 - Discusiones frecuentes acerca de las relaciones espaciales en todas las escalas → *lenguaje espacial*
- Enseñanza específica para aprender acerca de modelos y mapas y su uso
 - Conexión entre mapas y el espacio del mundo real
 - Conexiones uno a uno entre objetos e iconos del mapa
 - Mapas oblicuos: ayuda para posterior representación plana
 - Maqueta: aula "encogida" → *maqueta*
- Dificultades: origen en el conflicto entre marcos de referencia abstractos y sensorial-concretos
 - *mapas modelos*
 - *realidad*

MHH

237

<u>Objetivos – Preguntas matemáticas</u>	
¿Qué camino?	Dirección
¿Cómo de lejos?	Distancia
¿Dónde?	Ubicación/Localización
¿Qué objetos?	Identificación

MHH

238

HABILIDADES PARA RESPONDER A LAS PREGUNTAS

➤ Aprender a relacionarse con los procesos de elaboración de los mapas:

- Abstracción → pérdida inf.
- Generalización → =
- Simbolización
 - Símbolos – iconos
 - Símbolos abstractos

MHH

238

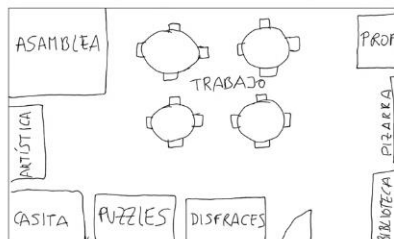
ETAPAS DE TRABAJO CON PLANOS

1. Esconder un objeto donde indica el mapa
2. Encontrar un objeto cuya ubicación está indicada en el mapa
3. Esconder un objeto y marcar en el mapa la ubicación para que otro individuo sea capaz de encontrarlo

JUEGOS CON EL PLANO DE CLASE: Escondite

➤ Grupo 1

Vais a esconder esta bolita.
Tenéis que indicar en el plano dónde la habéis escondido para que el otro grupo pueda localizarla



➤ Grupo 2

El otro grupo ha escondido una bolita y ha representado en el plano dónde está.
Tenéis que encontrarla

Juegos con el plano de clase

➤ Variables didácticas

- Grado de fiabilidad del plano: si contiene o no todos los lugares de clase o si es más aproximativo
- Número de objetos de la clase que se representan en el plano
- Tipo de trayectoria marcada

Juegos con el plano de clase: evaluación

- Establece de forma pertinente las relaciones entre los dos tamaños de espacio: mesoespacio (desplazamiento real en el aula) y microespacio (plano de la clase)
- Codifica un recorrido efectivo en un ámbito tridimensional (aula real) mediante trazos y códigos en un plano (bidimensional)
- Utiliza conocimientos espaciales: delante, detrás, junto a, lejos de, cerca de, antes de, después de, arriba, abajo, a la derecha, a la izquierda, al lado de la pizarra, al lado de la puerta...
- Usa adecuadamente las referencias necesarias para la correcta orientación espacial
- Descodifica las indicaciones y referencias espaciales que figuran en un plano

CUADRÍCULAS, COORDENADAS Y ESTRUCTURACIÓN ESPACIAL

La Malla



Actividad en cuadrícula → colif. posiciones
SIC

MHH 247

La malla

➤ Edad: 3, 4 y 5 años

➤ Materiales

- Malla gigante dibujada para situar en el suelo *meso*
- Mallas escaladas dibujadas en A4
- Objeto para situar en la malla
- Objeto para desplazar por la malla
- Pinchitos o bolitas de plastilina
- Lápiz

➤ Variables didácticas

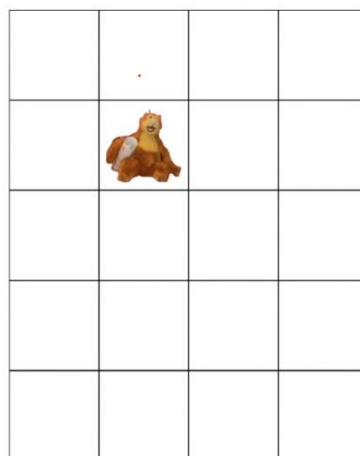
- Número de celdas de la malla
- Situación relativa de los alumnos ante la malla
- Número de objetos colocados sobre la malla

MHH

248

Cuadrículas

1. Cuadrícula como colección de cuadrados, no como conjuntos de rectas perpendiculares
2. Cuadrícula como organización de filas y columnas aprendiendo las relaciones de orden y distancia dentro de la cuadrícula



MHH

233

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

Microsoft Whiteboard

Suelo

Posición relativa
suelo-A4

A4

nº celdas

9

8

b

c

→ 1234

La posición se da entre el que lo pinta y el que lo recibe y puede ser la misma o distinta posición

P

P

A

C

La malla

➤ Edad: 3, 4 y 5 años

➤ Materiales

- Malla gigante dibujada para situar en el suelo
- Mallas escaladas dibujadas en A4
- Objeto para situar en la malla
- Objeto para desplazar por la malla
- Pinchitos o bolitas de plastilina
- Lápiz

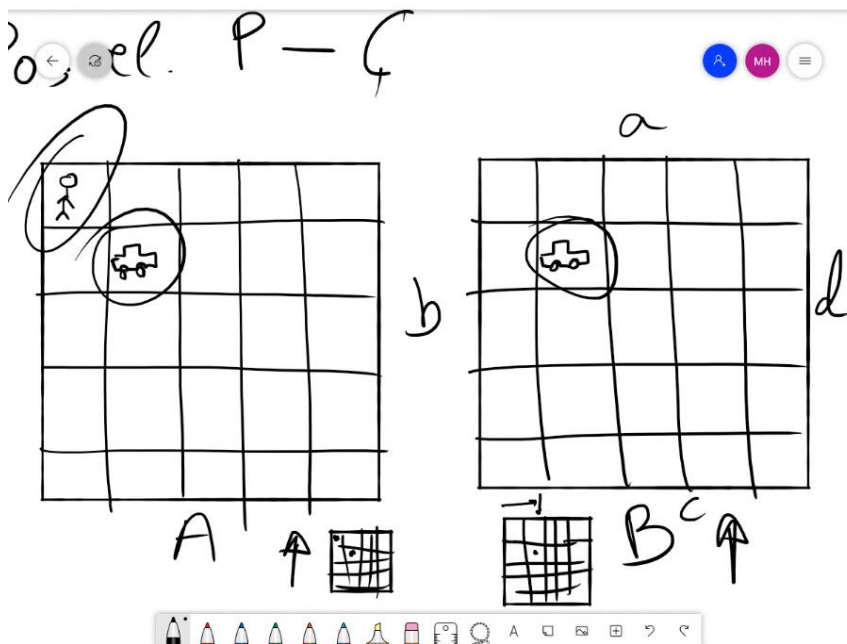


➤ Variables didácticas *• celda coloca obj.*

- Número de celdas de la malla *~ filas-columnas malla*
- Situación relativa de los alumnos ante la malla *comp. ≠*
- Número de objetos colocados sobre la malla

MHH

248



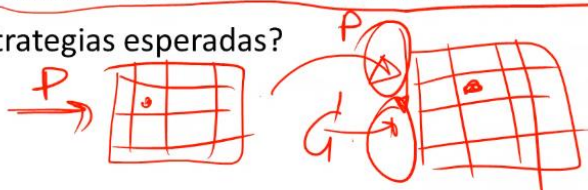
Es más complicado el B que el A porque el B no tiene punto de referencia. Cuntos más puntos de referencia tenga más fácil será orientarme.

Hemos dicho por lo tanto de variables didacticas posición relativa entre el suelo y el A-4 ,el número de celdas, la forma de la tabal, la posición entre el que pinta y el que recibe, la celda de colocaión, si hay puntos de referencia externos o no los hay, el número de objetos colocados

LA MALLA. FASE 1

- Se sitúa un objeto (muñeco) en una celda de la malla
- Consigna: “Con la bolita de plastilina debéis marcar en vuestra malla dónde se encuentra la muñeca”
- Fase 1
 - Colocación relativa de los alumnos: todos en un mismo lado

➤ ¿Estrategias esperadas?



MHH

249

LA MALLA: FASE 2

- Se sitúa un objeto (muñeco) en una celda de la malla
- Consigna: “Con la bolita de plastilina debéis marcar en vuestra malla dónde se encuentra la muñeca”
- Fase 2
 - Colocación relativa de los alumnos: que entre todos rodeen la malla

➤ ¿Estrategias esperadas?

Dibujar el exterior

MHH

250

Deben de dibujar refrentes externos para acertar el mensaje

LA MALLA: Colocación según esquema

Va a surgir el lenguaje espacial y los términos relativos a la orientación

➤ Trabajo en dos grupos

➤ Grupo 1

- Pensad en una celda y marcadla en la malla de esta hoja para que luego los compañeros del otro grupo puedan saber cuál es la celda que habéis pensado



➤ Grupo 2

- Vuestros compañeros han pensado en una celda y la han marcado en esta hoja. Colocad la muñeca en la celda que ellos han pensado

➤ ¿Qué sucederá?

➤ ¿Cómo lo solucionarán?

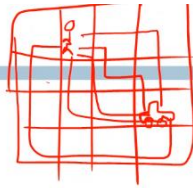


MHH

251

LA MALLA:RECORRIDOS

La malla: recorridos



➤ Un niño se sitúa en una celda sobre la malla gigante. En otra celda se sitúa un objeto.

➤ Consigna a los restantes miembros del equipo:

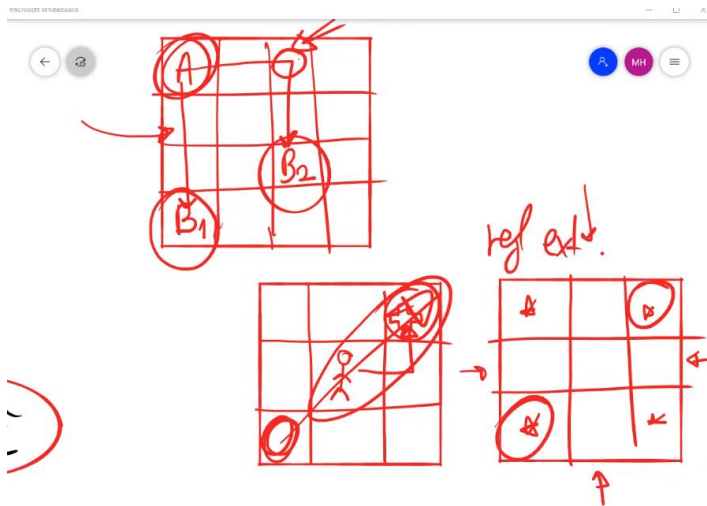
“Tenéis que dibujar diferentes trayectorias para que el compañero llegue al objeto. El compañero las irá recorriendo leyendo el plano que habéis dibujado y vosotros debéis comprobar si ese era el camino propuesto”



- *Posición relativa niño-coche*



*También son importantes las referencias externas



LA MALLA:EVALUACIÓN

- Establece correspondencias entre el mesoespacio y el microespacio
- Establece hipótesis sobre cómo cambia la lectura del plano cuando cambia la posición del mismo o su posición respecto al mismo *cuadr. 14*
- Descubre la necesidad de puntos de referencia externos al plano para una interpretación correcta de la posición de objetos o de trayectorias
- Recurre al número para orientarse en la malla y/o ubicar elementos en ella *como memoria de la posición*
- Usa referencias para la orientación como torre, fila, línea, a la derecha, arriba, abajo, detrás de, delante de...
- Puede interpretar sobre la malla un mensaje formulado en el plano por él mismo o por otro
- Puede formular un mensaje en el plano y validar si otro lo ha interpretado bien

LA CUADRÍCULA :Actividades de transición de cuadrícula como cuadrados a “coordenadas”

LA CUADRÍCULA

La cuadrícula

- Edad: 3*, 4 y 5 años
- Materiales
 - Diferentes soportes con cuadrículas de diferentes tamaños
 - Pegatinas, gomets,... de diferentes colores y forma
- Variables didácticas
 - Disposición relativa de los cuadraditos que hay que decorar
 - Número de cuadraditos del soporte
 - Número de objetos a colocar o recordar
 - Forma y color de dichos objetos

TRAYECTORIAS Y UBICACIÓN DE ELEMENTOS EN CUADRÍCULA

➤ Se presenta un modelo de cuadrícula con dibujos en algunos cuadrados. Los alumnos tienen que dibujar estos elementos en ausencia de esta



The image shows a 3x3 grid. In the top-middle cell, there is a green tree with a brown trunk. In the bottom-middle cell, there is a yellow house with a red roof and a green door. The other cells in the grid are empty.

GRECAS Y CONSTELACIONES (Actividades de localización según coordenadas)

GRECAS (Estamos trabajando en relación a los puntos de intersección en este caso)

➤ Sobre un soporte de cuadrícula, diseñar diferentes grecas de colores

➤ Individual

- Reproducir la greca modelo (1)

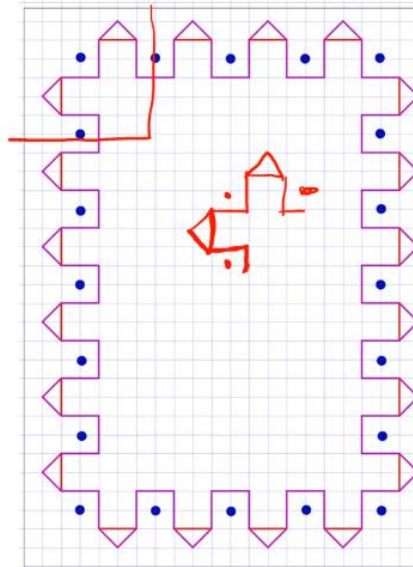
➤ Grupos *lenguaje*

▪ Niño 1

- “Vas a dibujar la greca siguiendo las instrucciones que te va a dar tu compañero”

▪ Niño 2

- “Tu compañero tiene una hoja como la tuya pero sin la greca dibujada. Tienes que darle instrucciones para que él dibuje la greca que tienes. El no puede ver tu hoja”



Para esta actividad tienen que trabajar mediante los puntos de intersección

Un compañero va a ir dirigiéndose al otro para que dibuje la greca

REPRODUCIR UN DIBUJO APOYÁNDOSE EN UNA CUADRÍCULA

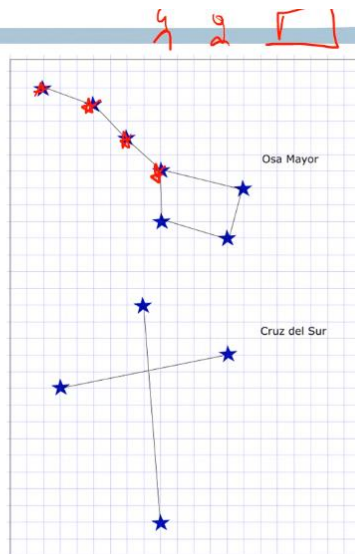
➤ Recordar cómo dibujar una constelación (proyecto el espacio exterior)

➤ Niño 1

- “Vas a dibujar la constelación siguiendo las instrucciones que te va a dar tu compañero”

➤ Niño 2

- “Tu compañero tiene una hoja como la tuya pero sin la constelación dibujada. Tienes que darle instrucciones para que él dibuje la constelación que tienes. Él no puede ver tu hoja”



EVALUACIÓN

Evaluación



- Expresa **términos** como lado, centro, esquina, hacia arriba, hacia abajo, delante de, detrás de... como referencias para orientarse en la cuadrícula
- Comprende y ejecuta órdenes que contienen **vocabulario específico de espacio**: derecha, izquierda, arriba, abajo, en diagonal, detrás de, delante de...
- Acude al número para situar un objeto en la cuadrícula (**ejes cartesianos**)
- Mantiene la relación de **orden** predeterminada de los elementos
- Puede formular verbalmente o por medio de trazos la **unidad mínima** de una greca
- Puede recordar un modelo
- Inventa modelos nuevos
- Establece aplicaciones biyectivas entre dos colecciones: cuadrícula propia y cuadrícula de otro compañero (o grupo)
- Conserva la cantidad (entre los objetos presentes en una cuadrícula y su reproducción)
- Utiliza el número en sus funciones de "memoria de la cantidad" (cardinal) y "memoria de la posición" (ordinal)

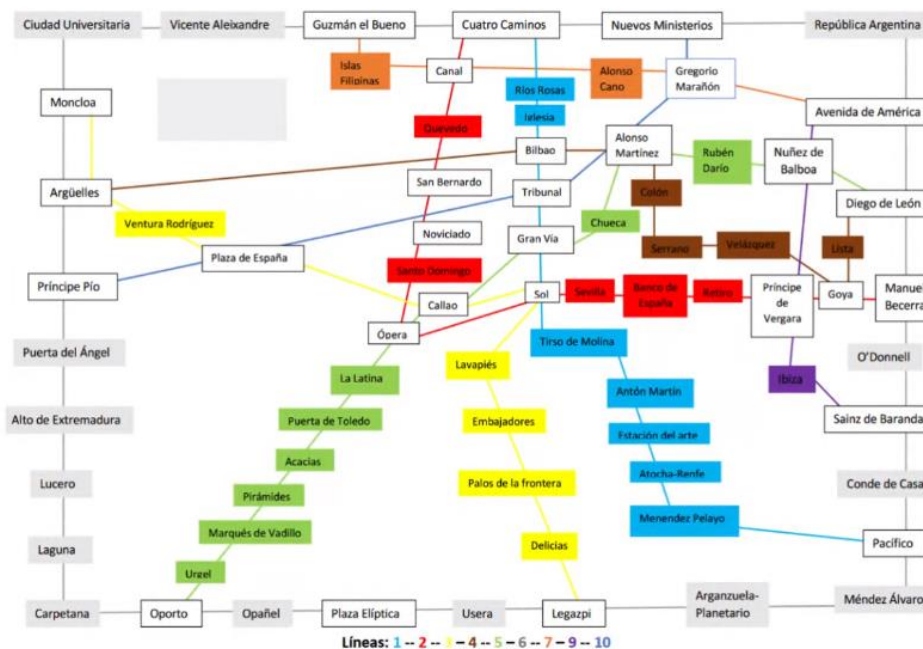
MHH

260

EJERCICIO DEL PLANO CATOGRÁFICO

Una transformación topológica mantiene la continuidad

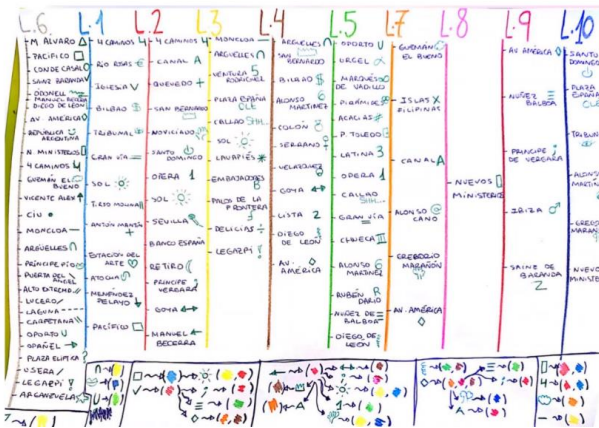
TRASFORMACIÓN TOPOLÓGICA



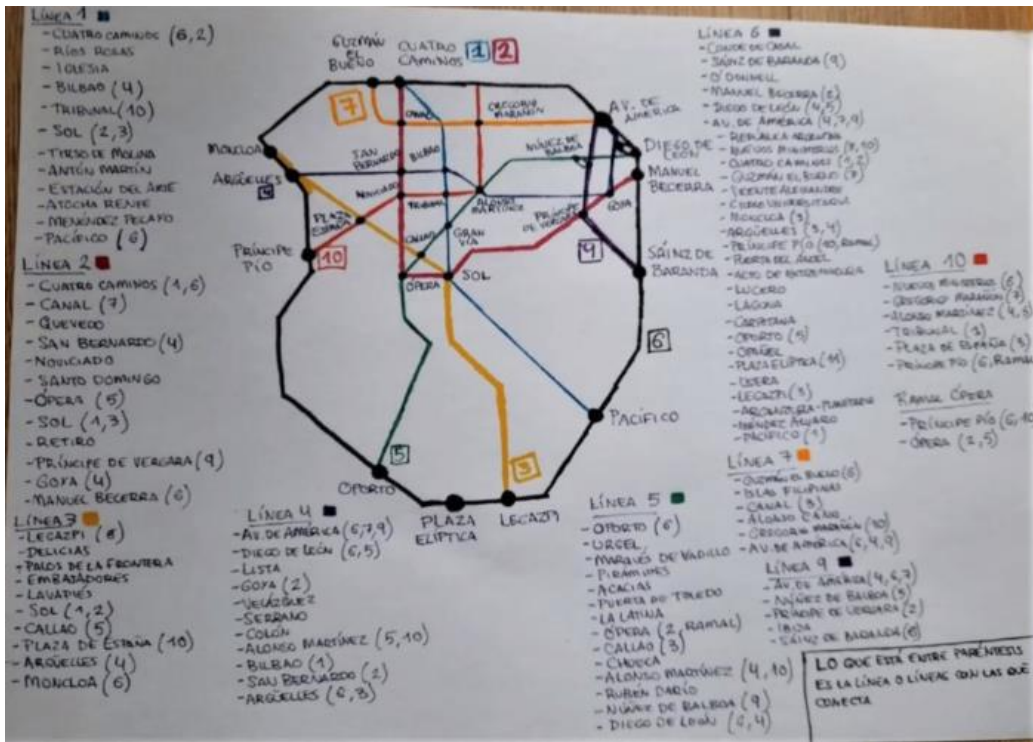
REPRESENTACIÓN ABSTRACTA DE CONEXIONES Y CONTINUIDAD?

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO(II)

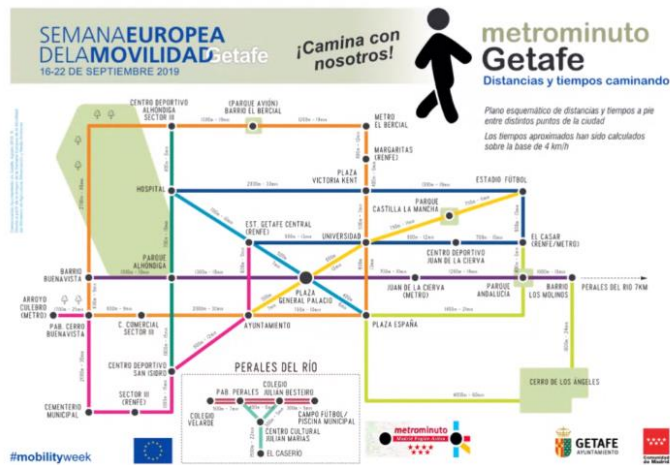
Representación abstracta de conexiones y ¿continuidad?



REPRESENTACIÓN MIXTA



¿Conserva la información necesaria?



No, porque no te dice las calles por las que ir.

PENSAMIENTO ESPACIAL. Imagen y visualización espacial

IMAGEN Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Imágenes espaciales: representaciones internas de objetos que parecen ser similares a los objetos del mundo real

➤ Cuatro procesos:

- Generar una imagen
- Inspeccionar una imagen para responder a preguntas acerca de ella
- Mantener una imagen al servicio de otras operaciones mentales
- Transformar una imagen

➤ Ejemplo en niños

- Crear una imagen mental de una figura
- Mantener esa figura y luego buscar esa misma forma, quizás oculta dentro de una figura más compleja
- Rotar mentalmente las formas (una de las transformaciones más importantes que los niños tienen que aprender)

Se producen diferentes transformaciones mediante la rotación, la simetría, etc.

Habilidad para mover imágenes mentales



MHH

Juego Kids Detective - eduplay

263

IMAGEN Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL: TRANSFORMACIONES MENTALES

➤ Imágenes mentales

- Inicialmente estáticas: pueden ser mentalmente re-creadas, pero no necesariamente transformadas
- Posteriormente dinámicas: permiten a los niños
 - Mover mentalmente (deslizar)
 - Mover mentalmente y voltear

➤ Orden de dificultad de las transformaciones mentales

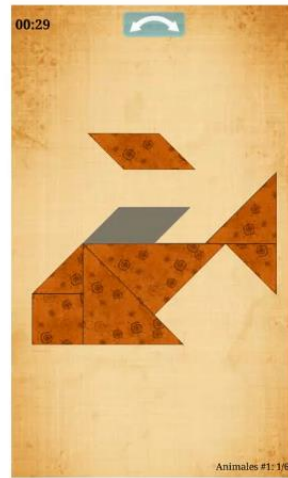
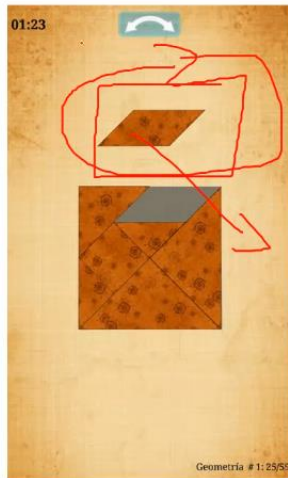
- ➔ 1. Deslizamientos *traslación moneda*
- ➔ 2. Vueltas *simetría → gallina blanca*
- ➔ 3. Giros *rotaciones → hijetas*

MHH

264

VOLTEAR IMÁGENES (MENTALES)

Voltear imágenes (mentales)



Tangram HD – Pocket Storm

Juego del Tangram

IMAGEN Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL-EDUCACIÓN

El proceso lleva generar la imagen, inspeccionar la imagen para poder responder a preguntas y transformar la imagen.

IMAGÉNES INSTANTÁNEAS

A veces se reconocen las partes y no el todo global. Hay gente que dice que es un barco o una y son dos líneas, un sobre

IMAGEN Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Imágenes espaciales: representaciones internas de objetos que parecen ser similares a los objetos del mundo real

➤ Cuatro procesos:

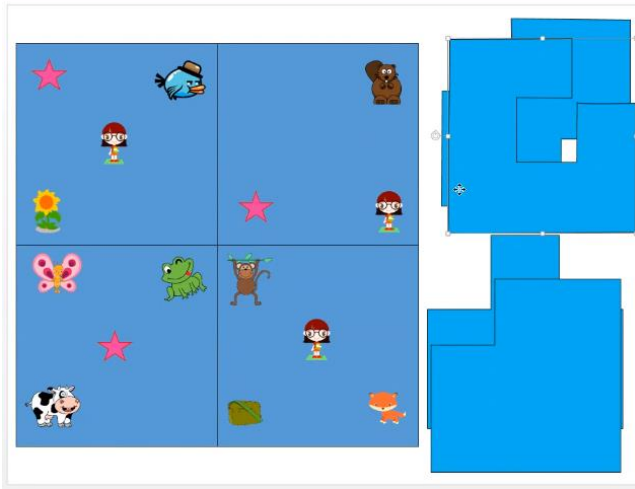
- Generar una imagen
- Inspeccionar una imagen para responder a preguntas acerca de ella
- Mantener una imagen al servicio de otras operaciones mentales
- Transformar una imagen

➤ Ejemplo en niños

- Crear una imagen mental de una figura
- Mantener esa figura y luego buscar esa misma forma, quizás oculta dentro de una figura más compleja
- Rotar mentalmente las formas (una de las transformaciones más importantes que los niños tienen que aprender)

ESCONDITE EN EL JARDÍN DORA (Smart games)

Tienes en este caso que dejar abierto sólo los cuatro que se muestran.



¿Por qué pone esto la profe en el apartado de visualización espacial?

Porque de esta manera lo que hacemos es esconde los dibujos que queremos aplicando por encima las figuras para tapar los dibujos que no queremos que se vean.

Porque se trabaja la traslación, la rotación y la simetría. Depende de cómo lo veas no es forzoso o sí hacer la simetría

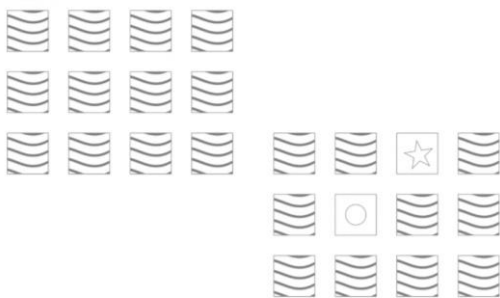
Visualización espacial: Ser capaz de reconocer un movimiento. Saber cómo quedará un objeto colocado sin haberlo colocado de antemano.

Cuando giras la pieza tienes que ver si va a tapar o no.

Hemos inspeccionado la imagen para ver qué huecos deja libres y cuáles no.

Por todo este juego le incluye la profe dentro de la visualización espacial: Porque preveo que es lo que va a pasar en cada pieza y la coloco en cada sitio.

MEMORY



Destapo dos y si no coinciden ahí se quedan

- Estrategias basadas en:
 - Identificación de la forma
 - Identificación de la posición
- Niños hasta 7-8 años ganan fácilmente
 - Se localizan preferentemente de manera local
 - Los adultos proceden de manera analítica
 - Movilización quizás excesiva de información
- Variables didácticas
 - Disposición de las cartas
 - Tabular o no
 - Tipo de figuras
 - Significativas o no (objetos familiares)

Ellos hacen cómo si hicieran una foto y se quedan con la imagen global de cómo está todo colocado. Por eso los niños ganan al memory, emplean esa estrategia.

Y los adultos se intentan acordar de filas y columnas generalmente.

Para ganar por una parte tenemos que identificar las formas pequeñas, la identificación de las formas en los adultos, ya que lo hacemos de una manera más analítica.

Lléndonos a la identificación de la forma si son significativas o no.

JUEGO DE KIM

- Objetos dispuestos en una mesa
 - Lápiz, caja, goma, plato, vaso, carta de jugar, muñeco...
- Se deja tiempo de observación
- A un niño se tapan los ojos
- Se retira (desplaza) un objeto
- El niño observa de nuevo: ¿qué objeto falta?
- Variables didácticas:
 - Número de objetos en total
 - Número de objetos retirados (desplazados)
 - Tiempo de observación inicial

En este juego a diferencia del de la maleta de Tutú es más puramente visual.

- Transición entre identificación global y percepción analizada
- Intervienen en la respuesta
 - Relaciones entre los objetos
 - Variable didáctica: obligatoriedad de explicitar durante la observación las posiciones o las relaciones entre objetos
 - Se facilita la localización
 - La formulación en alto facilita la memorización a corto plazo

DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO

Niveles de van Hiele

(Dina y Pierre van Hiele)

BIBLIOGRAFÍA NIVELES van HIELE

1. Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (págs. 420-464). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

NIVELES DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

La teoría se basa en que los estudiantes a través de niveles de pensamiento en geometría, desde un nivel visual (Gestalt) a niveles cada vez más sofisticados de descripción, análisis, abstracción y demostración.

NIVELES DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

Se pasa de un nivel a otro nivel, y los niveles son secuenciales. O estas en el nivel uno o el dos, no pasas de uno a otro.

Características de la teoría:

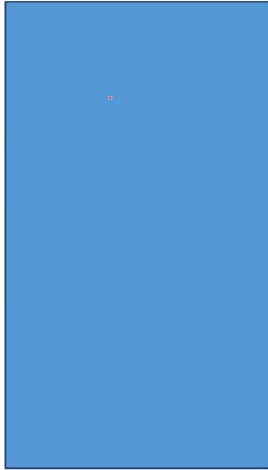
- El aprendizaje es un proceso discontinuo
 - Niveles discretos y cualitativamente diferentes de pensamiento
- Los niveles son secuenciales y jerárquicos
 - El progreso de un nivel a otro depende más de la formación que de la edad o maduración biológica
- Los conceptos comprendidos implícitamente en un nivel se convierten en comprendidos explícitamente en el nivel siguiente
 - En el nivel básico, un estudiante determina también una figura por sus propiedades, pero no es consciente de que las determina
- Cada nivel tiene su propio lenguaje
 - Sus propios símbolos lingüísticos y su propio sistema de relaciones conectando estos símbolos

Al nivel 4 y al 5 no llega casi nadie. Hay veces que somos capaces de hacer una cosa, pero no ser capaces de decir cómo la hemos hecho.

NIVEL 1: VISUAL

Reconocen la forma de la puerta de manera global y visual, como un todo.

Nivel 1: Visual



Nivel 1: Visual

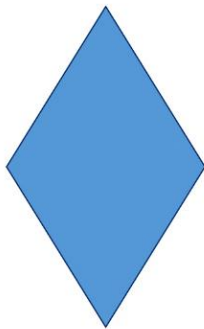
Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	Paso de nivel
Identificar y operar en formas y otras configuraciones geométricas de acuerdo a su <u>apariencia</u> . Figuras = gestalts visuales. Representar mentalmente estas figuras como <i>imágenes visuales</i> Rectángulo = puerta	Atender a propiedades geométricas o a atributos característicos de la clase de figuras representada	La <i>percepción</i> domina el razonamiento No hay razón, uno solo lo ve Transición: las clases de objetos visuales comienzan a ser asociadas con sus propiedades características	Clases de figuras reconocidas <i>visualmente</i> como de la misma forma	Creación de conceptualizaciones de figuras que están basadas en el reconocimiento explícito de sus propiedades

Hay un nivel anterior a este en el que les cuesta reconocer aún las figuras.

No se desarrolla un razonamiento para justificar que la imagen es un rectángulo. Cuando se comience a desgranar esa figura mediante sus atributos, estaremos ya en el nivel siguiente.

NIVEL 2: DESCRIPTIVO/ANALÍTICO

En este nivel ya comenzamos a hacer descripciones y una colección de propiedades.



Un rombo es una figura con cuatro lados iguales

Rombo se refiere a una colección de propiedades que el alumno ha aprendido a denominar rombo

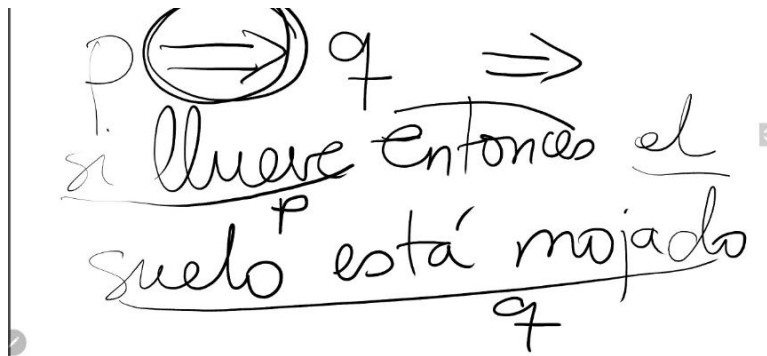
Nivel 2: Descriptivo/Analítico

Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	Paso de nivel
Reconocer y poder caracterizar formas por sus propiedades. Ver figuras como totalidades pero como colecciones de propiedades.	Ver relaciones entre clases de figuras (p. ej. argumentando que una figura no es un rectángulo porque es un cuadrado)	Establecimiento experimental de propiedades: observando, midiendo, dibujando y modelando. Descubrimiento de que algunas combinaciones de propiedades son señal de una clase de figuras o otras no Inicio de implicación.	Clases de figuras	Establecimiento de relaciones entre y el orden de propiedades y clases de figuras.

La relación entre clases de figuras ya pertenece al nivel 3.

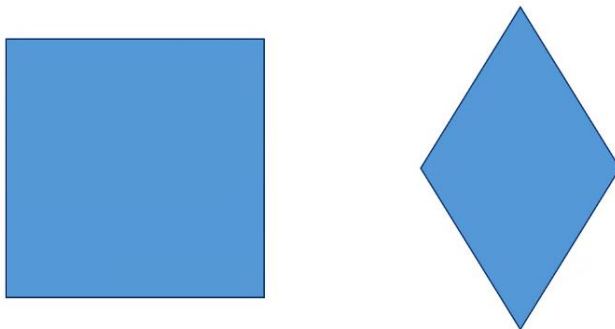
Es el inicio de la implicación, el razonamiento de por qué por ejemplo un rectángulo es un rectángulo.

La implicación es si pasa esto entonces pasa esto (la lógica de filosofía que dimos en bachillerato)



NIVEL 3: ABSTRACTO/RELACIONAL

Hacemos relaciones entre clases de figuras



Un cuadrado es un rombo porque se puede ver/pensar como un rombo con propiedades extra

Nivel 3: Abstracto/Relacional

Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	Paso de nivel
Formar definiciones abstractas, distinguir entre condiciones necesarias y suficientes para un concepto y entender, y en algunos casos dar, argumentaciones lógicas en el dominio geométrico Clasificar figuras jerárquicamente y dar argumentaciones informales para justificar su clasificación	Aún no entiende que la deducción lógica es el método para establecer verdades geométricas	Deducción informal para descubrir propiedades de clases de figuras Organización de propiedades descubiertas de varias formas Definiciones: método de organización lógica	Propiedades de clases de figuras	Reorganización de ideas conseguida interrelacionando propiedades de figuras y clases de figuras

*Nosotros hemos aprendido que las dos diagonales de un cuadrado son congruentes

Todavía no se es tan esquemático como en un sistema de matemático

Nivel 4: Deducción Formal

Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	Paso de nivel
Establecer teoremas en el marco de un sistema axiomático. Reconocer la diferencia entre términos indefinidos, definiciones, axiomas y teoremas. Construir demostraciones originales.		Razonamiento formal mediante interpretación lógica de sentencias como axiomas, definiciones y teoremas	Relaciones entre propiedades de clases de figuras	Establecimiento de relaciones de segundo orden (relaciones entre relaciones) expresadas en términos de cadenas lógicas en el marco de un sistema geométrico

MHH

287

A partir de los axiomas iniciales vas realizando propiedades que se cumplen. Este nivel suele ser el que se estudia en las facultades de matemáticas, ingeniería,... Se comienza a relacionar las propiedades de las figuras. Se crean relaciones entre relaciones.

Nivel 5: Rigor/Metamatemático

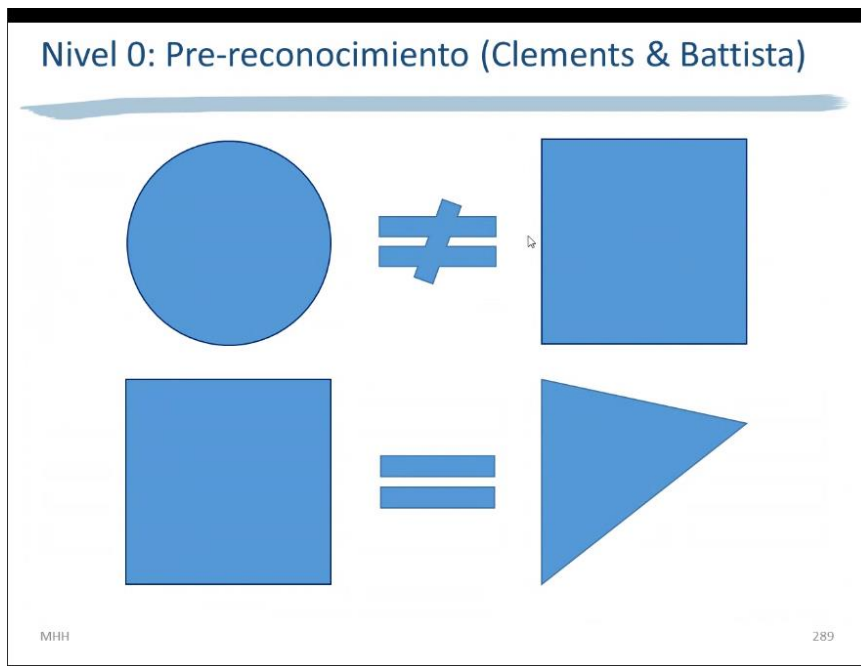
Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	"Paso de nivel"
Razonar formalmente sobre sistemas matemáticos Estudiar geometría en ausencia de modelos de referencia		Razonar manipulando formalmente sentencias geométricas como axiomas, definiciones y teoremas.	Relaciones entre constructos formales	Establecimiento, elaboración y comparación de sistemas axiomáticos de geometría

MHH

288

Sirve para explicar cuestiones del universo, por ejemplo.

Los niños establecen el siguiente nivel:



Este nivel las formas geométricas pueden que solo atiendan a lgunas características conceptuales

Nivel 0: Pre-reconocimiento (Clements & Battista)

Capaz	Incapaz	Procedimiento	Objetos de razonamiento	"Paso de nivel"
Percibir formas geométricas pero puede que atiendan solo a un subconjunto de las características visuales (quizás debido a una deficiencia en la actividad perceptual).	Identificar muchas formas comunes (estas imágenes presuponen representaciones mentales construidas por acciones propias del niño)		Estímulos visuales o táctiles específicos	Grupo de figuras reconocidas visualmente como "de la misma forma"

NIVELES DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

Los estudiantes progresan a través de niveles de pensamiento en geometría, desde un nivel visual (~Gestalt) a niveles cada vez más sofisticados de descripción, análisis, abstracción y demostración.

FIGURAS Y FORMAS

BIBLIOGRAFÍA FIGURAS Y FORMAS

Bibliografía figuras y formas

1. Clements, D., & Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad. El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Wroclaw: Learning Tools LLC
2. Godino, J. D., & Ruíz, F. (2002). *Geometría y su Didáctica para Maestros*. Granada: ReproDigital. Obtenido de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf
3. Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. New York: Taylor & Francis
4. Boule, F. (2005). *Reflexiones sobre la Geometría y su Enseñanza*. Ciudad Brisa: Correo del Maestro - Ediciones La Vasija
5. Newcombe, N. S., & Frick, A. (2010). Early Education for Spatial Intelligence: Why, What, and How. *Mind, Brain, and Education*, 4(3), 102-111. doi:https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2010.01089.x

RECONOCIMIENTO DE FORMAS

ANÁLISIS ESPACIAL

Cuando se quieren reconocer formas:

Hay que identificar las partes de una forma geométrica e integrar dichas partes en un todo coherente.

Los niños identifican partes pero no las integran

RECONOCIMIENTO DE FIGURAS

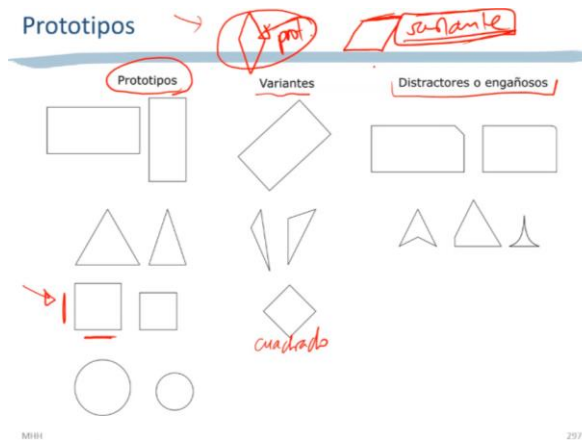
A → círculo
 B → triángulo
 C → cuadrado
 D → semicírculo
 trapecio
 círculo
 forma ovalada
 E → ✓
 F → ✓
 G → triángulo
 trapecio
 H → cuadrado
 I → cuadrado
 rectángulo
 rombo
 J → rectángulo
 K → círculo
 L → ✓

Ciertas características de esos polígonos las solemos emplear para asemejar ciertas figuras

Cuando trabajamos en el aula tenemos cierta tendencia a trabajar con:

PROTOTIPOS

Hay ciertas formas prototípicas que siempre trabajamos, pero no debemos de restringirnos a ellas



Las variantes son cuando colocamos los polígonos orientados en diferentes posiciones
 ¿Para qué nos valen los distractores? Para darnos cuenta debemos de darnos cuenta de los lados de los rectángulos.

PROTOTIPOS

- Los niños poseen varios prototipos diferentes para las figuras
- No aceptan el caso medio: variantes ←
- Sí que las distinguen de contraejemplos, que no son miembros de la clase: distractores (o engañosos)
 - Palpables: tienen poca o ninguna semejanza general con los prototipos
 - Difíciles: altamente similares al prototipo, desde el punto de vista visual, pero carecen al menos de un atributo definitorio

MHH

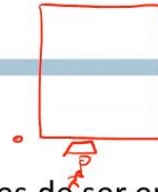
298

PROTOTIPOS DE POLÍGONOS

- Triángulo isósceles ←
- Rectángulo → figura de cuatro lados con dos de ellos paralelos y largos y esquinas cercanas a ser cuadradas
- Principalmente con una base horizontal

SUPERACIÓN DE PROTOTIPOS

Superación de prototipos



- Los niños tienen menos posibilidades de ser engañados por la orientación (forma en que se gira una figura) cuando usan material manipulable o cuando caminan alrededor de figuras grandes ubicados en el suelo
- Aumenta la posibilidad de ser más preciso cuando sus justificaciones para la selección se basaron en los atributos definidos para la figura, como el número y la longitud de los lados *ángulos*



MHH

300

REPERESENTACIÓN (dibujo)

Hemos visto el apartado de

- Reconocer la figura
- Ahora vamos a ver el apartado de representación la figura


Edad	Dibujos	Figuras	Requerimientos
1-2		X	X
~2		<ul style="list-style-type: none"> • Línea • Círculo 	<ul style="list-style-type: none"> • Coordinar inicialmente garabatos centrados en el movimiento
3-4		<ul style="list-style-type: none"> • Círculos (disjuntos) • + 	<ul style="list-style-type: none"> • Separar figuras en el espacio y dibujar segmentos en direcciones recíprocas
4		<ul style="list-style-type: none"> • Cuadrados • Líneas oblicuas cruzadas • Círculos con intersección 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer clausura • Coordinar distancia y dirección • Representar intuitivamente vértices • Coordinar separación y unión
5-6		<ul style="list-style-type: none"> • Triángulos 	<ul style="list-style-type: none"> • Representar líneas oblicuas • Representar curvas con cambio de dirección de curvatura
8-9		<ul style="list-style-type: none"> • Rombo dentro de un rectángulo conectando puntos medios 	<ul style="list-style-type: none"> • Crear figuras jerárquicas, formado por partes de un todo. • Orientación simétrica

MHH

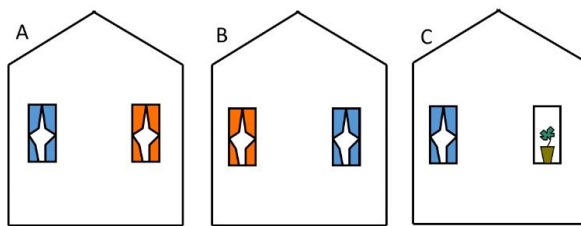
302

CONGRUENCIAS, SIMETRÍAS Y TRANSFORMACIONES

Cuando son capaces de decir los niños que dos figuras son congruentes

Edad	Competencia en juzgar congruencia
Niños pequeños	Se basan en si la figuras son, <u>en su totalidad, más similares que diferentes</u> ✓ 
≤ 5 años	No hacen una <u>comparación exhaustiva</u> ✗
4-5 años	Pueden <u>descartar congruencia</u> de figuras rotadas: la <u>orientación la consideran una característica significativa</u> de las figuras
< 7 años	No reparan en las relaciones espaciales de todas las partes de figuras complejas
11 años	En general, desempeñan como adultos

CONGRUENCIA



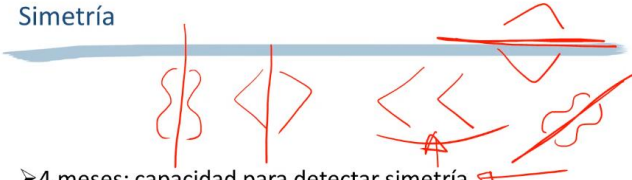
¿Son la misma casa?

- < 6 años: A y B son la misma, B y C son diferentes

En menos e 6 años no hacen una comparación exhaustiva, no se fijan donde está cada ventana, por lo tanto consideran la misma casa tanto la A como la B

SIMETRÍA

Simetría



- 4 meses: capacidad para detectar simetría ✗
- Simetría vertical (4-12 meses), antes que horizontal y antes que oblicuas
- <12 años: muchos conceptos explícitos de simetría no están establecidos firmemente

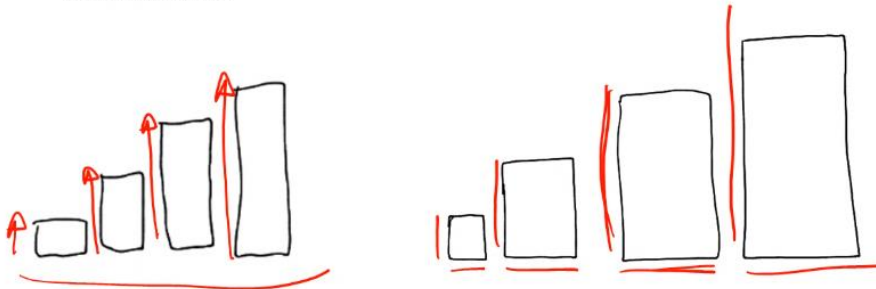
TRANSFORMACIONES

Transformaciones

escala
semejanzas, semejanza

➤ Actividad: dibujar una “escalera” de figuras (rectángulos) (4-8 años)

1. Series defectuosas: no reconocen formas *o o o o*
2. Incremento en solo una dimensión: punto de vista global
3. Transformaciones de semejanza (aproximadas) en dos dimensiones



MHH

308

CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS Y FORMAS. Orientaciones metodológicas

VARIEDAD DE EJEMPLOS

Variedad de ejemplos

- Experimentar con diferentes ejemplos de un tipo de figura *VARIANTES*
- Evitar la formación de ideas limitadas acerca de cualquier clase de figura *rombo* *reconc. Visualización*
- Prototipos: pueden generar un aprendizaje inicial, pero es necesaria la diversificación lo antes posible
- Uso de contraejemplos (engañosos) y compararlos con ejemplos similares
 - Focalizar la atención en los atributos críticos *↑*

MHH

310

DESCRIPCIONES DE FORMAS Y ATRIBUTOS

Vamos a trabajar con el lenguaje, para el conocimiento espacial y geométrico

LENGUAJE

- Inicialmente descripciones visuales (basadas en prototipo) de figuras
- Incentivar descripciones basadas en atributos y propiedades lenguaje
- El número de nombres de objetos conocidos por los niños es predictor de su capacidad de reconocimiento de formas, más que la edad

MHH

311

INTERACCIÓN DE AMBAS

Interacción de ambas □

- Una sola de las anteriores puede suplir no trabajar por la otra bajo ciertas condiciones pero:
 - Solo variantes Profesora y rombo
 - Fallos de reconocimiento cuando se presenta una figura fuera de amplio rango presentado Variante.
 - Solo descripción verbal
 - Implica cadena verbal de razonamientos para reconocer figuras → procedimiento más lento para reconocer una figura
 - Exploración activa + cuestionamiento dialógico → mejora en el aprendizaje de formas geométricas (mejor que instrucción directa) trato manipul.

MHH

312

TANGRAM

Reconocimiento de figuras con Tangram

1. Chabroulet, M. T. (1977). Tangram. *Grand N*, 12, 29-48

http://irem.univ-grenoble-alpes.fr/spip/squelettes/fic_N.php?num=12&rang=3

TANGRAM

Tangram **Consigna:** **A**

Construir figuras con los 2 triángulos pequeños, haciendo que todas sean diferentes

➤ Análisis/observación

- Clasificación según el contacto entre las piezas
 - Unos se tocan mucho
 - Unos no se tocan mucho
- Clasificación según orientaciones
 - Son casi iguales
 - Son iguales si las miramos así (el niño gira la cabeza) *congruentes*

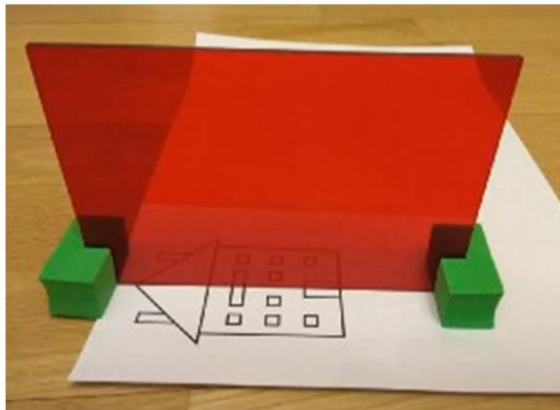
OTROS PUZZLES GEOMÉTRICOS

SIMETRÍA : TRABAJO CON ESPEJOS

TRABAJO CON ESPEJOS

COMPLECIÓN CON ESPEJO MIRA

Completación con espejo mira



- Colocar el espejo mira en el *eje de simetría*
- Observar la figura que resulta y completar la imagen (a mano alzada)

MHH

326

COMPLECIÓN CON ESPEJO

Compleción con espejo



MHH

327

- Colocar el espejo en el *eje de simetría*
- Observar la figura que resulta y recordarla
- Completar la imagen (a mano alzada)

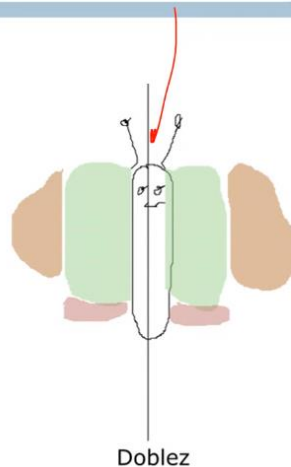
SIMETRÍA CON ESPEJOS

- Variables didácticas
 - Presencia o ausencia de una imagen de la mitad a construir
 - Número de intentos permitidos para ver la imagen en el espejo
- mira → calcar o observar*
espejo normal → calcar + dibujar
cásculo de punto simétrico
generación imagen mental

SIMETRÍA. MARIPOSAS

Mariposas *simétrica*

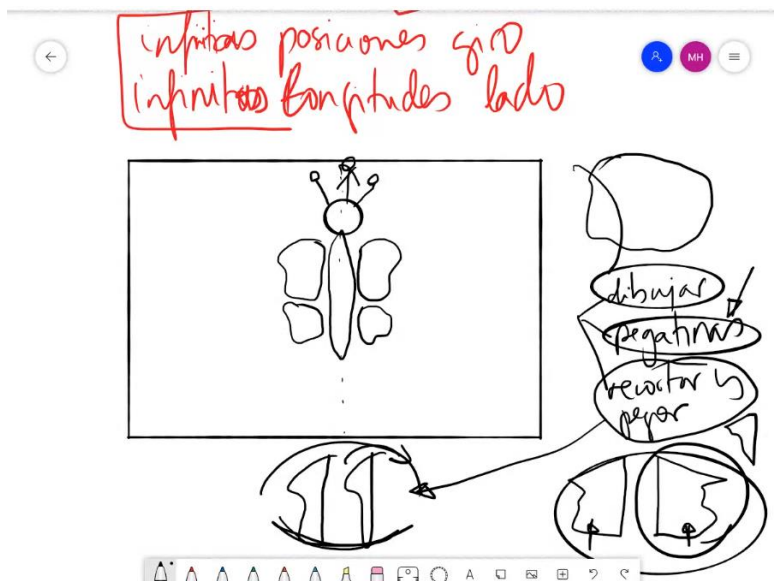
- Material
 - Pegatinas de colores
 - Trozos de papel de seda
 - Espejos *mira*
 - Espejos
 - Tijeras
 - Pegamento
- Consigna
 - Hay que doblar el papel. Tenéis que dibujar el cuerpo de una mariposa con el centro en el doblar del papel. Construid las alas con el papel de seda



VD →

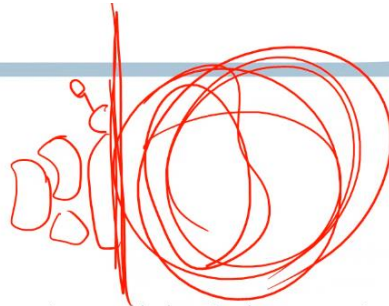
MHH

328



MARIPOSAS

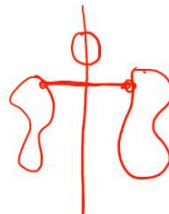
Mariposas



➤ Variables didácticas

- Presencia o ausencia de una imagen de la mitad a construir
- Número mínimo de elementos exigidos en la construcción

- 1.- Espejo mira
- 2.- Espejo normal
- 3.- Sin espejo





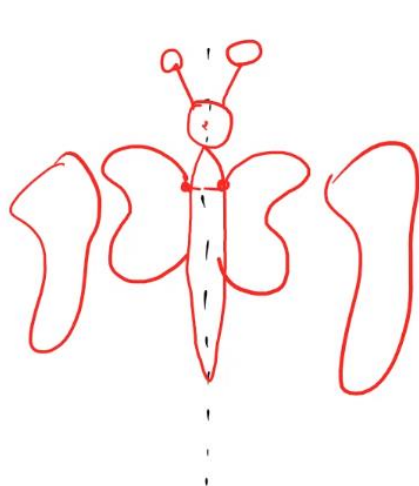
MHH

331

SIMETRÍA-EVALUACIÓN

Simetría Evaluación

- Hace una estimación ajustada de la distancia de los elementos a ambos lados del eje de simetría 
- Descubre que el plegado por el eje de simetría puede ayudarle a estimar visualmente las distancias al eje por superposición de elementos
- Busca apoyos que le sirvan de referente para calcular estas distancias  elemento ya coloreado
- Ensayo y generaliza después estrategias, tales como por dónde le resulta más fácil comenzar a reproducir la simetría, desde más cerca del eje hacia más lejos o al revés



- 1.- círculo
cabeza
- 2.- Antena 1
antena 2
- 3.- cuerpo
óvalo
- 4.- Alas ~~perales~~
al medio

1.- Dibujar una mitad, doblar hacia fuera y "calcar".

2.- Representar una mitad, doblar hacia dentro y estimar colocación de la otra mitad.

3.- Representar una mitad y estimar la col. sin doblar.

4.- ~~Colocar~~ ^{representar} un elemento y su simétrico.

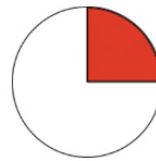
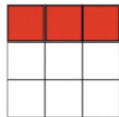
COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FIGURAS

Bibliografía de composición y descomposición

- Clements, D., & Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad. El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Wroclaw: Learning Tools LLC.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. New York: Taylor & Francis.
- Lesson, N., Stewart, R., & Wright, R. J. (1997). Young Children's Knowledge of Three-Dimensional Shapes: Four Case Studies. En F. Biddulph, & K. Carr (Ed.), *Twentieth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (págs. 310-316). Rotorua, New Zealand: MERGA. Obtenido de https://merga.net.au/Public/Publications/Annual_Conference_Proceedings/1997_MERGA_CP.aspx

COMPONER Y DECOMPONER FIGURAS

- Habilidad para describir, usar, y visualizar los efectos de composición y descomposición de las regiones geométricas:
 - Los conceptos y acciones de crear y después iterar unidades y unidades de orden superior en el contexto de construir patrones, medir y computar son bases establecidas para la comprensión de otras áreas de las matemáticas, especialmente del número y de la aritmética, tales como las relaciones de parte-todo, las fracciones y así sucesivamente



COMPOSICIÓN DE FIGURAS 3D

CONSTRUCCIÓN CON BLOQUES- DESARROLLO

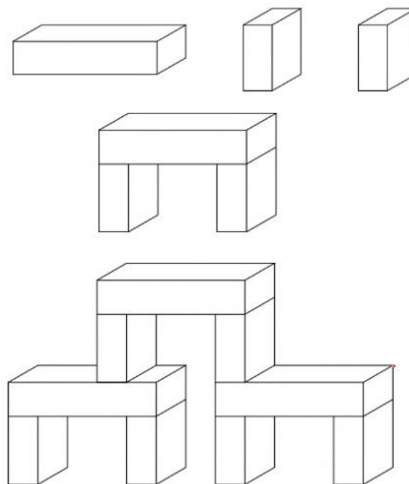
1. Construcción de bloques a partir de componentes simples
2. Síntesis de figuras tridimensionales para formar figuras tridimensionales más complejas (orden superior)

BLOQUES DE CONSTRUCCIÓN



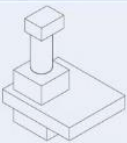

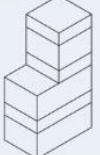
DESARROLLO

- Comprender y relacionar partes y todo
 - Analizar la estructura en las partes componentes
 - Organizar las partes componentes para reconstruir el todo
- Integración de relaciones jerárquicas entre las partes, las unidades compuestas de partes y el todo
- La habilidad para construir y manipular piezas individuales y unidades compuestas *mentalmente* permite construir y seguir un plan mental para construir



*Integración jerárquica: Primero pongo una figura y luego pongo otra

CONSTRUCCIONES CON BLOQUES-DESARROLLO

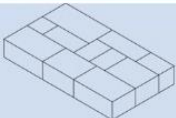
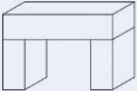
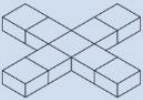
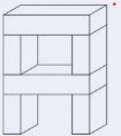
Edad	Capacidad	
<1 año	Escaso interés en apilar o implicación a pequeña escala en organización sistemática de objetos. Aplauden y deslizan bloques. Usan un único bloque para representar un objeto	
1 año	Manifiesta el uso de la relación espacial “ encima de ” para apilar bloques, pero su elección de bloques no es sistemática	
1,5 años	Manifiesta el uso de la relación “ al lado de ” para elaborar una fila de bloques	
2 años	Colocación sucesiva de bloques de manera congruente “encima de” o “al lado del” colocado previamente Reflexión y anticipación (caídas)	

MHH

342

Al principio empelan más la manipulación, no tienen interés en ordenar los bloques.

CONSTRUCCIONES CON BLOQUES-DESARROLLLO

Edad	Capacidad	
2-3 años	Construcciones bidimensionales (suelo o pared)	
2,5 - años	Estructuras con múltiples componentes de manera limitada (arco simple: un bloque horizontal unido a dos verticales)	
3-4 años	Construcción de componentes verticales y horizontales dentro de una construcción	
4-5 años	Composición de formas con antelación, entendiendo qué figura 3D será producida como resultado de la composición entre otras dos o más figuras 3D (sencillas y que le sean familiares)	

COMPOSICIÓN DE FIGURAS 2D

Desarrollo

1. Ausencia de competencia para componer formas geométricas
2. Combinación de figuras en dibujos
 - a. Ensayo y error
 - b. Por atributos

3. Síntesis de combinación de figuras en nuevas figuras (figuras compuestas)

DESARROLLO:0-3 AÑOS

Pre-compositor

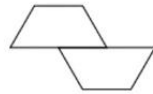
- Manipula formas como entes individuales, pero es incapaz de combinarlas para componer figuras más grandes

- Haz un dibujo



Pre-descomponedor

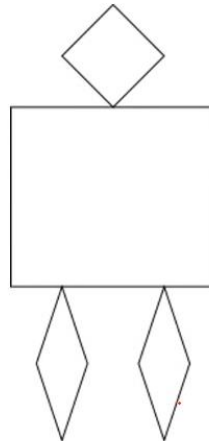
- Solo descompone por ensayo y error



DESARROLLO:4 AÑOS

Ensamblador de piezas

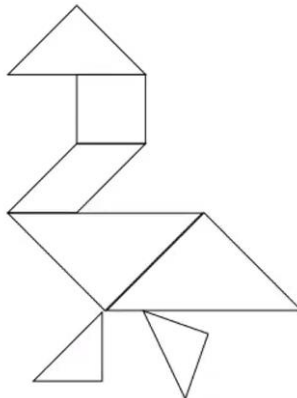
- Colocan figuras de manera contigua para formar dibujos
- Cada figura representa un único rol o función en el dibujo
- Pueden rellenar marcos simples por ensayo y error
- Habilidad limitada para giros y volteos
- Visión Gestalt de las figuras, como todo, y visión escasa de relaciones geométricas entre las formas o entre partes de las formas



DESARROLLO: 5 AÑOS

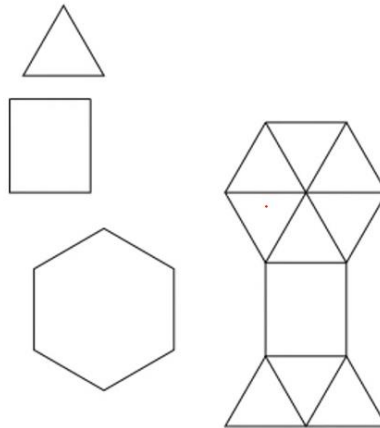
Elaborador de imágenes

- Concatenación de figuras continuas para formar dibujos en los que varias figuras juntas desempeñan un único rol
- No hay anticipación en la creación de nuevas figuras geométricas: ensayo y error
- Elección de figuras: Gestalt o un componente de la figura (p. ej. longitud)



Compositor de figuras

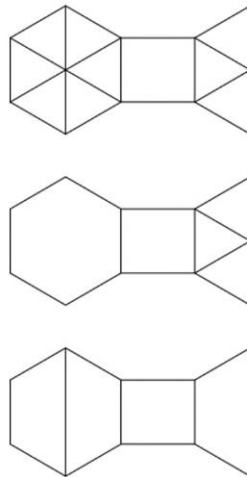
- Combinación de figuras para hacer figuras nuevas o rellenar puzzles
- Intencionalidad y anticipación crecientes
- Elección de figuras en base a atributos: ángulos y longitud de los lados
- Uso intencional de rotación y volteo



DESARROLLO: 6 AÑOS

Compositor de sustitución

- Figuras nuevas a partir de figuras más pequeñas
- Sustitución de grupos de figuras por otros grupos de figuras para crear nuevas formas



MHH

354

DESARROLLO

- ¿Cómo separar estructuras en figuras encastradas?
- Discriminación visual: innata
 - Incluida discriminación basada en figuras
- Estímulos visuales: organizados en el primer año de vida
- Estructuras perceptuales primarias:
 - Determinadas, esencialmente, por las leyes de la buena forma y de continuidad
 - Operan de manera rígida, indivisible, no analizable y desarticulada hasta los 4 años
 - Se convierten en flexibles, descomponibles y componibles entre 6 y 8 años

Desarrollo

- Habilidad para romper figuras de líneas y reorganizarlas en formas nuevas
- Habilidad para enlazar unidades perceptuales aisladas por medio de líneas imaginarias para identificar estructuras más complejas de figuras incompletas (**reificación**)
- Paso de una figura a otra cuando son reversibles (**multiestabilidad**)
- Paso de estructuras perceptuales primarias a estructuras perceptuales secundarias

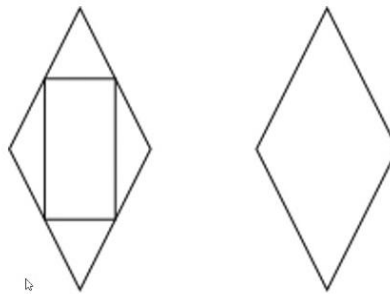
MHH

357

DESARROLLO: 4 AÑOS

Desincrustador simple

- Identifica el marco de figuras complejas
- Halla algunas figuras dentro de disposiciones en los que dichas figuras se solapan, pero no donde existan figuras incrustadas en otras



MHH

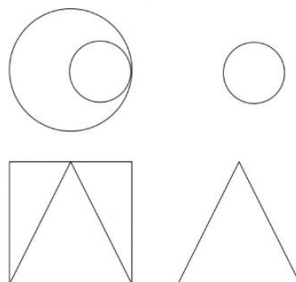
358

DESARROLLO 5-6 AÑOS

Desarrollo: 5-6 años

Desincrustador de figuras en figuras

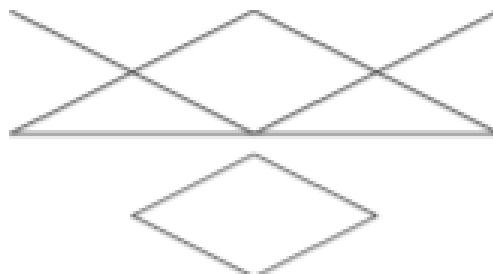
- Identifica figuras incrustadas en otras figuras
- Identifica las estructuras perceptuales primarias en figuras complejas



DESARROLLO 7 AÑOS

Desincrustador de estructuras secundarias

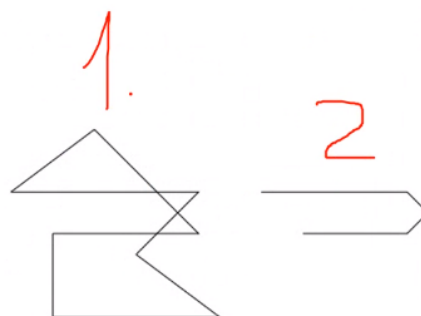
- Identifica figuras incrustada incluso cuando no coinciden con ninguna estructura primaria de la figura compleja



DESARROLLO 8 AÑOS

Desincrustador completo

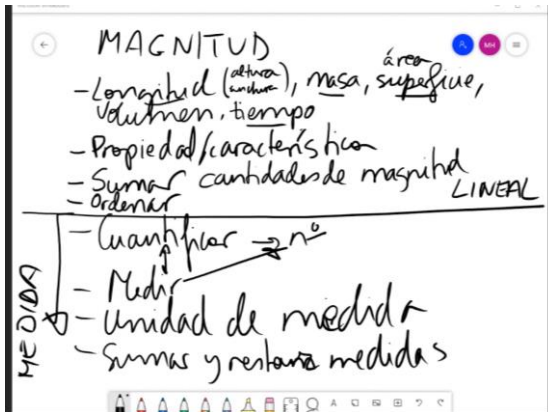
- Identifica todas las variedades de disposiciones complejas



BLOQUE 2: INICIACIÓN A LAS MAGNITUDES Y SU MEDIDA

MAGNITUD

Definición matemática. Construcción matemática de lo que es una magnitud



CINTAS AMONTONADAS



CINTAS ALINEADAS PARA COMPRAR LONGITUD

Cintas alineadas para comparar longitud

MHH 14

Cintas clasificadas según longitud

Tener la misma longitud
 Relaciones de equivalencia
 - reflexiva }
 - simétrica }
 - transitiva }

Cantidades de longitud

MHH 15

Es importante clasificar según su longitud porque de esta manera hemos reducido el número de grupos que vamos a comparar

SI LO QUE QUEREMOS COMPARAR SON DOS CANTIDADES

Microsoft Whiteboard

← masa bolso > masa ratón

Longitud → alinear

Masa → equilibrar

Capacidad →

más cap

menos cap

En cantidad empelamos el **trasvasado**

SI LO QUE QUEREMOS ES COMPRAR DOS SUPERFICIES

4 Superficie (área) → superposición

A B

5 Tiempo → comienzo simultáneo
Duración → fin

Las 5 magnitudes

Microsoft Whiteboard

←

1 Longitud → alinear

2 Masa → equilibrar → trasvasar

3 Capacidad →

más cap

menos cap

cap A < cap B
lth. cap. que lth. a cada parter cap
siha equa cap B
cap A > cap B

4 Superficie (área) → superposición

A B

5 Tiempo → comienzo simultáneo
Duración → fin

Todas estas magnitudes cumplen la **propiedad reflexiva**

ACTIVIDAD DE CANTIDADES DE LONGITUD. SUMAS DE LONGITUDES DE CINTAS

Las magnitudes que se pueden sumar son las que vamos a ver en matemáticas

$2 < 3$ pq encontramos $1 + q$ $2 + 1 = 3$
 $5 < 20$
 15
 $(5 + 15) = 20$
 $A < G$ si encontramos otra clase B tal que $A + B = G$
 - Asociativa
 - Conmutativa
 - Elemento neutro \emptyset

*Elemento neutro: Para representar la ausencia de cantidad en matemáticas

Nosotros vamos a acabar considerando las magnitudes **extensivas**

MAGNITUDES INTENSIVAS Y EXTENSIVAS

Intensivas
 • Tiene sentido agregar los objetos que soportan el atributo
 • El atributo en el objeto agregado **no es** proporcionalmente aditivo
 • **Temperatura, presión, densidad**
 100
 A
 1
 50
 B
 2
 150
 B
 A
 A+B

Extensivas
 • Tiene sentido agregar los objetos que soportan el atributo
 • El atributo en el objeto agregado **es** proporcionalmente aditivo
 • **Longitud, masa, superficie, capacidad, tiempo**
 A
 B
 A+B
 capacidad
 tiempo

Explicación de por qué se suman las magnitudes:

Microsoft Whiteboard

longitudes
masas
capacidades

Temperatura

Densidad

Aditivo

aceite A

agua B

aceite + agua A+B

ORDEN DE CANTIDADES DE LONGITUD

- Reflexiva $\rightarrow \text{long } A \leq \text{long } B$

- Transitiva $\rightarrow \approx \leq$

- Antisimétrica

\downarrow

$\text{long } A \leq \text{long } B$ D

$\text{long } B < \text{long } A$ X

$\text{long } A = \text{long } B$ \leftarrow

MHH

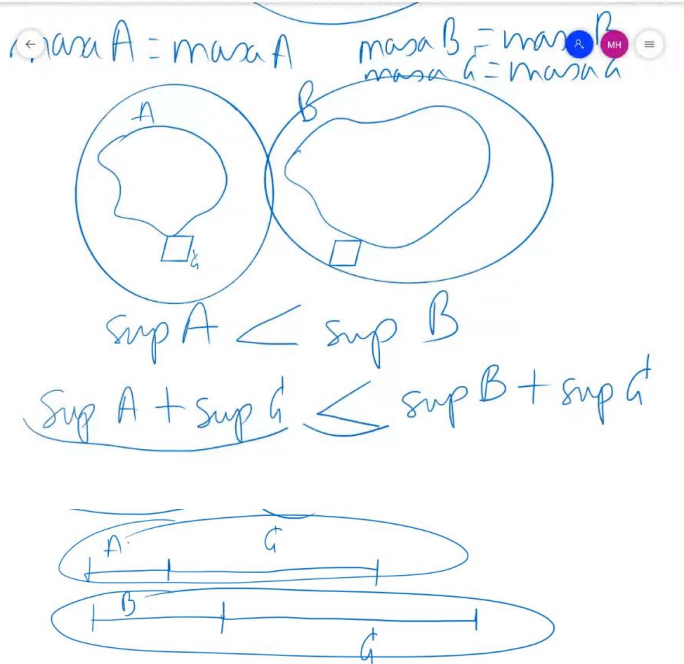
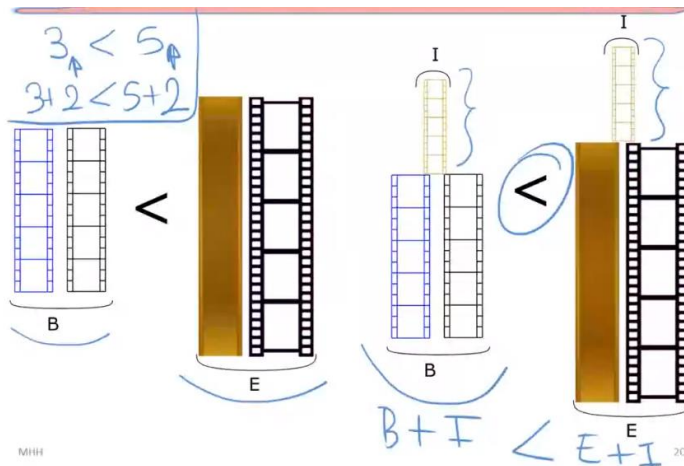
18

CANTIDADES DE LONGITUD ORDENADAS

MHH

19

ORDEN Y SUMA SON COMPATIBLES



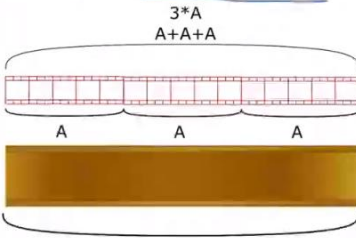
Cuando decimos que orden y suma son compatibles nos referimos a :Ser compatible significa que se respeta el orden, es decir la suma respeta al orden.

- Magnitud
- Características
 - Clasificar *entre la misma magnitud*
 - Sumar las clases
 - Ordenar (apoyamos en)
 - Suma y orden son compatibles
 - multiplicar por números *3 veces una cantidad de los*
- \mathbb{N} Discretos Continuos \mathbb{R} *magnitud*

PRODUCTO DE NÚMEROS POR CANTIDADES DE MAGNITUD

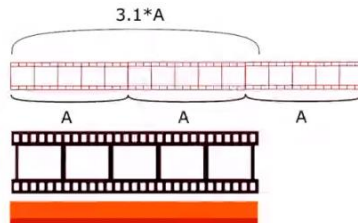
Producto de números por cantidades de magnitud

Magnitudes discretas: solo se puede multiplicar por números naturales



Cantidad de células
 $A \rightarrow 15$
 $15A$

Magnitudes continuas: se puede multiplicar por todos los números reales



masa C
 $0.5 \quad 1.5$
 $1 \quad 8.3$
 $2 \quad 11$

DIFERENCIACIÓN ENTRE CANTIDAD DISCRETA Y CONTINUA EN NIÑOS

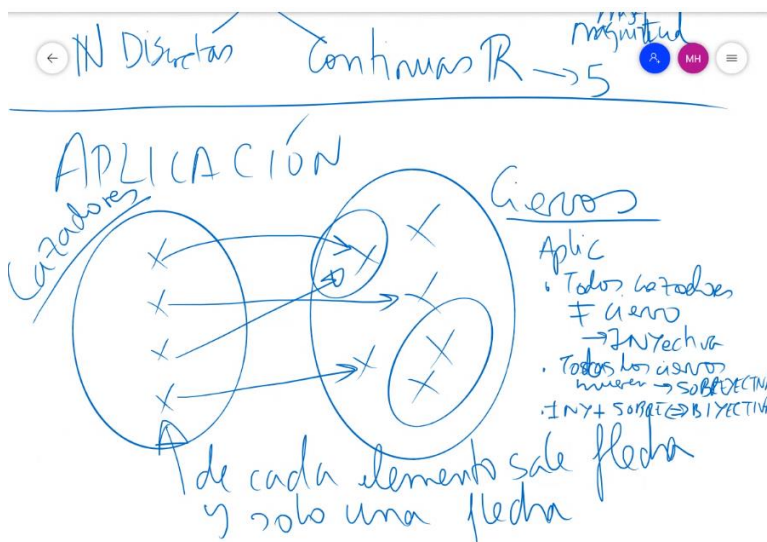
*Enlace a video de youtube

Discretas se multiplican por los números naturales y continua se multiplican con los números naturales

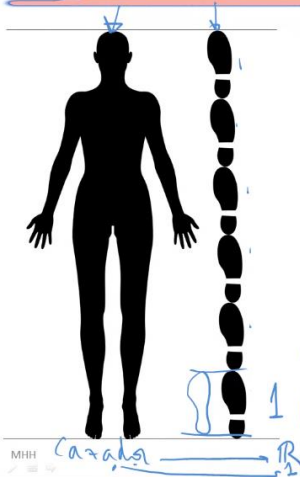
MEDIDA. DEFINICIÓN MATEMÁTICA

- Es el acto por el que se le asigna un número a una cantidad de magnitud
- ¿Qué significa ese número?
- ¿Se mide con respecto a algo? → Se mide con respecto a la unidad

APLICACIÓN MEDIDA

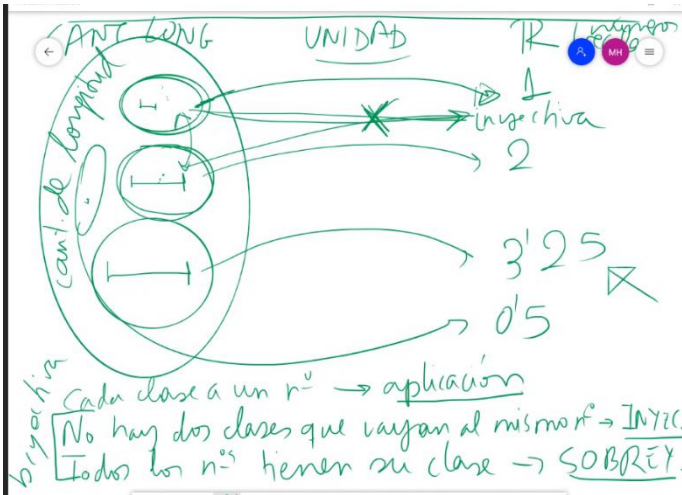


Aplicación medida



- Vamos a medir con respecto a la huella [huella] UNIDAD
- ¿Qué vamos a obtener? N°
- Si se mide la huella con respecto a la huella ¿qué se obtiene? 1
- Si se mide la mujer con respecto a la huella ¿qué se obtiene? 6
- ¿Se puede obtener otro número? N°
- Si para otro objeto se obtiene el mismo número ¿qué podemos decir de ese objeto y la mujer?
- La aplicación medida es biyectiva

MHH Caras → \mathbb{R} clape cont. → \mathbb{R} 26

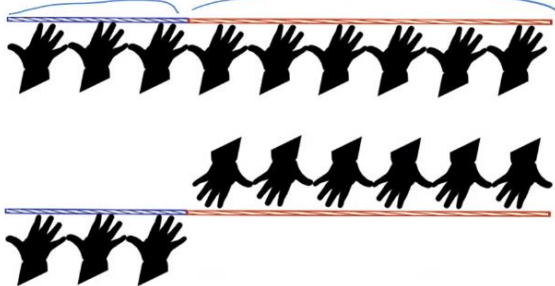


PROPIEDADES DE LA APLICACIÓN MEDIDA

Aditividad de la aplicación medida

Dados dos objetos (dos cantidades de longitud) se obtiene el mismo resultado en los siguientes casos:

- Si se suman los objetos/cantidades de longitud y luego se mide
- Si se mide cada uno por separado y luego se suman los números obtenidos



MHH

27

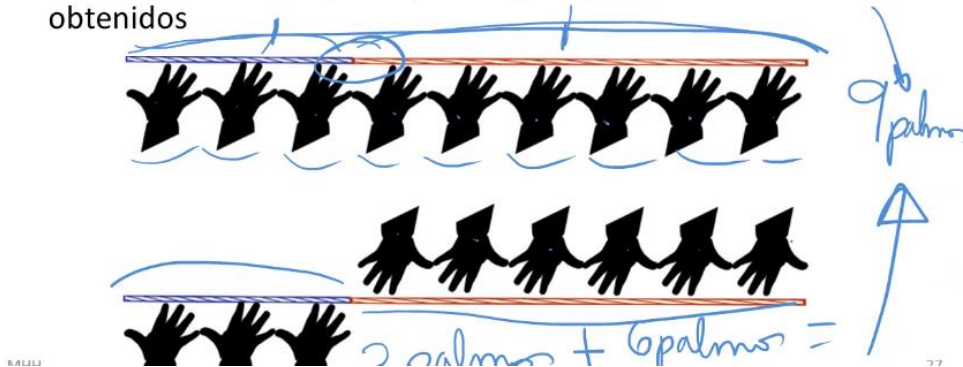
Es decir, puedo multiplicar el número que me dicen por la longitud o bien yo tengo un objeto, el bastón, puedo juntar todos los bastones (4 bastones) y luego medir.

Aditividad de la aplicación medida



Dados dos objetos (dos cantidades de longitud) se obtiene el mismo resultado en los siguientes casos:

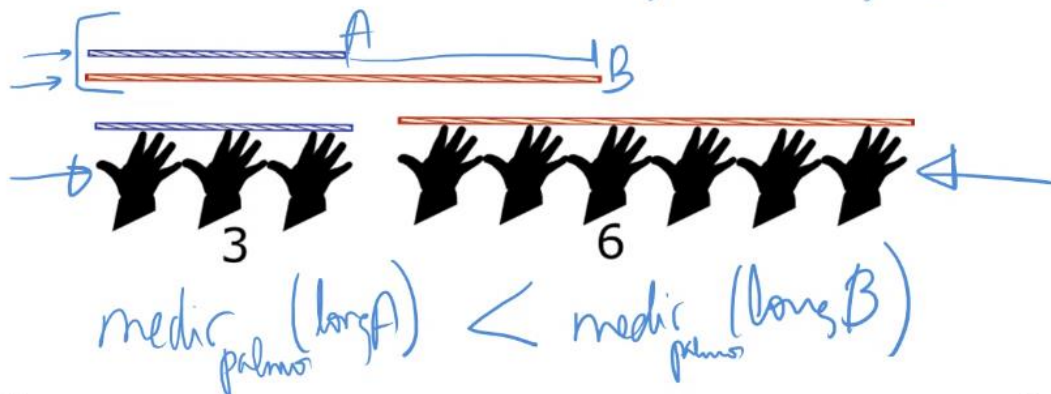
- Si se suman los objetos/cantidades de longitud y luego se mide
- Si se mide cada uno por separado y luego se suman los números obtenidos



La aplicación medida preserva el orden

Si un objeto es más corto que otro, fijada una unidad, la medida del primero con respecto a esa unidad será menor que la del segundo

$$\text{long}(A) < \text{long}(B)$$



En matemáticas medir es construir una aplicación medida.

Par ello debemos de saber cuál es la clase unidad, y a cada una de estas clases se le asigna un número.

Esta aplicación medida es una aplicación, es decir cada clase (un único número) es biyectiva (no hay dos clases con igual número), sobreyectiva (todo el número tiene su clase).

Además, la aplicación medida unifica dos propiedades (la aditividad y la linealidad)

Por último, la aplicación medida conserva el orden de las clases/cantidades de magnitud

PARTICULARIDADES DE LAS MAGNITUDES

MASA VS. PESO

Masa vs. Peso

A

- ¿Qué es la masa?
- ¿Qué es el peso?
- ¿Qué mide una balanza de doble platillo?
- ¿Qué mide una báscula de aguja/digital?
- En la Luna
 - ¿Qué mide una báscula digital? ¿En qué difiere su funcionamiento con respecto a la Tierra?
 - ¿Qué mide una balanza de doble platillo? ¿En qué difiere su funcionamiento con respecto a la Tierra?



M001

67

MASA VS. PESO

Masa vs. Peso

A

Masa

- **Cantidad de materia** que hay en un objeto
- **Balanza de doble platillo:** compara la masa de dos objetos
- En la Luna
 - Una balanza de doble platillo compara la masa de dos objetos con los mismos resultados que en la Tierra
- La masa de un objeto es **invariante**

Peso

- **Fuerza** ejercida en un objeto por efecto de la **gravedad**
- **Báscula de aguja/digital:** mide el peso de un objeto
- En la Luna
 - Una báscula digital calibrada para la gravitación terrestre marca menos en la Luna que en la Tierra para un mismo objeto
- El peso de un objeto **varía** en función de su posición con respecto al centro de la Tierra (Universo)

EXPERIENCIA SENSORIAL DE LA MASA

- No se puede sentir la masa de modo directo
- Lo que se percibe sensorialmente es el peso

MASA VS. VOLUMEN

Masa



Volumen

- Cantidad de **materia** de un objeto
- Bloque 200g de plomo misma cantidad de masa que bala de 200g de paja

- Cantidad de **espacio** que ocupa un objeto
- Bloque de 200g de plomo menos volumen que bala de 200g de paja (cohesión de moléculas)

3D

M001

70

VOLUMEN VS. CAPACIDAD

Volumen vs. Capacidad

Volumen



- Cantidad de **espacio** tridimensional que ocupa un **objeto**
- Unidades:
 - De líquidos: litros...
 - De sólidos: unidades cúbicas

Capacidad

Recipiente

- **Máximo volumen** de líquido que puede **contener** un recipiente
- Solo los **recipientes** tienen capacidad
- Unidades: las de volumen de líquidos *litros...*

MHH

71

Tiempo

Intervalo de tiempo

- **Período** de tiempo que dura una actividad
- Tiempo transcurrido de un instante a otro
- Unidades: segundos, minutos, horas, días, semanas, meses, años, milenios...

Registro del tiempo / tiempo registrado

- **Momento**/tiempo en el que sucede algo
- Convenciones para leer el tiempo registrado
 - Relojes, a.m., p.m., sistema de 24 horas...
 - Día de la semana, del mes, del año
 - 15:30 del 16 de mayo de 2019

MHH

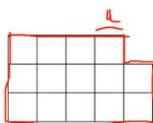
72

Perímetro (longitud) vs. Área (superficie)

Perímetro



- Longitud de una curva cerrada plana



Área

- Extensión de la región acotada por una curva cerrada simple



MHH

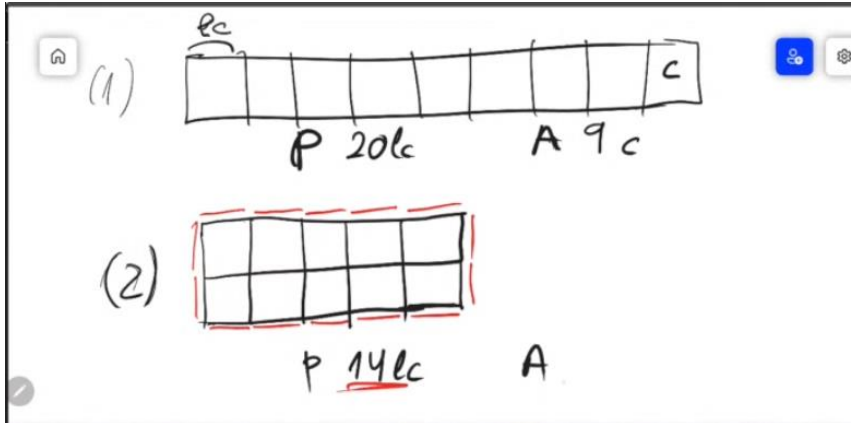
73

Perímetro de la figura de la izquierda: 16 cuadrados

Área de la figura de la izquierda :14 cuadradito

Perímetro figura derecha : 16 C

Área de la figura de la derecha: 15 C



Segunda figura Perímetro: 14

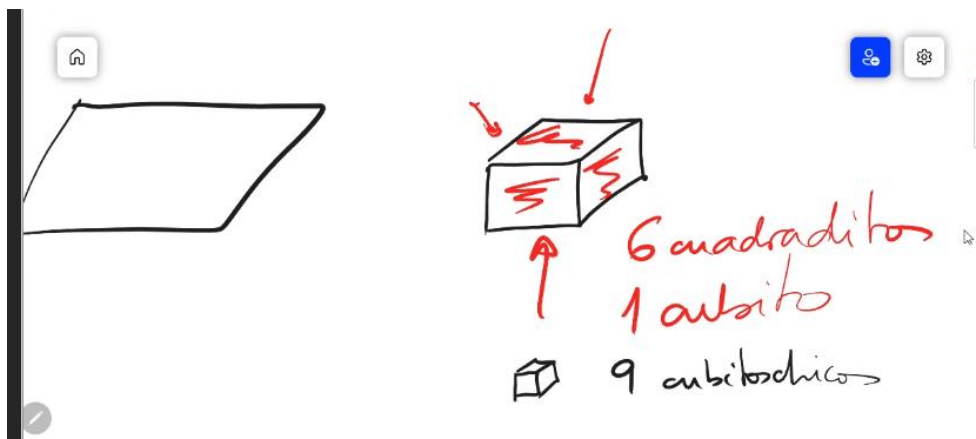
Segunda figura Área: 10

El perímetro es el contorno de una figura plana

El área de una figura 3D podemos denominarlo como el papel que me hace falta para envolver un regalo

En una figura 3D no existe el perímetro

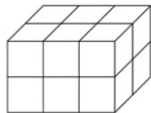
El volumen es la cantidad de espacio tridimensional que ocupa la figura.



Volumen vs. Superficie

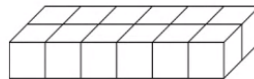
Volumen

- Cantidad de **espacio** tridimensional que ocupa un **objeto**



Área de la superficie de un cuerpo

- El área de la superficie de un objeto sólido es la suma de las áreas de todas sus superficies



Volumen del de la izquierda: 12 cubitos

Volumen del de la derecha: 12 cubitos

Área del de la izquierda: 32 cubitos (cuentas todas las caras de los cubitos para sacar el área)

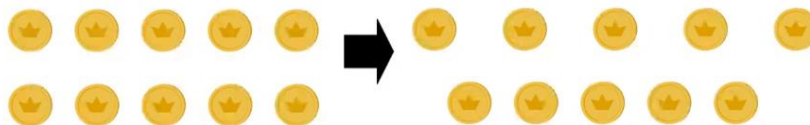
Área del de la derecha: 40 cubitos

INTERFERENCIAS ENTRE MAGNITUDES

INTERFERENCIAS NÚMERO-ESPACIO

(Lourenco & Longo, 2011)

TAREAS DE CONSERVACIÓN DEL NÚMERO



¿Hay el mismo número de monedas en cada fila?

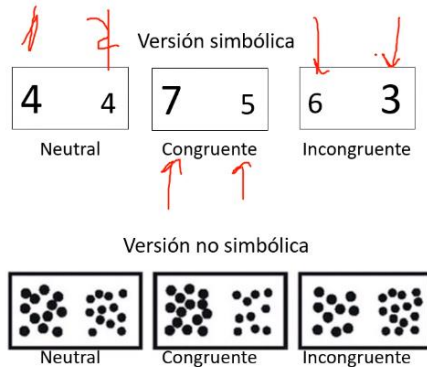
Ahora, ¿hay el mismo número de monedas en cada fila o en una fila hay más que en otra?



<https://youtu.be/gnArvcWah6I>

TAREAS DE CONGRUENCIA

¿Qué lado es físicamente más grande?



MHH

79

EXPLICACIÓN

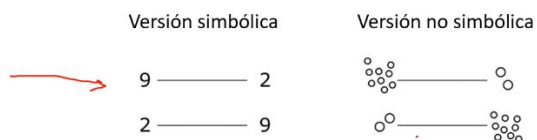
Neutral: que las dos tienen el mismo número, solo lo diferencia la superficie. Se emplea para ver si los niños entienden bien la superficie.

Congruente: hay más superficie en una figura que en otra, pero se muestran en orden de superficie

Hay más parte negra que en la derecha que en la izquierda, pero sin embargo lleva a error porque la superficie con menos negro está la primera, a la izquierda.

TAREAS DE BISECCIÓN

¿Dónde está el centro de la línea?



Tendencia a desviar el centro al sitio donde la cantidad de puntos es mayor

INFERENCIAS ESPACIO-TIEMPO (-LENGUAJE)

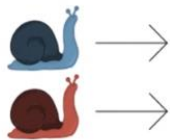
(Casanto, Fotakopoulou, & Boroditsky, 2010)

Si hay dos personas andando y terminan a la vez, pero una de ellas recorre más longitud ue la otra, por lo que hay una tendencia a decir que la otra persona a anda más tiempo. Por tanto, hay una interferencia espacio-tiempo.

LENGUAJE

- Uso de términos espaciales para referencias temporales
 - ¿Van a ser unas vacaciones largas o cortas?
 - Ha sido una reunión muy larga
- Uso de términos temporales para referencias espaciales
 - ¿A qué distancia está Jaén? A dos horas de viaje

EXPERIMENTOS (Casasanto, Fotakopoulou, & Boroditsky, 2010)



- Diferente **distancia** y diferente **tiempo**
- Diferente **distancia** y mismo **tiempo**
- Misma **distancia** y diferente **tiempo**

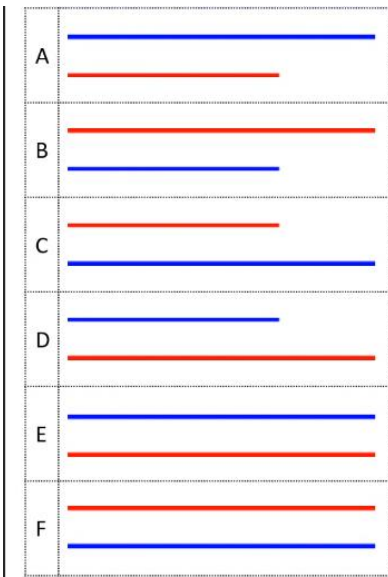
Preguntas sobre distancia

- ¿Han parado ambos caracoles en el mismo lugar?
- ¿Alguno de los caracoles ha llegado más lejos?
 - Sí → ¿Cuál de los dos?

Preguntas sobre tiempo

- ¿Han parado ambos caracoles a la vez?
- ¿Alguno de los caracoles se ha movido por un **tiempo más largo**?
- ¿Alguno de los caracoles se ha movido por **más tiempo**?

- Mejor desempeño si no hay interferencia, tanto en ensayos espaciales como en temporales
- Mejor desempeño en ensayos espaciales que en ensayos temporales
- Más interferencia del espacio que del tiempo
 - Peor desempeño en ensayos temporales con interferencias espaciales



Sin interferencia temporal

- Línea de arriba más larga
- Línea de arriba más corta
- Ambas líneas iguales
- ¿Tienen las líneas la misma longitud?
- ¿Es alguna de las líneas más larga? ¿Cuál es más larga?



Tiempo sin interferencia de distancia

- El caracol de arriba bota por más tiempo
- El caracol de abajo bota por más tiempo
- Ambos caracoles botan el mismo tiempo

Preguntas sobre tiempo con/sin interferencia del lenguaje

- ¿Algún caracol ha botado por un **tiempo más largo**?
- ¿Algún caracol ha botado **más tiempo**?

- Mejor desempeño si no hay interferencia, tanto en ensayos espaciales como en temporales
- Mejor desempeño en ensayos espaciales que en ensayos temporales
- Más interferencia del espacio que del tiempo
 - Peor desempeño en ensayos temporales con interferencias espaciales

ELEMENTO DEL APRENDIZAJE DE MAGNITUDES Y SU MEDIDA

PRINCIPIOS CENTRALES DEL APRENDIZAJE DE MAGNITUDES Y MEDIDA (Haylock, 200)

- Comparación y orden
- Transitividad
- Conservación
- Unidades no estándar
- Aproximación
- Un contexto para desarrollar conceptos numéricos
- El significado de cero

CONSERVACIÓN

- Invarianza de una cantidad de magnitud en un objeto cuando sobre él se realizan determinadas transformaciones
- <https://youtu.be/gnArvcWaH6I>

CONSERVACIÓN-LONGITUD



<https://youtu.be/gnArvcWaH6I>

Tenemos que darnos cuenta de si los niños conservan o no las longitudes

CONSERVACIÓN-LONGITUD

- **Longitud:** si dos objetos tienen la misma longitud, ambos continúan teniendo la misma longitud cuando uno de ellos es **movido a una nueva posición**



- ¿Son igual de largos o alguno de ellos es más largo que el otro?
- Iguales

Se desplaza uno de los objetos.



- ¿Son igual de largos o alguno de ellos es más largo que el otro?
- El de debajo es más largo.
- ¿Por qué?
- Porque llega hasta aquí.

CONSERVACIÓN- VOLUMEN DE LÍQUIDOS

- **Volumen de líquidos:** cuando una cantidad de líquido es **trasvasada de un recipiente a otro con distinta forma** de modo que el **nivel** del líquido queda a **diferente altura**, el volumen de líquido sigue siendo el mismo



<https://youtu.be/gnArvcWaH6I>

Reversibilidad



<https://youtu.be/gA04ew6Oi9M>

CONSERVACIÓN- MASA

- **Masa:** si dos bloques de plastilina tienen la misma masa, ambos continúan teniendo la misma masa cuando uno de ellos es **modelado adquiriendo otra forma**



<https://youtu.be/gnArvcWaH6I>

CONSERVACIÓN- ÁREA

- **Área:** si un trozo es **cortado** en varios pedazos y estos con colocados **variando su disposición** original, entonces la cantidad de área sigue siendo la misma



<https://www.youtube.com/watch?v=bpLexv8fss0>

COMPRARCIÓN DIRECTA

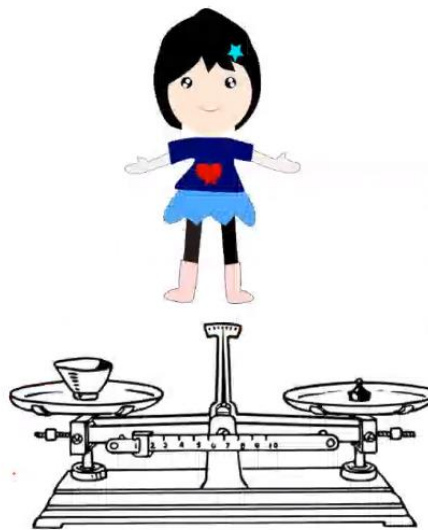
- No entran en juego unidades

- **Longitud:** dos objetos son **alineados** para determinar si son igual de largos / cuál de los dos es más largo / cuál de los dos es más corto



Comparación directa

- **Masa:** dos objetos son colocados cada uno en un platillo de una balanza (**equilibrado**) para determinar si tienen la misma masa / cuál de los dos tiene más masa / cuál de los dos tiene menos masa

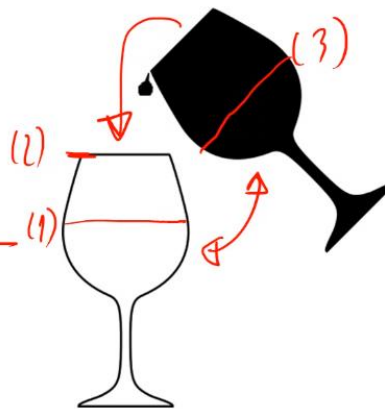


MHH

103

Comparación directa

- **Capacidad:** se trasvasa líquido de un recipiente a otro para determinar si tienen la misma capacidad / cuál de los dos tiene más capacidad / cuál de los dos tiene menos capacidad



(3) blanca \leq negra

(1) blanca \geq negra

(2) blanca = negra

MHH

104

Comparación directa

- **Tiempo:** dos sucesos son **comenzados** ~~simultáneamente~~ ^{a la vez} para determinar si tienen la misma duración /cuál de los dos dura más / cuál de los dos dura menos

<https://www.youtube.com/watch?v=4SjlBOP9-IY>

(0:50)

Comparación directa

- **Volumen:** dos cuerpos son **sumergidos** en sendos recipientes idénticos con líquido suficiente para cubrir los cuerpos sin rebosar para determinar si estos tienen el mismo volumen / cuál de los dos tiene más volumen / cuál de los dos tiene menos volumen

COMPARACIÓN INDIRECTA-TRANSITIVIDAD

COMPARACIÓN INDIRECTA

- **Longitud:** no es posible alinear los dos objetos
- **Masa:** no es posible colocar los dos objetos en la misma balanza
- **Capacidad:** no es posible trasvasar líquido de un recipiente otro
- **Tiempo:** no es posible comenzar los dos sucesos simultáneamente ^{a la vez}
- **Superficie:** no se pueden superponer las dos figuras
- **Volumen:** no se puede comparar el cambio de nivel directamente al sumergir los objetos

Uso de intermediario para la comparación

TRES POSIBILIDADES PARA LA TRANSITIVIDAD

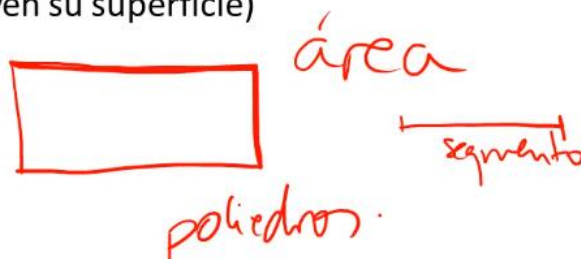
- Si un objeto A es igual (en cantidad de *magnitud*) que un objeto B, y si este objeto B es igual (en cantidad de *magnitud*) que un objeto C, entonces A es igual (en cantidad de *magnitud*) que el objeto C
- Si un objeto A es menor (en cantidad de *magnitud*) que un objeto B, y si este objeto B es menor (en cantidad de *magnitud*) que un objeto C, entonces A es menor (en cantidad de *magnitud*) que el objeto C
- Si un objeto A es mayor (en cantidad de *magnitud*) que un objeto B, y si este objeto B es mayor (en cantidad de *magnitud*) que un objeto C, entonces A es mayor (en cantidad de *magnitud*) que el objeto C
- *Magnitud*: puede ser sustituido por longitud, masa, capacidad, tiempo, superficie, volumen

OBJETOS DE LA MEDIDA

Brousseau & Brousseau, (1991-92)

OBJETOS DE LA MEDIDA (Brousseau & Brousseau, 1991-92)

- Los **objetos “soportes”** de los atributos a medir:
 - Concretos: una mesa, un pájaro ←
 - “Matematizados”: un rectángulo, su “longitud” o su “anchura” en tanto que segmentos, el conjunto de puntos que constituyen su superficie)



117

CONCEPTOS DE MEDICIÓN LINEAL: el caso de longitud

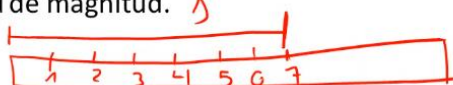
Conceptos de medición lineal (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

- Comprensión del atributo
- Conservación
- Transitividad

Conceptos de medición lineal (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

• Partición equitativa

- Actividad mental de dividir un objeto en unidades del mismo tamaño
 - En el caso de área consiste en “cortar” el espacio bidimensional en partes de igual área (usualmente congruentes)
- Implica mirar mentalmente el objeto como algo que se puede partir en (longitudes/superficies...) más pequeñas incluso antes de medirlo físicamente
- Algunos niños no tienen esta competencia: entienden “5” como una marca simple sobre una regla en lugar de entenderlo como una longitud que se corta en cinco unidades de igual cantidad de magnitud.



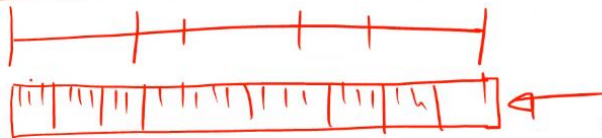
MHH

118

Conceptos de medición lineal (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

• Unidades y repetición de unidades

- Habilidad para pensar en la longitud/área de una unidad pequeña como un bloque, como parte de la longitud del objeto medido, y contar cuántas veces se puede ubicar la longitud del bloque más pequeño repetidamente sin espacios ni superposiciones en la longitud del objeto más grande.
- Los niños no siempre ven la necesidad de partir equitativamente y así usar las unidades idénticas



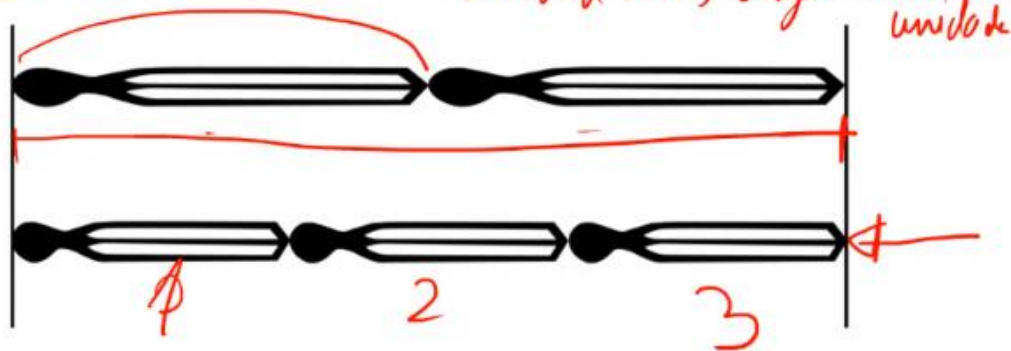
MHH

119

Conceptos de medición lineal (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

• Relación entre número y medida

- Los niños hacen juicios de medidas basados en ideas de conteo
 - La segunda fila de cerillas es más larga porque hay más cerillas
- Es necesario entender la relación entre unidades y el número de unidades para entender situaciones de medida
- Relación inversa entre el tamaño de la unidad y el número de unidades de una medida



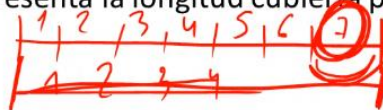
MHH

121

Conceptos de medición lineal (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

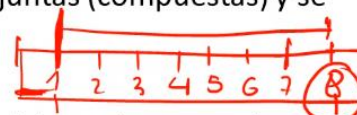
• Acumulación

- Comprensión de que una unidad se repite.
- La palabra de conteo representa la longitud cubierta por todas las unidades



• Aditividad

- Las longitudes se pueden colocar juntas (compuestas) y se pueden separar



• Origen (longitud)

- Cualquier punto en una escala (regla) puede ser usado como origen
- La distancia entre 45 y 50 es la misma que entre 100 y 105 y es la misma que entre 0 y 5.

APRENDIZAJE DE LA LONGITUD EN LOS PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD: PUNTOS DE DESARROLLO

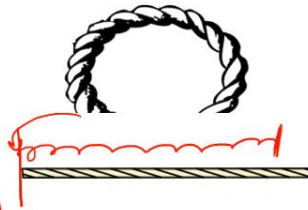
Mc Donough & Sullivan, 2011

Varias fases que marcan:

1. Comparación, conservación y transitividad

- Compara, ordena y empareja objetos según longitud

- Solo mirando (sin tocar), ¿cuál es más largo: la cuerda o el palo?
- ¿Cómo lo puedes comprobar? (Ahora sí está permitido tocar)
- "En plan"... ¿cuál es más largo?



Aprendizaje de la longitud en los primeros años de escolaridad (McDonough & Sullivan, 2011)

2. Uso iterativo de una unidad para medir

- Usa unidades uniformes de manera apropiada, asignando un número y una unidad a la medida

Aquí tienes unos cuantos clips y un palo.

- Mide cómo de largo es el palo con los clips. (Si el niño duda: usa los clips para medir el palo).
- ¿Qué has averiguado? (No dar pistas)

Si el número dado es correcto (e.g. 4), pero no ha dado unidades, pregunta ¿4 qué?



MHH

127

Aprendizaje de la longitud en los primeros años de escolaridad (McDonough & Sullivan, 2011)

3. Uso de unidades estándar para medir

- Usa unidades estándar para estimar y medir longitud con precisión

Aquí está la regla. (Se da la regla de 30cm al niño en la mano).

Aquí está el palo (20cm).

- Por favor, mide el palo con la regla.
- ¿Qué has averiguado?

Si el número dado es correcto (20), pero no ha dado unidades, pregunta ¿20 qué?



Progresión evolutiva en 3º EI (Australia)

marzo

	% (redondeado) de alumnos en cada nivel de desarrollo	Comienzo escolar (5 años)	Después del primer año escolar (Grade Preparatory)
1	Aún no hay comparación de longitudes	30	5
2	Comparación de longitudes	53	35
3	Iteración de la unidad	17	54
4	Uso de unidades estándar	1	7
	Más allá del uso de unidades estándar	0	0

101

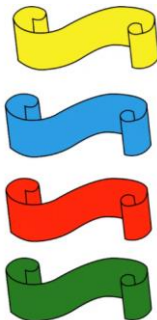
SITUACIONES DE CONSTRUCCIÓN DE MAGNITUDES CONTINUAS

LONGITUD

CINTAS

DATOS GENERALES

- Edad: 4 y 5 años
- Material
 - 5 cintas amarillas de medidas 1m, 1.05m, 1.1m, 1.15m, 1.2m
 - 5 cintas azules de medidas 1m, 1.05m, 1.1m, 1.15m, 1.2m
 - 5 cintas rojas de medidas 1m, 1.05m, 1.1m, 1.15m, 1.2m
 - 5 cintas verdes de medidas 1m, 1.05m, 1.1m, 1.15m, 1.2m



COMPARAR PARA VER SI SON IGUALES O NO:

Tareas

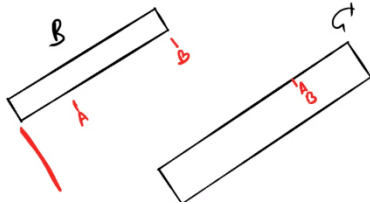
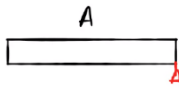


• "Tenéis que comprobar si todas las cintas son iguales o no"

• ¿Qué estrategias se pueden emplear para hacerlo?

Handwritten notes and diagrams for the task:

- 3^a Igual a una de ellas A
- 3^a más grande que ambas
- 3^a B - C - A
- Diagram showing a box labeled 'A' and 'B' with arrows and the text 'escalas'.
- Equation: $A = C \wedge C = B \Rightarrow A = B$
- Equation: $A \neq B \wedge B \neq C \Rightarrow A \neq C$
- Equation: $A \leq C \wedge C \leq B \Rightarrow A \leq B$
- Equation: $A \leq C \wedge C \leq B \Rightarrow A \neq B$



Handwritten notes and diagrams for the task:

- 1. Diagram showing bar 'A' and bar 'C' with the text $A = C$ and $C \neq B \Rightarrow A \neq B$.
- (3) Diagram showing bar 'B' and bar 'C' with the text $A \leq C$ and $C \leq B \Rightarrow A \leq B$ and $A \neq B$.

Tareas

• "Tenéis que comprobar si todas las cintas son iguales o no"

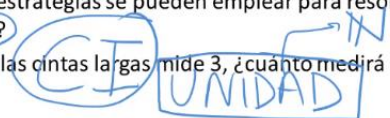
• ¿Qué estrategias se pueden emplear para hacerlo?

• "Ordenar, según su cantidad de longitud, las cintas que son del mismo color"

• "En el aula de al lado hay una mesa (grande) y queremos saber si la podemos traer a nuestra, si cabe por la puerta" *¿Cómo saber si podemos traerla?*

• ¿Qué estrategias se pueden emplear para resolver con las cintas?

• Si con las cintas largas mide 3, ¿cuánto medirá con las cortas?



Una de las estrategias que se usarían en esta tarea es la comparación inversa

Si la unidad que utilizo es más corta tendrá que salirme un número más grande

OTRA TAREA

Tareas ¿les den mandar una anta?

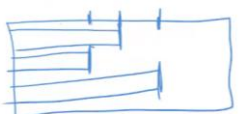
→ + larga → escala

→ *lápiz muy grande* → *usado como unidad / dibujo*

→ *lápiz no grande* → *deje referencias → UNIDAD*

→ *unid. antropométricas* → *unid. estándar*

- "Cada grupo tiene sus cintas de un color y otro grupo tiene que cortar cintas iguales a las vuestras. Enviadles información para que puedan hacerlo"
- ¿Qué estrategias se pueden emplear para hacerlo?

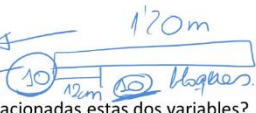


VARIABLES DIDÁCTICAS COMUNES

1m 1m5cm

1'20m

- Longitudes de las cintas
- Dominio numérico
- ¿En qué medida están relacionadas estas dos variables?



El dominio numérico siempre tiene que ser menor al número de unidades que nos faltan?


EVALUACIÓN

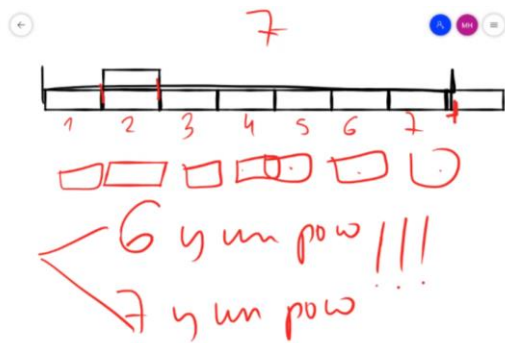
- Estrategias de comparación empleadas
- Los instrumentos de medida que utilizan para calcular longitudes *regla - cm / mm / mm*
- Grado de estiramiento de las cintas al medir
- Marcado en los objetos cuando los miden con las cintas
 - ¿Sólo al final de la iteración de la "unidad"?
 - ¿Tras cada colocación de la "unidad"?

→ escala
→ hay un unidad

→ ¿por qué mental?

→ precisión





Dejarles a los niños que la propia actividad les diga que algo están haciendo mal

Nos hacemos una espada medieval

- Edad: 5 años
- Consigna
 - “Tenéis que construir una espada que tiene que ser igual de larga que vuestro brazo”
- Materiales
 - Soporte de papel para construir la espada
 - Cinta métrica
 - Regla
 - Otros instrumentos de medida de longitud
 - Lápiz, tijeras... (lo necesario para la construcción material)



ESPADAS

- ¿Estrategias esperadas?
 - * Medir con un instrumento del brazo
 - Controlando origen ✓
 - Sin control del origen ✗
 - pasar la medida al papel
 - * Poner el brazo y marcar su longitud
 - * Medir con otras unidades
 - obj.
 - < Antrop

Espada

- ¿Estrategias esperadas?
 - Medir la longitud del brazo con una cuerda
 - Medir la longitud del brazo con una cinta métrica
 - Medir la longitud del brazo con una regla
- Variable didáctica fija
 - Longitud que hay que reproducir
 - Es la del brazo que no se puede colocar fácilmente sobre la cartulina plateada en la que se va a construir la espada

*Sin control de origen: Que empiezn a medir y se fijan solo en el número final

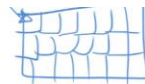
EVALUACIÓN

Evaluación

- Qué instrumentos de medida utiliza, su grado de propiedad con respecto al brazo
- Si estira la cinta métrica para mejorar la precisión de la medida
- Estrategia para no olvidar la medida obtenida
- Estrategias para marcar en el soporte de la medida
 - Una sola marca
 - Tantas marcas como aparecen

CONCEPTOS DE MEDICIÓN LINEAL: EL CASO DEL ÁREA

(Sarama & Clements, 2009)



• Partición equitativa

- En el caso de área consiste en "cortar" el espacio bidimensional en partes de igual área (usualmente congruentes)
- Implica mirar mentalmente el objeto como algo que se puede partir en (longitudes/superficies...) más pequeñas incluso antes de medirlo físicamente



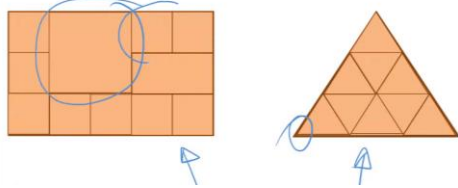
Conceptos de medición de área (Sarama & Clements, 2009) y (Clements & Sarama, 2015)

		<i>Rellenar</i>	<i>Representar</i>
0-3 años		Dibuja figuras casi cerradas y líneas sin indicación de recubrir una región específica	
4		Dibuja en el interior de una región en el intento de recubrir la figura. Puede que solo rellene las zonas contiguas a las guías existentes	
4		Puede que intente rellenar la región, pero <u>deja huecos</u> y <u>no alinea</u> las figuras dibujadas (o las alinea en una dimensión solamente)	
5		Dibuja un recubrimiento <u>completo</u> , pero con algunos errores de alineación. Cuenta alrededor del borde, después de manera <u>no sistemática</u> en el interior, contando algunas dos veces y otras saltándose las	
6		No coordina la <u>anchura</u> y la <u>altura</u> de las teselas. En contextos de medida, no usa necesariamente las dimensiones del rectángulo para restringir el tamaño de la unidad. Algunas filas son filas, otras las construye tesela a tesela	
7		Dibuja y cuenta filas como filas, <u>dibujando líneas paralelas</u> Conserva el área	

ELEMENTOS COMUNES

Elementos comunes

- Edad: 4 y 5 años
- Material
 - Figuras dibujadas (curvas simples cerradas)
 - Teselas (trozos de papel) que permitan recubrir las figuras

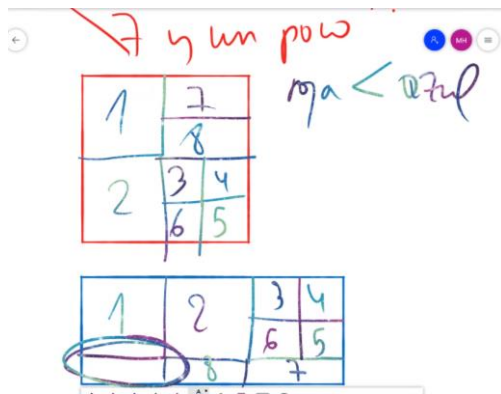


Tarea 1: Recubrimiento y comparación

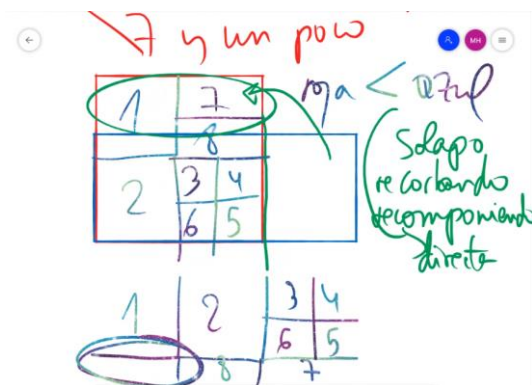
- Tapizar la superficie que se enseña utilizando el menor número posible de teselas



- ¿Todas iguales?
- ¿Podemos saber qué figura cubre más zona de folio?



Indirecta: La roja tiene menos superficie que la azul



Con el solapamiento ya sabemos que es directa

TAREA 2: ESTIMACIÓN

- “Pedir las teselas que creéis que son necesarias para recubrir la figura” (Dada una superficie, estimar cuántas unidades de una determinada tesela caben en ella)

VARIABLES DIDÁCTICAS

- Tipos de unidades de medida proporcionadas
- Cantidad de superficie o área a teselar
- Forma de la superficie a teselar

EVALUACIÓN

- Tesela todo el espacio posible
- Cuenta/estima todas las unidades que necesita para cada superficie
- Escoge la unidad de medida más apropiada para cada superficie
- Descubre la relación “ a mayor unidad de medida de área menor número de ellas necesitamos para tapizarla”
- Herramientas utilizadas para estimar la cantidad de unidades
 - Mueve la unidad sobre la superficie y después va contando
 - Estimación isual
 - Necesita colocar primero las unidades y después contarlas
 - Recurre al número
- Descubre la medida cómo una expresión numérica más una unidad de medida
- Descubre que si cambia la unidad también cambia la medida del área

TIEMPO

EL RELOJ DE ARENA

- Edad: 3 y 4 años
- Material
 - Botellas de ½l con sus tapones agujereados con distintos calibres
 - Embudo de papel para rellenar las botellas
 - Pasta maravilla (sopa) o arena fina



El reloj de arena

- Consigna 1
 - "Cuando pongamos las botellas con el tapón hacia abajo, ¿cuál se vaciará antes?"
- Consigna 2
 - "¿Sois capaces de ponerlos y abrocharos un abrigo/poneros unas botas/pintar un muñeco/hacer un rompecabezas/recortar una figura... antes de que se vacíe la botella?"

El reloj de arena

- Construir un reloj de arena pegando dos botellas con el orificio hecho en el tapón coincidente
- ¿Cuánto dura la asamblea/el desayuno...?



EVALUACIÓN

- Establece relaciones de equivalencia entre: cantidad de arena, tamaño del agujero y tiempo que tarda en vaciarse
- Establece un patrón de medida del tiempo arbitrario
- Deduce la existencia de patrones que se repiten: la misma botella con el mismo agujero tarda el mismo tiempo en vaciarse

APRENDIZAJE DE LA MASA EN LOS PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD: PUNTOS DE DESARROLLO

(Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

APRENDIZAJE DE LA MASA EN LOS PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD (Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

Aprendizaje de la masa en los primeros años de escolaridad (Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

1. Conocimiento del atributo (masa) y uso de lenguaje descriptivo
2. Comparación, conservación y transitividad
 - Compara, ordena y empareja objetos según longitud

¿Qué notas?

Saca estos objetos de la caja y colócalos en la mesa

- a) ¿Qué notas de ellos?
- b) ¿Cuáles son pesados y cuáles son ligeros?

Aparta todos los objetos salvo los envases de plástico

- c) Toma estos dos envases de plástico (*se le coloca un envase en cada mano para que el niño los sienta*). ¿Cuál es más pesado?
- d) ¿Cómo lo puedes comprobar?
- e) ¿Qué sabes sobre balanzas? (*Permitir que el niño se familiarice con las balanzas*).
- f) ¿Estabas en lo cierto? ¿Cómo lo sabes?



*A veces se confunde la balanza como el intermediario, pero la balanza no es el intermediario

Aprendizaje de la masa en los primeros años de escolaridad (Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

3. Cuantificar de manera precisa, usar unidades y atender a los principios de medición
 - Usa unidades uniforme apropiadamente, asignando número y unidad a la medida

¿Ositos y monedas?

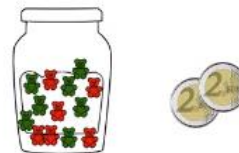
Colocar la balanza y el tarro de ositos delante del niño.

Mostrar las dos monedas (*originariamente 20 céntimos australianos*)

- a) ¿Cuántos ositos “pesan” lo mismo que esto?

Si el niño estima sin usar la balanza, pedir “Por favor, usa la balanza para averiguar cuántos ositos “pesan” lo mismo que esto”.

- c) ¿Qué has averiguado?



El objeto del que tienen que sacar cuánta masa tienen es de las monedas.

SI SON CAPACES DE ELEGIR Y USAR UNIDADES PARA ESTIMAR:

Aprendizaje de la masa en los primeros años de escolaridad 
(Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

4a. Elegir y usar unidades formales para ESTIMAR

Un kilogramo

Aquí hay 1 kilogramo de masa. Lo voy a poner en tu mano. *(Se coloca en la mano del niño)*

Aquí hay un bote de tomate para tu otra mano. *(Se pone en la otra mano del niño).*

- El bote de tomate, ¿tiene más o menos masa que un kilogramo?
- ¿Lo puedes comprobar? ¿Qué has averiguado?



Aprendizaje de la masa en los primeros años de escolaridad
(Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

4b. Elegir y usar unidades formales para ESTIMAR y MEDIR

Uso de unidades estándar

Aquí hay un envase. Y aquí tienes algunas pesas de 10g. Mide la masa de estos envases con estas pesas de 10g.

¿Qué has averiguado?

(Para que la respuesta sea correcta debe incluir unidades. Si el niño contesta "4", preguntar "¿4 qué?". Si contesta "cuatro pesas de 10 gramos" tampoco es correcto. Se busca "40 gramos").



Hay otro instrumento para medir que son las vascúlas

Aprendizaje de la masa en los primeros años de escolaridad (Cheeseman, McDonough, & Clarke, 2011)

5. Aplicar su conocimiento formal y habilidades de medición de masa en contexto

Uso de básculas de cocina

(En la mesa hay básculas de cocina y un objeto de 120g)

¿Has visto alguna vez básculas como estas?

a) Usa las básculas para pesar este objeto. ¿Qué has averiguado?

(Si el niño da solo un número, sin unidades, preguntar ¿120 qué?).

b) Usa las básculas y la cuchara para medir 135 gramos de arroz.

c) ¿Cómo sabes que son 135 gramos?

d) ¿Cuántos gramos más necesitarías para tener un kilogramo?



PROGRESIÓN EVOLUTIVA EN 3ª EI (AUSTRALIA)

% (redondeado) de alumnos en cada nivel de desarrollo	Comienzo escolar (5 años)	Después del primer año escolar (Grade Preparatory)
No hay reconocimiento de masa	17	3
Aún no hay comparación de masas	15	7
Comparación de longitudes	47	30
Iteración de la unidad	21	60
Uso de unidades estándar	0	0
Más allá del uso de unidades estándar	0	0

Donde pone longitudes hay que cambiarlo por masas

APRENDIZAJE DE LA MASA EN LOS PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD: SITUACIONES Y

TEORÍAS DE NIÑOS SOBRE MASA

Si un objeto se puede levantar, entonces es ligero/liviano

- “Un gato es ligero y una moto es pesada. Intenté levantar a mi gato una vez y era ligero. No pude levantar mi moto porque era muy pesada”
- “Un hotel es pesado porque no lo puedes levantar. Una pluma es ligera porque mi pollito perdió una pluma. La levanté y era ligera”
- “Puedo pesar cosas para ver si son pesadas o ligeras. Si no puedo levantar algo es pesado. Si pongo cosas en mis manos y las peso, la mano que baja es la más pesada”
- “La sirena es pesada y la mariposa es ligera. Sé que la sirena es pesada porque me estoy imaginando que estoy sosteniendo la sirena y la mariposa, y la sirena se siente pesada”



PUNTOS DE INICIO EN A ENSEÑANZA

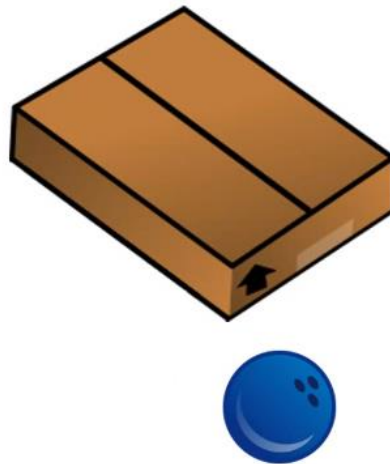
- **Inercia:** cantidad de reacción a una fuerza aplicada al objeto
- **Presión hacia abajo** cuando los objetos son sostenidos o levantados

LEY DE NEWTON: Todo cuerpo tiende a mantener su estado de reposo salvo que haya una fuerza que lo impida.

TEORÍAS DE NIÑOS SOBRE MASA

Cuanto más grande es un objeto, más pesado es

- “[Una flor es] ligera porque es muy pequeña. Si fuera más grande sería más pesada. Una casa es pesada porque es grande”
- “Estas son zanahorias. Algunas son pequeñas y algunas son grandes. Las zanahorias son ligeras, pero la más grande es pesada. Cuando las cosas son grandes, son pesadas. Cuanto más grandes son más pesadas son”



*Cuanto más grande es más pesada”

MASA VS. VOLUMEN(Ya lo dimos)

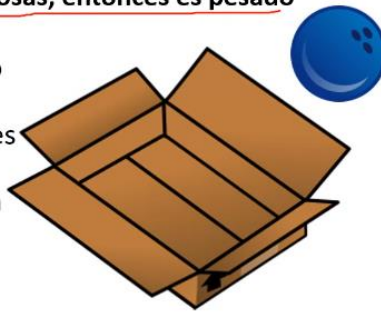
Si dentro de un objeto caben cosas, entonces es pesado

- “Esto es un coche de juguete. No es pesado porque la gente no puede entrar dentro de él. Esto es un frigorífico pesado. Tiene montones de cosas dentro y está pegado al suelo”
- “Un zapato es ligero porque no tiene nada dentro de él. Un camión es pesado porque tiene cosas pesadas dentro de él. *Es muy grande y eso lo hace pesado*”

Los niños están confundiendo capacidad y masa

Si dentro de un objeto caben cosas, entonces es pesado

- “Esto es un coche de juguete. No es pesado porque la gente no puede entrar dentro de él. Esto es un frigorífico pesado. Tiene montones de cosas dentro y está pegado al suelo”
- “Un zapato es ligero porque no tiene nada dentro de él. Un camión es pesado porque tiene cosas pesadas dentro de él. *Es muy grande y eso lo hace pesado*”



MHH

148

MASA. VS CAPACIDAD

Masa	Capacidad
<ul style="list-style-type: none">• Cantidad de materia de un objeto	<ul style="list-style-type: none">• Máximo volumen de líquido que puede contener un recipiente

Si un objeto flota, entonces es ligero

- “Esto es una roca grande. Es pesada porque no flota y no puedes levantarla. Esto es un trozo de papel. Es ligero porque puedes levantarlo y flota”



MASA VS DENSIDAD

Masa

- Cantidad de materia de un objeto

Densidad

- Masa por unidad de volumen

“TRICKY” PARTY BAGS

“Tricky” party bags

Objetivo: percepción y conocimiento del atributo **masa**. Comparar y ordenar cantidades de masa sopesando y usando balanzas

Materiales: objetos de la clase, bolsas de fiesta opacas, balanzas

Organización: en parejas

Consigna: “Elegid y colocad objetos de la clase en las bolsas de fiesta opacas para crear tres bolsas cerradas de diferentes masas que serán ordenadas según su masa por vuestros compañeros. Intentad que la tarea de ordenar las bolsas que tendrán que realizar vuestros compañeros sea **difícil**”



- ¿Qué criterios seguirán para seleccionar los objetos?

CRITERIO QUE EMPLEARÁN

Buscarán los más grandes (el tamaño)

JUICIOS SOBRE MASA BASADOS EN EXPERIENCIAS VISIBLES

¿Qué hay en la clase que crees que es pesado?
¿Qué hay en la clase realmente ligero?

Strength

Los armarios porque son **strong**



Materiales

El altavoz de la pared porque hay **metal** en él



Tu sombrero, porque está hecho de un **material** ligero



JUICIOS SOBRE MASA BASADOS EN EXPERIENCIAS TÁCTILES

Trae un objeto que creas que es “un poco pesado” (pesado pero que lo pueda sostener)

- Juicio basado en el impacto en el que sostiene el objeto
 - El objeto que él sostiene es pesado porque le cuesta sostenerlo
- Juicio basado en el movimiento
 - Pon el objeto en tu mano. Relaja tu mano y mira si una baja y la otra sube... Si un objeto es más pesado pone más presión en mi mano.
 - La otra mano se quedaría en el mismo sitio porque es ligero

AHORA YA NO SÓLO VAMOS A ELEGIRLOS SINO A HACER LA COMPRARACIÓN

“Tricky” party bags

Objetivo: percepción y conocimiento del atributo **masa**. Comparar y ordenar cantidades de masa **sopesando** y usando **balanzas**

Materiales: objetos de la clase, bolsas de fiesta opacas, balanzas

Organización: en parejas

Consigna: “Elegid y colocad objetos de la clase en las bolsas de fiesta opacas para crear tres bolsas cerradas de diferentes masas que serán ordenadas según su masa por vuestros compañeros. Intentad que la tarea de ordenar las bolsas que tendrán que realizar vuestros compañeros sea **difícil**”



- ¿Cómo seleccionarán los objetos?
- ¿Cómo compararán los objetos?

JUICIOS SOBRE MASA BASADOS EN USO DE BALANZAS



A1.- Yo creo que la primera bolsa puesta en la balanza siempre sería la más pesada (el platillo baja)

A2.- No, es porque es la primera que pones que siempre va hacia abajo

Razonamientos basados en los colores de los platillos, en el material del contenido de las bolsas...

Si eligen bien sería cuando elijan la que baja más

LOS TRES OSOS

Objetivo: elección y uso de **unidades no estándar** para cuantificar la masa



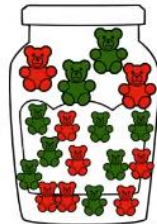
Materiales: ositos de plástico (de tres tamaños), balanzas, objetos para “pesar”

Organización: en parejas

Consigna: “Elegid objetos en la clase. Medid y registrad la masa de esos objetos en ositos”



ELECCIÓN Y USO DE UNIDADES INFORMALES DE MASA



Descubrimientos:

- Se necesitan menos ositos papá que ositos bebé para medir la masa de un mismo objeto
- El uso de ositos pequeños permite obtener una medida más precisa

La relación inversa entre el tamaño de la unidad y la masa que estamos midiendo

APRENDIZAJE DEL TIEMPO EN LOS PRIMEROS AÑOS DE ESCOLARIDAD: SITUACIONES Y RAZONAMIENTOS

CONSIDERACIONES SOBRE LA MAGNITUD TIEMPO

- No es un atributo físico
- No puede ser visto ni tocado
- Se experimenta una percepción del tiempo, somos conscientes del tiempo
- Medición del tiempo
 - Fenómenos naturales: día, mes lunar, año
 - Divisiones/Unidades de tiempo: nanosegundos, décadas...
 - Iteración de la unidad para formar períodos más largos
 - Instrumentos: calendarios, relojes
- Lectura de un reloj \neq Magnitud tiempo

MHH

161

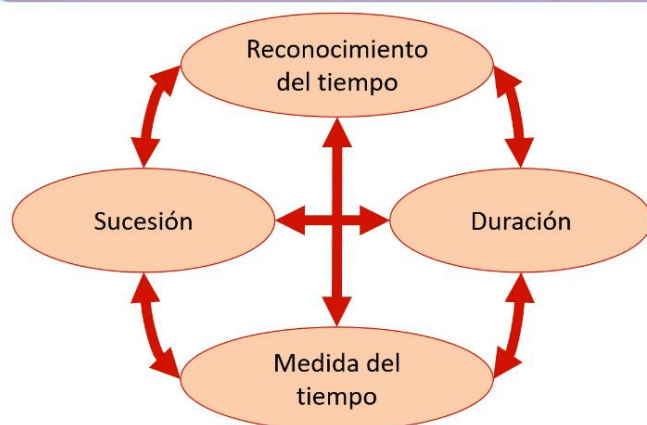
Tenemos percepción del tiempo, somos conscientes del paso del tiempo La cuestión del tiempo es individual pero también social.

Cuando en clase trabajamos la lectura de un reloj no estamos trabajando el tiempo registrado. Importante diferencia

INTERVALO DE TIEMPO/REGISTRO DEL TIEMPO

Intervalo de tiempo	Registro del tiempo / tiempo registrado
<ul style="list-style-type: none">• Período de tiempo que dura una actividad• Tiempo transcurrido de un instante a otro• Unidades: segundos, minutos, horas, días, semanas, meses, años, milenios...	<ul style="list-style-type: none">• Momento/tiempo en el que sucede algo• Convenciones para leer el tiempo registrado<ul style="list-style-type: none">• Relojes, a.m., p.m., sistema de 24 horas...• Día de la semana, del mes, del año• 15:30 del 16 de mayo de 2019

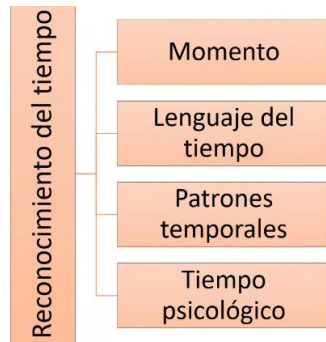
MARCO PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL TIEMPO (4 elementos para trabajar el tiempo)



MHH

163

4 COSAS QUE INFLUYEN EN EL RECONOCIMIENTO DEL TIEMPO

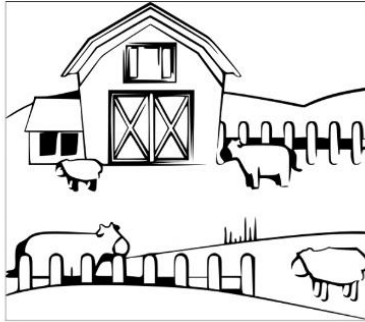


RECONOCIMIENTO DEL TIEMPO. PARA RECONOCER EL TIEMPO HAY QUE RECONOCER LOS INSTANTES

Un momento (punto) en el tiempo

Instante, suceso o período específico de tiempo que puede ser utilizado como punto de referencia

Ej.: eventos especiales, días y momentos memorables
Visita a la granja escuela



RECONOCIMIENTO DEL TIEMPO. INCLUIR EL LENGUAJE DEL TIEMPO

El lenguaje del tiempo

Incluye términos específicos y palabras y frases más informales

Ej.: ayer, mañana, la semana pasada;
espera un momento, en un santiamén

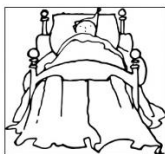
RECONOCIMIENTO DEL TIEMPO. TRABAJOS DE PATRONES TEMPORALES

Marcar una secuencia de un elemento tras otro.

Patrones temporales

Líneas de tiempo de los eventos diarios, rutinas semanales y ciclos de tiempo

Ej.: días escolares, meses y estaciones



Levantarse



Desayunar



Lavarse los dientes



Vestirse

RECONOCIMIENTO DEL TIEMPO. EL TIEMPO PSICOLÓGICO

Cómo percibimos el tiempo

Tiempo psicológico

Nuestra percepción del tiempo

¿Cómo experimentamos la persistencia de sucesos?

El tiempo vuela vs. Se me hace largo

SUCESIÓN Y DURACIÓN

