HOJA 1

1. Demostrar que si a y b son dos números reales cualesquiera entonces:
   a) $|a|^2 = a^2$,
   b) $|ab| = |a||b|$.

2. Determinar los subconjuntos de $\mathbb{R}$ $A \cap B$, $A \cup B$, $A \backslash B$, $B \backslash A$ si:
   a) $A = \{x : x^2 - 3x^3 < 0\}, B = \{x : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$,
   b) $A = \{x : |x^2 - 1| < 2\}, B = \{x : |x - 1| + |x - 2| < 3\}$.

3. Encuentra el conjunto solución de los $x \in \mathbb{R}$ que verifican:
   a) $|x - 1| - |x - 2| > 3$
   b) $|x - 6||x + 2| = 8$
   c) $|x| + |x - 1| + |x - 2| - 2 = 0$
   d) $\dfrac{2x + 8}{x^2 + 5x - 6} > 0$
   e) $\dfrac{2 - 3x}{\sqrt{9 - 6x}} \leq 0$
   f) $2ln(x) = ln(4 - 3x)$
   g) $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} = -36$

4. Sea δ un número real positivo. Dados los subconjuntos de $\mathbb{R}^2$ $A = \{(x, y) : |x|+|y| < \delta\}$, $B = \{(x, y) : \sqrt{x^2 + y^2} < \delta\}$, $C = \{(x, y) : \text{máx}\,(|x|, |y|) < \delta\}$, demostrar que $A \subseteq B \subseteq C$.

5. Demostrar que para cada número real $x \in \mathbb{R}$

$$\left|\frac{1}{x^2 + 3} + \frac{1}{|x| + 2}\right| \leq \frac{5}{6}$$

6. Determinar y representar gráficamente

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y^2\}$$

7. a) Sea $z \neq 1$ y $|z| = 1$. Probar que $(1 + z)/(1 - z)$ es imaginario puro.
   b) Sea z un número complejo de módulo 1. Probar que el número $z + z^{-1}$ es real.

8. Determinar los números reales x e y que verifican:

$$(3 + 4i)^2 - 2(x - iy) = x + iy$$

9. Determinar los numeros complejos que verifican
   a) $z^2 = 3 - 4i$.
   b) $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$.
   c) $z^6 + 2z^3 + 2 = 0$.

10. Dibujar en el plano los números complejos z que verifican