

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
--

1.− Demuestra que la serie matricial que define la exponencial de una matriz cuadrada real o compleja es una serie convergente. Explica claramente de qué resultados partes y qué propiedades utilizas en cada uno de los pasos.

2.− Consideremos el sistema diferencial 2π -periódico

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2\sin(t) + \cos(t) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(2t) \end{bmatrix}$$

Halla la matriz resolvente. Determina las soluciones 2π -periódicas del sistema homogéneo. Discute la existencia de soluciones 2π -periódicas del sistema completo.

3.− Sea $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ una función continua y acotada, $\|f(t, x)\| \leq M$ para todo $(t, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$. Demuestra que la solución maximal de todo problema de valor inicial $\dot{x} = f(t, x)$, $x(t_0) = x_0$, tiene dominio $J_{t_0, x_0} = \mathbb{R}$.

4.− Halla las trayectorias ortogonales a la familia de curvas $y = cx^2$, con $c \in \mathbb{R}$.

5.− Determina la estabilidad de los puntos de equilibrio de la ecuación diferencial

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 2\mu \sin(3\dot{y}) + 5(e^y - 1) = 0$$

en función de los valores del parámetro μ .

Cada ejercicio vale 2 puntos.