

## Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– Sea  $A$  una matriz cuadrada, real o compleja, de dimensión  $n$ . Probar que todos y cada uno de los valores propios de  $e^A$  son de la forma  $e^\lambda$  para  $\lambda$  un valor propio de  $A$ .

2.– Consideremos la ecuación diferencial

$$\ddot{y} + \dot{y} + y + ay = 4e^{t-1},$$

Para  $a = 1$  hallar la solución que satisface  $y(1) = 1$ ,  $\dot{y}(1) = 1$ ,  $\ddot{y}(1) = 1$ .

Analizar la estabilidad de la ecuación diferencial en función del valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .

3.– Consideremos la ecuación diferencial de segundo orden

$$\ddot{y} - \frac{t}{t-1}\dot{y} + \frac{1}{2}y^2 = \frac{3}{2}\frac{t+1}{(t-1)^3},$$

cuya solución general maximal denotaremos por  $y = \phi(t, t_0, y_0, \dot{y}_0)$ . La solución con  $y(0) = -1$ ,  $\dot{y}(0) = 1$  es

$$y = \phi(t, 0, -1, 1) = \frac{1}{t-1}.$$

Hallar las derivadas parciales de la solución general  $\phi$  de la ecuación diferencial con respecto a las condiciones iniciales en el punto  $(t, t_0, y_0, \dot{y}_0) = (t, 0, -1, 1)$ .

4.– Consideremos el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y^2 \\ \dot{y} = y^2 - 1. \end{cases}$$

1. Hallar los puntos de equilibrio, las nulclinas y dibujar el diagrama de fases.
2. Para cada uno de los puntos de equilibrio representar con precisión el diagrama de fases del sistema linealizado y clasificarlo.
3. Probar que la solución maximal del sistema anterior con condiciones iniciales  $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$  tiene dominio  $\mathbb{R}$  si y sólo si  $|y_0| \leq 1$ .

5.– Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. proban-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

1. Toda solución que comienza suficientemente cerca de un punto de equilibrio estable se mantiene acotada, es decir: si  $p$  es estable, entonces existen  $\delta > 0$  y  $M > 0$  tal que si  $\|x_0 - p\| < \delta$  entonces  $\|\psi(t, 0, x_0) - p\| \leq M$  para todo  $t \geq 0$ .
2. Si la ecuación variacional lineal en la solución de equilibrio es estable entonces el punto de equilibrio es estable, es decir: si  $p$  es un punto de equilibrio,  $A = Df(p)$  y  $\dot{X} = AX$  es un sistema lineal estable entonces  $p$  es un punto de equilibrio estable.
3. Sea  $p$  es un punto de equilibrio. Para todo  $a > 0$  existe  $\delta > 0$  tal que si  $\|x_0 - p\| < \delta$ , entonces el dominio de la solución maximal de  $\dot{x} = f(x)$ ,  $x(0) = x_0$  contiene al intervalo  $(-a, a)$ .

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70